

ÍNDICE DE CONTENIDO

1.Dividir.....	1
2.Múltiplos y divisores.....	2
3.Máximo común divisor.....	4
4.Mínimo común múltiplo.....	5

Ejercicios

Cuestiones

Autoevaluación

Claves autoevaluación

TIEMPO ESTIMADO

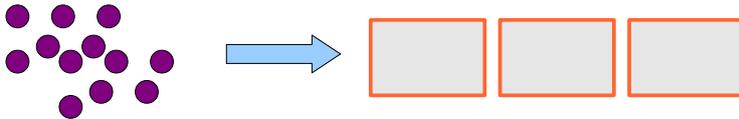
10 sesiones

1.DIVIDIR

☑ DIVIDIR ES REPARTIR.

Cuando queremos resolver un problema en el que tenemos una cantidad (de objetos, animales, personas,...) que debemos distribuir o repartir, a partes iguales, aparece la división.

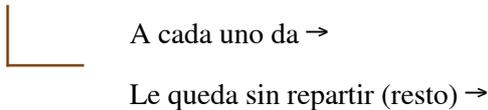
- ✓ Ejemplo: Juan tiene 12 canicas y las quiere repartir a partes iguales en cuatro cajas. ¿Cuántas colocará en cada una?



La operación que debemos hacer es _____.

A veces no es posible realizar el reparto de forma exacta o completa; en ese caso queda una cantidad sin repartir que se llama resto.

- ✓ Ejemplo: Antonia tiene 21 € y cinco nietos. Quiere repartirlos dando la misma cantidad a cada uno. ¿Cómo se realiza el reparto?



☑ DIVIDIR NÚMEROS.

Ya sabemos dividir desde hace mucho tiempo. ¿Recordamos qué es $18 : 9$?

Buscamos un número que multiplicado por 9 nos dé 18. Ese número es 2.

Dividir b entre a es hallar un número c que multiplicado por a dé b .
 $b : a = c$ significa que $a \cdot c = b$
 b es el dividendo, a es el divisor y c es el cociente

A veces no es posible encontrarlo, como en $31 : 4$. Queda una cantidad residual llamada resto:



Siempre se cumple la ley de la división:

Dividendo divisor cociente resto

☑ DIVISIÓN EXACTA: DIVISIBILIDAD.

Cuando al dividir b entre a obtenemos resto cero decimos que la **división** es **exacta**. Y también decimos que b es **divisible** entre a .

- ✓ Ejemplos:
 - a) ¿17 es divisible entre 2? →
 - b) ¿20 es divisible entre 10? →

Repasemos las reglas de divisibilidad. Un n° es divisible entre

2:

3:

5:

11:

2. MÚLTIPLOS Y DIVISORES

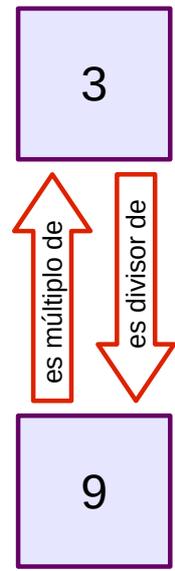
☑ CONCEPTOS.

Cuando b es divisible entre a se dice que

- a es **divisor** de b .
- b es **múltiplo** de a .

- ✓ Ejemplos:
 - a) 14 es _____ de 7.
 - b) 5 es _____ de 50.
 - c) 8 es _____ de 16.
 - d) 36 es _____ de 9

- ✓ Ejemplos:
 - a) Los divisores de 18 son $D(18)=$
 - b) Los múltiplos de 5 son $\dot{5} =$



☑ PRIMOS Y COMPUESTOS.

Un **primo** es un número que sólo es divisible entre 1 y él mismo.
 Un número es **compuesto** cuando no es primo.

- ✓ Ejemplo: Clasifica como primo o compuesto { 8 , 11 , 13 , 21 , 29 , 63 }
 - a) Primos →
 - b) Compuestos →

No existe una regla para obtener los primos.
 Los primeros primos son:
 1, 2, 3, 5, 7, ...

☑ DESCOMPONER EN FACTORES PRIMOS.

Todo número puede expresarse como producto de números primos. Seguro que ya lo has hecho en cursos anteriores.

$\begin{array}{r l} 12 & 2 \\ & 6 \\ & 3 \\ & 1 \\ \hline 12 & = 2^2 \cdot 3 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 63 & \\ \hline 63 & = \end{array}$	$\begin{array}{r l} 160 & \\ \hline 160 & = \end{array}$
---	--	--

3. MÁXIMO COMÚN DIVISOR

☑ CONCEPTO.

El **máximo común divisor** de varios números enteros es el mayor de los divisores comunes a todos ellos.

