

# 2

## POTENCIAS Y RAÍCES

### ÍNDICE DE CONTENIDO

1.Potencias de números enteros.....	1
2.Producto de potencias.....	2
3.División de potencias.....	3
4.Potencia de una Potencia.....	3
5.Raíces cuadradas.....	3
6.Raíces cúbicas.....	4
Ejercicios	
Cuestiones	
Autoevaluación	
Claves autoevaluación	

### TIEMPO ESTIMADO

8 sesiones

# 1. POTENCIAS DE NÚMEROS ENTEROS

## ☑ CONCEPTO.

El producto resume una suma en la que todos los sumandos son iguales:

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 6$$

La potencia resume un producto en el que todos los factores son iguales:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^6$$

Se define la **potencia**:

$$b^n = b \cdot b \cdot \overbrace{\dots\dots\dots}^{n \text{ veces}} \cdot b$$

Se lee “b elevado a n” y en ella:

b → es la **base**

n → es el **exponente**

exponente  
base = resultado

✓ Ejemplos. Hallemos el resultado e indiquemos la base y el exponente:

a)  $2^3 =$

base =

exponente =

b)  $(-5)^4 =$

base =

exponente =

c)  $\left(\frac{4}{5}\right)^3 =$

base =

exponente =

Recuerda cómo multiplicar fracciones:

$$\frac{\boxed{a}}{\boxed{b}} \times \frac{\boxed{c}}{\boxed{d}} = \frac{\boxed{a \cdot c}}{\boxed{b \cdot d}}$$

✓ Ejemplos. Escribamos en forma de potencia:

a)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$

b)  $(-4) \cdot (-4) \cdot (-4) =$

c)  $2 =$

d)  $(-8) \cdot (-8) =$

**☑ SIGNO .**

Calculemos las siguientes potencias y respondamos a las preguntas que vienen a continuación:

$2^3 =$                    $2^2 =$                    $3^3 =$                    $3^5 =$

$(-2)^3 =$                $(-2)^4 =$                $(-3)^2 =$                $(-3)^5 =$

$(+)^n = +$

Si la base es positiva, el resultado es siempre \_\_\_\_\_ .

Si la base es negativa, el resultado puede ser \_\_\_\_\_ .

$(-)^{\text{par}} = -$

Completemos la siguiente tabla resume cómo depende el signo del resultado de la base y del exponente:

$(-)^{\text{impar}} = +$

base	exponente	resultado
+	cualquiera	
-	par	
-	impar	

✓ Ejemplo. Escribamos el signo del resultado:

a)  $12^{25} =$

b)  $(-3)^{35} =$

c)  $(-3)^{80} =$

## 2.PRODUCTO DE POTENCIAS

Veamos cómo resumir productos de potencias de igual base:

$3^4 \cdot 3^5 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_4 \cdot \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_5 = 3^9$

$(-2)^2 \cdot (-2)^3 = \underbrace{(-2) \cdot (-2)}_2 \cdot \underbrace{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)}_3 = (-2)^5$

$a^{\text{⚡}} \cdot a^{\text{☁}} = a^{\text{⚡} + \text{☁}}$

Regla: para multiplicar potencias de igual base se deja la misma base y se suman los exponentes:

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

✓ Ejemplo. Dejemos como potencia única:

a)  $5^3 \cdot 5^4 =$

b)  $(-4)^5 \cdot (-4)^6 =$

### 3. DIVISIÓN DE POTENCIAS

Veamos cómo resumir divisiones de potencias de igual base:

$$\frac{3^7}{3^2} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3} = 3^5$$

**Regla:** para dividir potencias de igual base se deja la misma base y se restan los exponentes:

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

✓ **Ejemplo.** Dejemos como potencia única:

a)  $5^7 : 5^4 =$

b)  $\frac{(-2)^{20}}{(-2)^{14}} =$

$$\frac{a^{\text{sun}}}{a^{\text{flower}}} = a^{\text{sun} - \text{flower}}$$

### 4. POTENCIA DE UNA POTENCIA

A veces nos encontramos una potencia elevada a otro número. Es fácil simplificar:

