POTENCIAS Y RAÍCES

ÍNDICE DE CONTENIDO 1. Potencias de números enteros......1 2. Producto de potencias......2 3. División de potencias......3 **Ejercicios** Cuestiones Autoevaluación Claves autoevaluación TIEMPO ESTIMADO 8 sesiones

1.POTENCIAS DE NÚMEROS ENTEROS

☑ CONCEPTO.

El producto resume una suma en la que todos los sumandos son iguales:

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 6$$

La potencia resume un producto en el que todos los factores son iguales:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^6$$

Se define la **potencia**:

$$b^n = b \cdot b \cdot \dots \cdot b$$

Se lee "b elevado a n" y en ella:

b → es la **base**

n → es el **exponente**

- ✓ Ejemplos. Hallemos el resultado e indiquemos la base y el exponente:
 - a) $2^3 =$

base =

exponente =

b) $(-5)^4 =$

base =

exponente =

c)
$$\left(\frac{4}{5}\right)^3 =$$

base =

exponente =

✓ Ejemplos. Escribamos en forma de potencia:

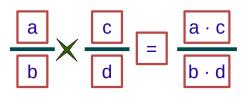
a)
$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$$

- b) $(-4)\cdot(-4)\cdot(-4)=$
- c) 2 =
- d) $(-8)\cdot(-8)=$

exponente

base = resultado

Recuerda cómo multiplicar fracciones:



☑ SIGNO.

Calculemos las siguientes potencias y respondamos a las preguntas que vienen a continuación:

$$2^{3} =$$

$$2^{2} =$$

$$3^{3} =$$

$$3^{5} =$$

$$(-2)^3 =$$

$$(-2)^4 =$$

$$(-3)^2 =$$

$$(-2)^3 = (-2)^4 = (-3)^2 = (-3)^5 =$$

$$(+)^n = +$$

Si la base es positiva, el resultado es siempre ______.

Si la base es negativa, el resultado puede ser _____

$$\left(-\right)^{\text{par}} = -$$

Completemos la siguiente tabla resume cómo depende el signo del resultado de la base y del exponente:

$$(-)^{impar} =$$

 $a^{-} a^{-} = a^{-} + a^{-}$

✔ Ejemplo. Escribamos el signo del resultado:

a)
$$12^{25}$$
=

b)
$$(-3)^{35}$$
=

c)
$$(-3)^{80} =$$

2.PRODUCTO DE POTENCIAS

Veamos cómo resumir productos de potencias de igual base:

$$3^4 \cdot 3^5 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4} \cdot \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{5} = 3^9$$

$$(-2)^2 \cdot (-2)^3 = \underbrace{(-2) \cdot (-2)}_2 \cdot \underbrace{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)}_3 = (-2)^5$$

Regla: para multiplicar potencias de igual base se deja la misma base y se suman los exponentes:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

✓ <u>Ejemplo.</u> Dejemos como potencia única:

a)
$$5^3 \cdot 5^4 =$$

b)
$$(-4)^5 \cdot (-4)^6 =$$

3.DIVISIÓN DE POTENCIAS

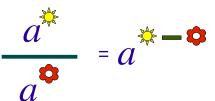
Veamos cómo resumir divisiones de potencias de igual base:

$$\frac{3^7}{3^2} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3} = 3^5$$

<u>Regla</u>: para dividir potencias de igual base se deja la misma base y se restan los exponentes:

$$a^m: a^n = a^{m-n}$$

- ✔ Ejemplo. Dejemos como potencia única:
- a) $5^7:5^4=$
- b) $\frac{(-2)^{20}}{(-2)^{14}} =$



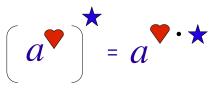
4.POTENCIA DE UNA POTENCIA

A veces nos encontramos una potencia elevada a otro número. Es fácil simplificar:

<u>Regla</u>: para simplificar la potencia de una potencia multiplicamos los exponentes:

$$\left(a^{m}\right)^{n}=a^{m\cdot n}$$

- ✓ Ejemplo. Dejemos como potencia única:
 - a) $(3^5)^4 =$
 - b) $((-2)^3)^4 =$
 - c) $(7^2)^3 =$



5.RAÍCES CUADRADAS

Ya has estudiado antes las raíces cuadradas. Recordemos el concepto:

Llamamos **raíz cuadrada** del número a al número b que multiplicado por sí mismo da como resultado a:

$$\sqrt{a} = b$$
 significa $b^2 = a$

✓ Ejemplos:

- a) $\sqrt{9}$ =
- porque
- b) $\sqrt{25} =$
- porque
- c) $\sqrt{15} =$
- porque
- d) $\sqrt{7}$ =
- porque