✓ Ejemplo: Hallemos el máximo común divisor de 12 y 18.

$D(12) = \{ \quad \quad \quad \}$

$D(18) = \{ \quad \quad \quad \}$

$D(12 \text{ y } 18) = \{ \quad \quad \quad \}$

$mcd(12,18) =$

Recuerda que dos números se dice que son primos entre sí cuando su mcd es 1.

✓ Ejemplo: Hallemos el máximo común divisor de 16, 24 y 32.

$D(16) = \{ \quad \quad \quad \}$

$D(24) = \{ \quad \quad \quad \}$

$D(32) = \{ \quad \quad \quad \}$

$D(16 \text{ y } 24 \text{ y } 32) = \{ \quad \quad \quad \}$

$mcd(16, 24, 32) =$

REGLA.

En los casos más complicados se puede usar esta regla de cálculo:

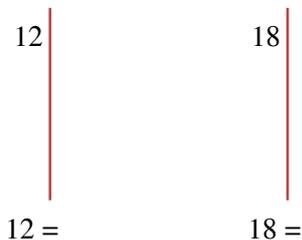
- 1º) Descomponemos en factores primos.
- 2º) Tomamos los factores comunes con menor exponente.

✓ Ejemplo: Hallemos el máximo común divisor de a y b sabiendo que

$$a = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11^4 \quad \text{y} \quad b = 2^4 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 13$$

$$\text{mcd}(a, b) =$$

✓ Ejemplo: Hallemos el máximo común divisor de 12 y 18.



$$\text{mcd}(12, 18) =$$

4. MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

CONCEPTO.

El **mínimo común múltiplo** de varios números enteros es el menor de los múltiplos comunes a todos ellos.

✓ Ejemplo: Hallemos el mínimo común múltiplo 4 y 6.

$$4 = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$6 = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$\text{mcm}(4, 6) =$$

✓ Ejemplo: Hallemos el mínimo común múltiplo 12 y 18.

$$12 = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$18 = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$\text{mcm}(12, 18) =$$

Fíjate en esta propiedad. Tomamos 12 y 18:

- Multiplicamos el mcd y el mcm
- Multiplicamos 22 y 18

¿Qué obtenemos?

☑ REGLA.

En los casos más complicados se puede usar esta regla de cálculo:

- 1º) Descomponemos en factores primos.
- 2º) Tomamos los factores con su mayor exponente.

✓ Ejemplo: Hallemos el mínimo común múltiplo de a y b sabiendo que

$$a = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11^4 \quad \text{y} \quad b = 2^4 \cdot 3 \cdot 7^2$$

$$\text{mcm}(a, b) =$$

✓ Ejemplo: Hallemos el mínimo común múltiplo de 12 y 18.

12

18

$$\text{mcm}(12, 18) =$$

12 =

18 =

Ejercicios

1. Realiza la división entera y compruébala con la ley de la división:

$$\text{divisor} \times \text{cociente} + \text{resto} = \text{Dividendo}$$

- a) $20 : 3 \rightarrow$
- b) $47 : 8 \rightarrow$
- c) $38 : 3 \rightarrow$
- d) $69 : 7 \rightarrow$

2. Ídem ayudándote de la calculadora:

- a) $3546 : 23 \rightarrow$
- b) $157258 : 265 \rightarrow$
- c) $875621 : 241 \rightarrow$
- d) $265874 : 21 \rightarrow$
- e) $154716 : 258 \rightarrow$
- f) $1575154 : 477 \rightarrow$

3. Comprueba, realizando la división entera, si

a) 124 es divisible por 13.

--	--

b) 168 es divisible por 7.

--	--

c) 1613 es divisible por 13.

--	--

4. Escribe las reglas de divisibilidad entre 2, 3, 5 y 11.

2: \rightarrow
:3 \rightarrow
:5 \rightarrow
:11 \rightarrow

5. Escribe los divisores de los números 6, 10, 15 y 20.

¿Puede ser un número divisible por otro mayor que él?

--

6. Indica cuáles de los siguientes números son divisibles entre 2, 3, 5 o entre 11:

- a) 54 \rightarrow
- b) 1845 \rightarrow
- c) 3291 \rightarrow
- d) 110 \rightarrow
- e) 6754 \rightarrow
- f) 165 \rightarrow

7. Señala cuáles de los siguientes números son primos y cuáles compuestos:

- a) 17 \rightarrow
- b) 31 \rightarrow
- c) 49 \rightarrow
- d) 28 \rightarrow
- e) 60 \rightarrow
- f) 47 \rightarrow

8. Los números 11 y 13, que son primos y se diferencian en dos unidades, se llaman primos gemelos. ¿Cuántos primos gemelos hay menores que 100?