**Regla:** para simplificar la potencia de una potencia multiplicamos los exponentes:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

✓ **Ejemplo.** Dejemos como potencia única:

a)  $(3^5)^4 =$

b)  $((-2)^3)^4 =$

c)  $(7^2)^3 =$

$$\left( a^{\text{heart}} \right)^{\text{star}} = a^{\text{heart} \cdot \text{star}}$$

### 5. RAÍCES CUADRADAS

Ya has estudiado antes las raíces cuadradas. Recordemos el concepto:

Llamamos **raíz cuadrada** del número  $a$  al número  $b$  que multiplicado por sí mismo da como resultado  $a$ :

$$\sqrt{a} = b \text{ significa } b^2 = a$$

✓ Ejemplos:

a)  $\sqrt{9} =$  porque

b)  $\sqrt{25} =$  porque

c)  $\sqrt{15} =$  porque

d)  $\sqrt{7} =$  porque

✓ Cuidado. Intenta con tu calculadora hallar

a)  $\sqrt{-4} =$

b)  $\sqrt{-25} =$

¿Tienen los números negativos raíz cuadrada? \_\_\_\_\_

Los negativos no  
tienen raíz cuadrada

## 6. RAÍCES CÚBICAS

Como ampliación veamos el concepto de raíz cúbica:

Llamamos **raíz cúbica** del número  $a$  al número  $b$  que elevado al cubo da como resultado  $a$ :

$$\sqrt[3]{a} = b \text{ significa } b^3 = a$$

✓ Ejemplos:

a)  $\sqrt[3]{1} =$  porque

b)  $\sqrt[3]{8} =$  porque

c)  $\sqrt[3]{27} =$  porque

d)  $\sqrt[3]{5} =$  porque

b) Cuidado:

a)  $\sqrt[3]{-8} =$

b)  $\sqrt[3]{-27} =$

¿Tienen los números negativos raíz cúbica? \_\_\_\_\_

Los negativos sí  
tienen raíz cúbica

## Ejercicios

1. Desarrolla y calcula el resultado, como el ejemplo:

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

- a)  $(-2)^5$   
 b)  $4^3$   
 c)  $(-1)^4$   
 d)  $(-3)^4$
2. Expresa en forma de potencia:
- a)  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$   
 b)  $(-1) \cdot (-1)$   
 c)  $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$   
 d)  $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$
3. ¿A qué número hay que elevar 2 para obtener el siguiente resultado?
- a) 4  
 b) 2  
 c) 64  
 d) 16
4. Completa, colocando la base adecuada:
- a)  $(\square)^3 = 27$   
 b)  $(\square)^3 = 8$   
 c)  $(\square)^3 = -8$   
 d)  $(\square)^2 = 25$
5. Completa, colocando el exponente adecuado:
- a)  $5^\square = 125$   
 b)  $10^\square = 100000$   
 c)  $(-2)^\square = 16$   
 d)  $(-3)^\square = 81$

6. Escribe como potencias de 10:

- a) -1 000  
 b) -100 000  
 c) 100 000 000  
 d) 1 000 000

7. Expresa cada número como dos cuadrados, tal y como está en el ejemplo:

$$25 = 5^2 = (-5)^2$$

- a) 49  
 b) 9  
 c) 16  
 d) 100
8. \*Escribe los siguientes números como cuatro potencias distintas:
- a) 16  
 b) 64  
 c) 10 000  
 d) 81
9. Expresa en notación científica, como en el ejemplo:
- $$3000 = 3 \cdot 1000 = 3 \cdot 10^3$$
- a) 8000000  
 b) 5000000000  
 c) -300 000  
 d) -700 000 000
10. Expresa las sumas como productos y los productos como potencias:
- a)  $a + a + a + a$   
 b)  $b \cdot b \cdot b \cdot b$   
 c)  $x + x + x$   
 d)  $x \cdot x \cdot x$   
 e)  $b + b + b + b + b$   
 f)  $a \cdot a \cdot a \cdot a$