✓ Cuidado. Intenta con tu calculadora hallar

- a) $\sqrt{-4} =$
- b) $\sqrt{-25} =$

¿Tienen los números negativos raíz cuadrada? _____



6.RAÍCES CÚBICAS

Como ampliación veamos el concepto de raíz cúbica:

Llamamos **raíz cúbica** del número a al número b que elevado al cubo da como resultado a:

$$\sqrt[3]{a} = b$$
 significa $b^3 = a$

- Ejemplos:
 - a) $\sqrt[3]{1} =$

porque

b) $\sqrt[3]{8} =$

porque

c) $\sqrt[3]{27}$ =

porque

d) $\sqrt[3]{5}$ =

porque

b) Cuidado:

- a) $\sqrt[3]{-8} =$
- b) $\sqrt[3]{-27} =$

¿Tienen los números negativos raíz cúbica? _____



Ejercicios

1. Desarrolla y calcula el resultado, como el ejemplo:

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

- a) $(-2)^5$
- b) 4³
- c) $(-1)^4$
- d) $(-3)^4$
- 2. Expresa en forma de potencia:
 - a) 5.5.5.5.5
 - b) $(-1)\cdot(-1)$
 - c) $(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)$
 - d) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$
- **3.** ¿A qué número hay que elevar 2 para obtener el siguiente resultado?
 - a) 4
 - b) 2
 - c) 64
 - d) 16
- 4. Completa, colocando la base adecuada:
 - a) $(\Box)^3 = 27$
 - b) $(\Box)^3 = 8$
 - c) $(\Box)^3 = -8$
 - d) $(\Box)^2 = 25$
- 5. Completa, colocando el exponente adecuado:
 - a) $5^{\Box} = 125$
 - b) $10^{\square} = 100000$
 - c) $(-2)^{\square} = 16$
 - d) $(-3)^{\square} = 81$

- **6.** Escribe como potencias de 10:
 - a) -1 000
 - b) -100 000
 - c) 100 000 000
 - d) 1 000 000
- **7.** Expresa cada número como dos cuadrados, tal y como está en el ejemplo:

$$25=5^2=(-5)^2$$

- a) 49
- b) 9
- c) 16
- d) 100
- **8.** *Escribe los siguientes números como cuatro potencias distintas:
 - a) 16
 - b) 64
 - c) 10 000
 - d) 81
- 9. Expresa en notación científica, como en el ejemplo:

$$3000 = 3.1000 = 3.10^3$$

- a) 8000000
- b) 5000000000
- c) 300000
- d) 700000000
- **10.**Expresa las sumas como productos y los productos como potencias:
 - a) a+a+a+a
 - b) $b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$
 - c) x+x+x
 - d) $x \cdot x \cdot x$
 - e) b+b+b+b+b
 - f) $a \cdot a \cdot a \cdot a$

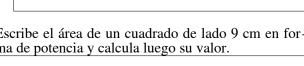
- 11. Calcula el resultado de las siguientes potencias:
 - $(-1)^{20}$ a)
 - $(-1)^{105}$ b)
 - $(-1)^{17}$ c)
 - $(-1)^{17}$ d)
- 12. Calcula el signo del resultado de las siguientes potencias:
 - a) $(-2)^{5}$
 - $(7)^5$ b)
 - c) $(-3)^9$
 - $(-5)^9$ d)
- 13.**Dí si es verdadero o falso:
 - $(-2)^5 = -2^5$
 - b) $(-7)^5 = 7^5$
 - $5^7 = (-5)^7$ c)
 - d) $(-5)^8 = -5^8$
 - e) $5^8 = (-5)^8$
 - $(-3)^{10}=3^{10}$
- 14.*Expresa en metros, usando la notación científica, la distancias medias del Sol a los siguientes planetas:
 - a) Venus: 110 millones de km.

b) Júpiter: 780 millones de km

c) Urano: 2900 millones de km.

- 1	1	
- 1	1	
	1	
- 1	1	
- 1	1	
	1	
- 1	1	
- 1		

15. Escribe el área de un cuadrado de lado 9 cm en forma de potencia y calcula luego su valor.



16.*Escribe en forma de potencia el volumen de agua que contiene un depósito cúbico cuya arista mide 10 m. ¿Cuántos litros contiene?

17.*La cara de un dado tiene 60 mm. Escribe su volumen en forma de potencia y calcula el resultado.

18. Un círculo tiene de radio 8 cm. Escribe la fórmula que expresa su superficie y calcúlala tomando la aproximación $\pi \approx 3'1416$.