Sugerencia: coloca los 100 primeros números en un cuadrado de 10 por 10 números y tacha los que no son primos.

9. ¿Qué haces para obtener un múltiplo de 6?

--

Obtén los cinco primeros.

--

10. ¿Son múltiplos de 8 los números 24, 40 y 56? ¿También lo será su suma?

--

11. ¿Cuáles son los múltiplos de 7 comprendidos entre 123 y 176?

12. Escribe los múltiplos de 5 que hay entre 175 y 220.

13. ¿Cuáles de los siguientes números son divisibles al mismo tiempo por 2, 4, 5 y 25?

- a) 136
- b) 540
- c) 200
- d) 3000

14. Descompón en factores primos:

- a) 45
- b) 150
- c) 180
- d) 24
- e) 540
- f) 1800
- g) 60
- h) 270
- i) 360
- j) 210
- k) 320
- l) 2250

15. Antonia quiere regalar a cada uno de sus amigos una caja con 6 canicas. Tiene 157 canicas. ¿Puede hacerlo sin que le sobre ninguna?

16. ¿De cuántas maneras se pueden colocar 18 manzanas, sobre una mesa, formando un rectángulo o fila?

17. *El área de un rectángulo es 50 cm^2 . ¿Cuáles pueden ser las medidas de sus lados si las dimensiones deben ser centímetros?

18. *Alejandro ha comprado por 119 céntimos más de 10 cromos de una colección de baloncesto que está reuniendo. Halla el número de cromos comprados y el precio de cada cromo, sabiendo que su valor está dado en céntimos.

19. *El área de un rectángulo es 253 cm^2 . Halla los lados sabiendo que están dados en números enteros y que uno de ellos mide más de 20 centímetros.

20. ¿Cuál es el mayor número que divide a 30, 40 y 50?

21. Calcula, sin factorizar, el máximo común divisor de:

- a) 4, 12 y 24 →
- b) 10, 15, 25 →
- c) 14, 21, 28 →

22. Halla el máximo común divisor de:

- a) 84 y 90.
- b) 14, 21, 28, 70.
- c) 20, 40, 80, 100, 160.

23. Halla, sin factorizar, el mínimo común múltiplo de los siguientes números:

- a) 5 y 10
- b) 3 y 15.
- c) 7 y 21.
- d) 11 y 44.

24. Halla el mínimo común múltiplo de:

- a) 30, 90, 120 →
- b) 48, 63, 56 →
- c) 45, 75, 85 →
- d) 210, 315, 420 →
- e) 120, 180, 240 →
- f) 105, 135, 175 →

25. Comprueba, con las siguientes parejas, que se cumple la siguiente propiedad:

$$\text{mcd}(a, b) \cdot \text{mcm}(a, b) = a \cdot b$$

- a) 18 y 24.
- b) 300 y 2450.

26. *Carmen tiene 24 bombones y 42 caramelos. Quiere distribuirlos en bolsitas iguales con el mayor número de golosinas.

a) ¿Cuántas bolsas habrá?

b) ¿Cuántas golosinas debe colocar en cada bolsa?

27. *Tenemos dos cuerdas, de 12 y 8 metros, respectivamente. Vamos a cortarlas en trozos que midan lo mismo y que sean lo más grande posible.

a) ¿Cuántos trozos puedo hacer?

b) ¿Cuál es el largo de cada trozo?

28. *Un carpintería debe cortar placas de madera cuadradas iguales y del mayor tamaño posible, para ponerlas en un salón de 180 cm de largo y 120 cm de ancho.

a) ¿Cuál es el tamaño de cada placa cuadrada?

b) ¿Cuántas placas deben prepararse?

29. *Tres chicas que están corriendo en una pista de atletismo tardan en dar una vuelta 40, 50 y 60 segundos, respectivamente. Si mantuvieran ese ritmo, ¿cuánto tiempo tardarían en pasar de nuevo las tres juntas por la línea de partida?

30. **Una revista sale cada 8 días, un libro cada 20 días y un fascículo cada 42 días. Si el día 1 de marzo salen los tres juntos, ¿cuándo vuelven a coincidir los tres?

Síntesis

31. ¿Verdadero o falso?

- a) 2 es divisor de 4
- b) 124 es divisor de 2
- c) 2 es múltiplo de 18
- d) 25 es divisor de 25
- e) 8 es múltiplo de 8
- f) 20 es múltiplo de 1

32. ¿Verdadero o falso?