11. Calcula el resultado de las siguientes potencias:

- a)  $(-1)^{20}$
- b)  $(-1)^{105}$
- c)  $(-1)^{17}$
- d)  $(-1)^{17}$

12. Calcula el signo del resultado de las siguientes potencias:

- a)  $(-2)^5$
- b)  $(7)^5$
- c)  $(-3)^9$
- d)  $(-5)^9$

13. \*\*Dí si es verdadero o falso:

- a)  $(-2)^5 = -2^5$
- b)  $(-7)^5 = 7^5$
- c)  $5^7 = (-5)^7$
- d)  $(-5)^8 = -5^8$
- e)  $5^8 = (-5)^8$
- f)  $(-3)^{10} = 3^{10}$

14. \*Expresa en metros, usando la notación científica, la distancias medias del Sol a los siguientes planetas:

a) Venus: 110 millones de km.

b) Júpiter: 780 millones de km

c) Urano: 2900 millones de km.

15. Escribe el área de un cuadrado de lado 9 cm en forma de potencia y calcula luego su valor.

  


16. \*Escribe en forma de potencia el volumen de agua que contiene un depósito cúbico cuya arista mide 10 m. ¿Cuántos litros contiene?

  


17. \*La cara de un dado tiene 60 mm. Escribe su volumen en forma de potencia y calcula el resultado.

  


18. Un círculo tiene de radio 8 cm. Escribe la fórmula que expresa su superficie y calcúlala tomando la aproximación  $\pi \approx 3'1416$ .

  


19. Expresa como potencia única:

- a)  $5^3 \cdot 5^2$
- b)  $10^5 \cdot 10^6$
- c)  $(-3)^3 \cdot (-3)^4$
- d)  $(-7)^2 \cdot (-7)^3$

20. \*Escribe los exponentes que faltan para que sean ciertas las igualdades siguientes:

- a)  $3^3 \cdot 3^\square = 3^{10}$
- b)  $(-8)^4 \cdot (-8)^3 = (-8)^\square$
- c)  $5^\square \cdot 5^\square = 5^6$
- d)  $5^\square \cdot 5^3 = 5^7$

21. \*Completa ahora las bases que faltan:

- a)  $\square^3 \cdot 5^7 = 5^{10}$
- b)  $\square^2 \cdot 9^3 = 9^5$
- c)  $2^5 \cdot 2^6 = \square^{11}$
- d)  $(-4)^4 \cdot \square^7 = (-4)^{11}$

22. Escribe como una única potencia:

- a)  $5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4$   
 b)  $4^3 \cdot 4^5 \cdot 4^3$   
 c)  $(-7)^3 \cdot (-7)^2 \cdot (-7)^4$   
 d)  $(-3)^3 \cdot (-3)^4 \cdot (-3)$

23. \*\*Escribe el valor que falta para que se cumpla la igualdad:

- a)  $\square^2 \cdot 7^6 = 7^8$   
 b)  $2^2 \cdot 8 = 2^\square$   
 c)  $(-3)^\square \cdot 9 = 81$   
 d)  $\square^4 \cdot \square^2 = 1\,000\,000$

24. Expresa como potencia única

- a)  $5^7 : 5^3$   
 b)  $10^{11} : 10^6$   
 c)  $(-7)^{15} : (-7)^3$   
 d)  $(-3)^9 : (-3)^5$

25. \*Escribe los exponentes que faltan para que sean ciertas las igualdades siguientes:

- a)  $3^{12} : 3^\square = 3^{10}$   
 b)  $(-8)^4 : (-8)^3 = (-8)^\square$   
 c)  $5^\square : 5^2 = 5^7$   
 d)  $5^8 : 5^\square = 5^6$