- 19. Expresa como potencia única:
 - a) $5^3 \cdot 5^2$
 - b) $10^5 \cdot 10^6$
 - c) $(-3)^3 \cdot (-3)^4$
 - d) $(-7)^2 \cdot (-7)^3$
- 20.*Escribe los exponentes que faltan para que sean ciertas las igualdades siguientes:
 - $3^3 \cdot 3^{\square} = 3^{10}$
 - b) $(-8)^4 \cdot (-8)^3 = (-8)^{\square}$
 - c) $5^{\Box} \cdot 5^{\Box} = 5^{6}$
 - $5^{\Box} \cdot 5^3 = 5^7$ d)
- 21.*Completa ahora las bases que faltan:
 - $\square^3 \cdot 5^7 = 5^{10}$
 - b) $\Box^2 \cdot 9^3 = 9^5$
 - c) $2^5 \cdot 2^6 = \square^{11}$
 - d) $(-4)^4 \cdot \square^7 = (-4)^{11}$

- 22. Escribe como una única potencia:
 - a) $5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4$
 - b) $4^3 \cdot 4^5 \cdot 4^3$
 - c) $(-7)^3 \cdot (-7)^2 \cdot (-7)^4$
 - d) $(-3)^3 \cdot (-3)^4 \cdot (-3)$
- 23.**Escribe el valor que falta para que se cumpla la igualdad:
 - a) $\Box^2 \cdot 7^6 = 7^8$
 - b) $2^2 \cdot 8 = 2^{\square}$
 - c) $(-3)^{\square} \cdot 9 = 81$
 - d) $\Box^4 \cdot \Box^2 = 1\,000\,000$
- 24. Expresa como potencia única
 - a) $5^7:5^3$
 - b) $10^{11}:10^6$
 - c) $(-7)^{15}:(-7)^3$
 - d) $(-3)^9:(-3)^5$
- **25.***Escribe los exponentes que faltan para que sean ciertas las igualdades siguientes:
 - a) $3^{12}:3^{\square}=3^{10}$
 - b) $(-8)^4:(-8)^3=(-8)^{\square}$
 - c) $5^{\square}:5^2=5^7$
 - d) $5^8:5^{\square}=5^6$
- **26.***Completa ahora las bases que faltan:
 - a) $\Box^3:5^7=5^3$
 - b) $\Box^6:9^2=9^4$
 - c) $(-4)^9 : \square^7 = (-4)^2$
 - d) $2^{10}: 2^6 = \square^4$

- **27.**Expresa el resultado de las siguientes operaciones como una potencia única:
 - a) $\frac{2^3 \cdot 2^7}{2^3}$
 - b) $\frac{3^{10}}{3^4} \cdot 3^2$
 - c) $5^2 \cdot \frac{5^6}{5^2}$
- **28.**Escribe como una potencia las siguientes "potencias de potencias":
 - a) $(5^2)^4$
 - b) $[(-3^2)]^4$
 - c) $[(-7)^3]^2$
 - d) $(3^2)^5$
- **29.**Expresa como potencias de 2 o de 3, como en el ejemplo:

$$4^3 = (2^2)^3 = 2^6$$

- a) 9
- b) 27²
- c) 4⁴
- **30.**Las medidas de los lados de un rectángulo son 56 y 54 metros, respectivamente. ¿Cuál es su área? Exprésala en forma de potencia.

L			

31.*¿Cuántos centímetros cúbicos hay en un metro cúbico? Escribe la respuesta en forma de potencia.

32.*Un cuadrado tiene de lado 8 metros. Calcula su área, expresándola como una potencia de 2.

33.*Un depósito es un ortoedro que tiene 10 000 cm de largo, 1 000 cm de ancho y 100 cm de alto. Calcula su volumen, expresándolo como potencia de 10.

34.*Una piscina tiene de volumen 10 m³. ¿Cuántos litros tiene de capacidad? Exprésalo como potencia.

35.**Un solar rectangular tiene de superficie 3¹⁰ metros cuadrados y de ancho 3⁶ metros. ¿Cuánto tiene de largo?

36.**Un depósito tiene de largo 10⁶ centímetros y de alto 10⁴ centímetros. Si su volumen es 10⁹ centímetros cúbicos, ¿cuánto tiene de ancho?

37.Calcula las siguientes raíces cuadradas, como en el ejemplo:

 $\sqrt{4} = 2$ porque $2^2 = 4$

- a) $\sqrt{9}$
- b) $\sqrt{0'25}$
- c) $\sqrt{-25}$
- d) $\sqrt{36}$
- e) $\sqrt{900}$
- f) $\sqrt{10000}$
- **38.**Un aula tiene planta cuadrada y su superficie mide 64 metros cuadrados.
 - a) ¿Cuánto mide el lado?

b) ¿Cuál es su perímetro?

39.*Una vivienda tiene planta cuadrada de superficie 150 metros cuadrados.

¿Cuál es la medida de cada lado? Redondea el resultado hasta las décimas.