- a) 95 es múltiplo de 5
- b) 15 es divisor de 765
- c) 732 es múltiplo de 32
- d) 12 es divisor de 144
- e) 125 es múltiplo de 25
- f) 6 es divisor de 318

33. Escribe los cinco primeros múltiplos de 17.

34. Halla tres números comprendidos entre 200 y 250 que sean múltiplos de 5.

35. Escribe los múltiplos de 75 que tengan tres cifras.

36. Escribe los divisores de

- a) 24
- b) 36
- c) 11
- d) 120

37. Escribe los múltiplos de 9 comprendidos entre 100 y 200.

38. Halla tres números comprendidos entre 200 y 250 que sean múltiplos de 5.

39. Coloca en el cuadrado una cifra conveniente para que el número sea divisible por dos:
- a) $5\square$ b) $43\square$
c) $1\square4$ d) $\square3$
40. Coloca en el cuadrado una cifra conveniente para que el número sea divisible entre el señalado:
- a) $12\square$ entre 3 b) $4\square$ entre 3
c) $3\square$ entre 7 d) $174\square$ entre 5
e) $5\square3$ entre 3 f) $12\square$ entre 11
41. Señala cuáles son divisibles entre 2, 3, 6, 10 y 11:
- a) 164 b) 130 c) 140
d) 119 e) 183 f) 182
g) 186 h) 147 i) 200
42. Sin hacer la división, decir cuál es exacta:
- a) $289 : 11$ b) $453 : 6$
c) $3225 : 15$ d) $240 : 10$
43. Halla los múltiplos de 24 que están entre 500 y 600.
44. Escribe los múltiplos de 80 que tengan tres cifras.
45. Sin factorizar, calcula mentalmente el m.c.d. y el m.c.m. de 8 y de 24.
46. Busca tres números cuya división entre 12 y entre 18 sea exacta. ¿Cuál es el menor posible?
47. Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de:
- a) 35 y 75 b) 82 y 90
c) 24 y 45 d) 26, 32 y 56
e) 14, 35 y 70 f) 80, 50 y 32
48. En un reforma se embaldosa un dormitorio rectangular con 520 cm de largo y 240 cm de ancho. Las baldosas deben ser cuadradas y de la mayor dimensión posible, para que no haya cortes.
- a) ¿Cuáles son las dimensiones de las baldosas?
b) ¿Cuántas se necesitarán?
49. Comprueba: $mcd(10; 18) \cdot mcm(10; 18) = 10 \cdot 18$
50. El mínimo común múltiplo de dos números es 260 y el máximo común divisor es 2. Uno de ellos es 26. ¿Cuál es el otro?
51. El máximo común divisor de dos números es 6 y el mínimo común múltiplo es 30. Si uno de ellos es 6, ¿cuál es el otro?
52. Rocío, Cristina y David quedan todos los días, en la estación, para ir al Instituto juntos. Rocío camina a 30 metros por minuto, Cristina a 40 y David a 50. Hoy los tres han salido y han llegado a la vez. ¿Cuánto tiempo ha tardado cada uno? ¿Qué distancia ha recorrido cada uno?

Autoevaluación

1.
 - a) Escribe en forma de potencia el producto:
 $(-6) \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot (-6)$
 - b) ¿A qué número hay que elevar 2 para obtener 128?

2. Dí el signo del resultado, explicando cómo lo averiguas:
 - a) $(-5)^{123}$
 - b) $(-8)^{102}$
 - c) 5^{27}
 - d) $(-28)^{203}$

3. Deja como una única potencia:
 - a) $\frac{3^4 \cdot 3^2 \cdot 3^7}{3^3 \cdot 3^6}$
 - b) $\frac{a^4 \cdot a^{12} \cdot a}{(a^3)^4 \cdot a^2}$

4. *Expresa como una única potencia aplicando las propiedades de los exponentes:
 - a) $16 \cdot 2^5$
 - b) $9^5 \cdot 3^{10}$
 - c) $3^{23} : 27^5$
 - d) $2^{20} : 4^5$

5. Completa, colocando el exponente adecuado:
 - a) $2^{\square} = 64$
 - b) $(-3)^{\square} = -27$
 - c) $(-5)^{\square} : (-5)^{14} = (-5)^9$
 - d) $a^9 \cdot a^7 \cdot a^{\square} = a^{25}$

6. Una nave tiene forma de ortoedro, cuya base es un rectángulo de superficie 5^{10} cm^2 y cuya altura mide 5^4 cm^2 .
 - a) Halla el largo de la base sabiendo que el ancho es 5^4 cm .
 - b) Halla el volumen de la nave, expresándolo como una potencia.

7. Un salón tiene forma cuadrada con una superficie de 289 m^2 . ¿Cuál es su perímetro?

Claves Autoevaluación

1.