26. \*Completa ahora las bases que faltan:

- a)  $\square^3 : 5^7 = 5^3$   
 b)  $\square^6 : 9^2 = 9^4$   
 c)  $(-4)^9 : \square^7 = (-4)^2$   
 d)  $2^{10} : 2^6 = \square^4$

27. Expresa el resultado de las siguientes operaciones como una potencia única:

- a)  $\frac{2^3 \cdot 2^7}{2^3}$   
 b)  $\frac{3^{10}}{3^4} \cdot 3^2$   
 c)  $5^2 \cdot \frac{5^6}{5^2}$

28. Escribe como una potencia las siguientes “potencias de potencias”:

- a)  $(5^2)^4$   
 b)  $[(-3^2)]^4$   
 c)  $[(-7)^3]^2$   
 d)  $(3^2)^5$

29. Expresa como potencias de 2 o de 3, como en el ejemplo:

$$4^3 = (2^2)^3 = 2^6$$

- a) 9  
 b)  $27^2$   
 c)  $4^4$

30. Las medidas de los lados de un rectángulo son  $5^6$  y  $5^4$  metros, respectivamente. ¿Cuál es su área? Expresala en forma de potencia.


31. \*¿Cuántos centímetros cúbicos hay en un metro cúbico? Escribe la respuesta en forma de potencia.

--

32. \*Un cuadrado tiene de lado 8 metros. Calcula su área, expresándola como una potencia de 2.




33.\*Un depósito es un ortoedro que tiene 10 000 cm de largo, 1 000 cm de ancho y 100 cm de alto. Calcula su volumen, expresándolo como potencia de 10.

  


34.\*Una piscina tiene de volumen 10 m<sup>3</sup>. ¿Cuántos litros tiene de capacidad? Exprésalo como potencia.

  


35.\*\*Un solar rectangular tiene de superficie 3<sup>10</sup> metros cuadrados y de ancho 3<sup>6</sup> metros. ¿Cuánto tiene de largo?

  


36.\*\*Un depósito tiene de largo 10<sup>6</sup> centímetros y de alto 10<sup>4</sup> centímetros. Si su volumen es 10<sup>9</sup> centímetros cúbicos, ¿cuánto tiene de ancho?

  


37. Calcula las siguientes raíces cuadradas, como en el ejemplo:

$$\sqrt{4}=2 \text{ porque } 2^2=4$$

- a)  $\sqrt{9}$
- b)  $\sqrt{0'25}$
- c)  $\sqrt{-25}$
- d)  $\sqrt{36}$
- e)  $\sqrt{900}$
- f)  $\sqrt{10000}$

38. Un aula tiene planta cuadrada y su superficie mide 64 metros cuadrados.

a) ¿Cuánto mide el lado?

b) ¿Cuál es su perímetro?

39.\*Una vivienda tiene planta cuadrada de superficie 150 metros cuadrados.

¿Cuál es la medida de cada lado? Redondea el resultado hasta las décimas.

### Síntesis

40. Expresa en forma de potencia los siguientes productos:

- a)  $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$
- b)  $x \cdot x \cdot x \cdot x$
- c)  $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$
- d)  $(-a) \cdot (-a)$

41. Calcula el signo del resultado de las siguientes potencias:

- a)  $(-3)^{15}$
- b)  $(8)^{27}$
- c)  $(-7)^{20}$
- d)  $(-2)^{101}$

42. Aplica las propiedades de los exponentes para reducir a una única potencia:

- a)  $\frac{5^3 \cdot 5^2 \cdot 5^8}{5^4 \cdot 5^5}$
- b)  $\frac{2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^5}{2^4 \cdot 2}$
- c)  $\frac{7^4 \cdot 7^8}{(7^2)^3}$
- d) \*\*  $\frac{a^5 \cdot a^{10} \cdot a}{(a^3)^4 \cdot a^2}$