- 1	

Síntesis

- **40.**Expresa en forma de potencia los siguientes productos:
 - a) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$
 - b) $x \cdot x \cdot x \cdot x$
 - c) $(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)$
 - d) $(-a)\cdot(-a)$
- **41.**Calcula el signo del resultado de las siguientes potencias:
 - a) $(-3)^{15}$
 - b) (8)²⁷
 - c) $(-7)^{20}$
 - d) $(-2)^{101}$
- **42.** Aplica las propiedades de los exponentes para reducir a una única potencia:
 - a) $\frac{5^3 \cdot 5^2 \cdot 5^5}{5^4 \cdot 5^5}$
 - b) $\frac{2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^5}{2^4 \cdot 2}$
 - c) $\frac{7^4 \cdot 7^8}{(7^2)^3}$
 - d) ** $\frac{a^5 \cdot a^{10} \cdot a}{(a^3)^4 \cdot a^2}$

- **43.***Expresa como una única potencia aplicando las propiedades de los exponentes:
 - a) $2^5 \cdot 4^3$
 - b) 2·4·8
 - c) $81^5:3^8$
 - d) 2¹⁶:8⁴
 - e) $9.3^4.27$
 - f) $9^5 \cdot 3^{10}$
- 44. Completa, colocando el exponente adecuado:
 - a) $3^{\Box} = 81$
 - b) $10^{\square} = 1000000$
 - c) $(-5)^{\square} = 25$
 - d) $(-2)^{\square} = 16$
- **45.**Escribe el exponente que falta:
 - a) $(-3)^3 \cdot (-3)^{\square} = (-3)^8$
 - b) $8^7 \cdot 8^9 \cdot 8^{\square} = 8^{30}$
 - c) $5^{\square}:5^{12}=5^7$
 - d) $5^{20}:5^{\square}=5^6$
- **46.**Expresa en notación científica:
 - a) 900 000
 - b) 15 000 000
 - c) -20000
 - d) -30000000
- **47.**Expresa cada número como potencia de dos formas distintas (sin exponente 1):
 - a) 9
 - b) 100
 - c) 49

- **48.***Expresa cada número como potencia de cuatro formas distintas (sin exponente 1):
 - a) 16
 - b) 81
- **49.**¿Las medidas de los lados de un rectángulo son 3⁴ y 3⁵ centímetros, respectivamente. ¿Cuál es su superficie? Exprésala en forma de potencia.

- **50.**Un ortoedro tiene de largo 10 cm, de ancho 100 cm y de alto 1000 cm.
 - a) Expresa su volumen como un potencia de 10.

 ~	 			_			

b) ¿Cuál el la superficie de su base?

- **51.**Calcula las siguientes raíces cuadradas, explicando el por qué del resultado:
 - a) $\sqrt{1444}$
 - b) $\sqrt{-100}$
 - c) $\sqrt{625}$
 - d) $\sqrt{3721}$
- **52.**Una finca tiene forma cuadrada con superficie 54756 metros cuadrados. ¿Cuánto mide cada lado de la finca? ¿Cuál es su perímetro?

Autoevaluación

- 1
- a) Escribe en forma de potencia el producto:

$$(-6)\cdot(-6)\cdot(-6)\cdot(-6)\cdot(-6)$$

b) ¿A qué número elevamos 2 para obtener 128?

- **2.** Dí el signo del resultado, explicando cómo lo averiguas:
 - a) $(-5)^{123}$
 - b) 5²⁷
 - c) $(-8)^{102}$
 - d) $(-8)^{102}$
- 3. Deja como una única potencia:
 - a) $\frac{3^4 \cdot 3^2 \cdot 3^7}{3^3 \cdot 3^6}$
 - b) $\frac{a^4 \cdot a^{12} \cdot a}{\left(a^3\right)^4 \cdot a^2}$
- **4.** *Expresa como una única potencia:
 - a) $16 \cdot 2^5$
 - b) $3^{23}:27^5$
 - c) $9^5 \cdot 3^{10}$
 - d) $2^{20}:4^5$
- 5. Completa, colocando el exponente adecuado:
 - a) $2^{\Box} = 64$
 - b) $(-5)^{\square}$: $(-5)^{14}$ = $(-5)^{9}$
 - c) $a^9 \cdot a^7 \cdot a^{\square} = a^{25}$
 - d) $(-3)^{\square} = -27$

- **6.** Una nave tiene forma de ortoedro, cuya base es un rectángulo de superficie 5¹⁰ cm² y cuya altura mide 5⁴ cm².
 - a) Halla el largo de la base sabiendo que el ancho es 5⁴ cm.

b) Halla el volumen de la nave, expresándolo como una potencia.

7. Un salón tiene forma cuadrada con una superficie de 289 m². ¿Cuál es su perímetro?

Potencias y Raíces Matemáticas 2º ESO

Claves Autoevaluación

1.