43.\*Expresa como una única potencia aplicando las propiedades de los exponentes:

- a)  $2^5 \cdot 4^3$
- b)  $2 \cdot 4 \cdot 8$
- c)  $81^5 : 3^8$
- d)  $2^{16} : 8^4$
- e)  $9 \cdot 3^4 \cdot 27$
- f)  $9^5 \cdot 3^{10}$

44. Completa, colocando el exponente adecuado:

- a)  $3^{\square} = 81$
- b)  $10^{\square} = 1\,000\,000$
- c)  $(-5)^{\square} = 25$
- d)  $(-2)^{\square} = 16$

45. Escribe el exponente que falta:

- a)  $(-3)^3 \cdot (-3)^{\square} = (-3)^8$
- b)  $8^7 \cdot 8^9 \cdot 8^{\square} = 8^{30}$
- c)  $5^{\square} : 5^{12} = 5^7$
- d)  $5^{20} : 5^{\square} = 5^6$

46. Expresa en notación científica:

- a) 900 000
- b) 15 000 000
- c) -20 000
- d) -30 000 000

47. Expresa cada número como potencia de dos formas distintas (sin exponente 1):

- a) 9
- b) 100
- c) 49

48.\*Expresa cada número como potencia de cuatro formas distintas (sin exponente 1):

- a) 16
- b) 81

49. ¿Las medidas de los lados de un rectángulo son  $3^4$  y  $3^5$  centímetros, respectivamente. ¿Cuál es su superficie? Exprésala en forma de potencia.


50. Un ortoedro tiene de largo 10 cm, de ancho 100 cm y de alto 1000 cm.

a) Expresa su volumen como un potencia de 10.

--

b) ¿Cuál es la superficie de su base?

--

51. Calcula las siguientes raíces cuadradas, explicando el por qué del resultado:

- a)  $\sqrt{1444}$
- b)  $\sqrt{-100}$
- c)  $\sqrt{625}$
- d)  $\sqrt{3721}$

52. Una finca tiene forma cuadrada con superficie 54756 metros cuadrados. ¿Cuánto mide cada lado de la finca? ¿Cuál es su perímetro?


## Autoevaluación

1.
  - a) Escribe en forma de potencia el producto:  
 $(-6) \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot (-6)$
  - b) ¿A qué número elevamos 2 para obtener 128?
  
2. Dí el signo del resultado, explicando cómo lo averiguas:
  - a)  $(-5)^{123}$
  - b)  $5^{27}$
  - c)  $(-8)^{102}$
  - d)  $(-8)^{102}$
  
3. Deja como una única potencia:
  - a)  $\frac{3^4 \cdot 3^2 \cdot 3^7}{3^3 \cdot 3^6}$
  - b)  $\frac{a^4 \cdot a^{12} \cdot a}{(a^3)^4 \cdot a^2}$
  
4. \*Expresa como una única potencia:
  - a)  $16 \cdot 2^5$
  - b)  $3^{23} : 27^5$
  - c)  $9^5 \cdot 3^{10}$
  - d)  $2^{20} : 4^5$
  
5. Completa, colocando el exponente adecuado:
  - a)  $2^{\square} = 64$
  - b)  $(-5)^{\square} : (-5)^{14} = (-5)^9$
  - c)  $a^9 \cdot a^7 \cdot a^{\square} = a^{25}$
  - d)  $(-3)^{\square} = -27$
  
6. Una nave tiene forma de ortoedro, cuya base es un rectángulo de superficie  $5^{10} \text{ cm}^2$  y cuya altura mide  $5^4 \text{ cm}^2$ .
  - a) Halla el largo de la base sabiendo que el ancho es  $5^4 \text{ cm}$ .
  - b) Halla el volumen de la nave, expresándolo como una potencia.
  
7. Un salón tiene forma cuadrada con una superficie de  $289 \text{ m}^2$ . ¿Cuál es su perímetro?

## Claves Autoevaluación

1.