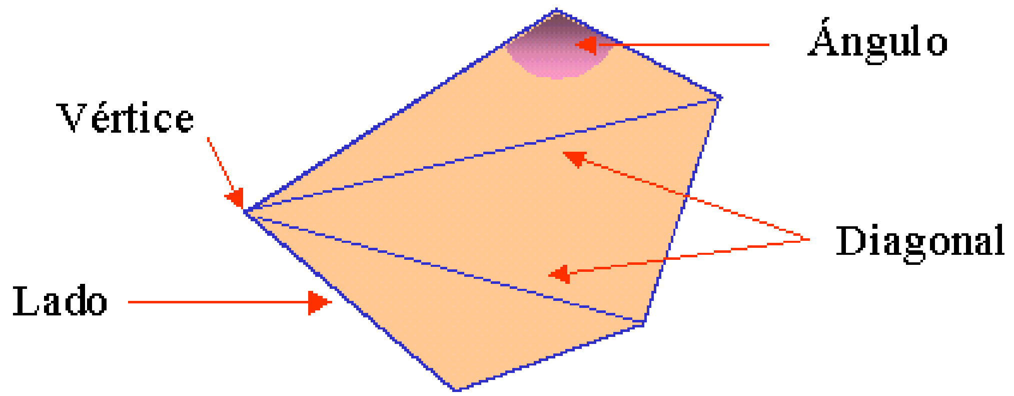
Polígonos

Las regiones del plano más sencillas son aquellas limitadas por segmentos. Son los polígonos.



Los elementos de un polígono son:

Lados: Segmentos que lo limitan.

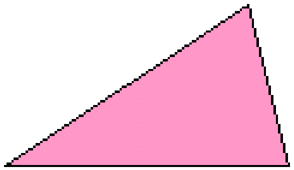
Vértices: Puntos donde concurren dos lados.

Ángulos: Regiones determinadas por dos lados contiguos y que contiene al polígono o una parte.

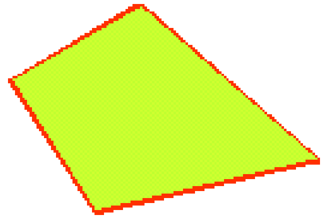
Diagonal: Segmentos determinados por dos vértices no consecutivos.

Clasificación de polígonos

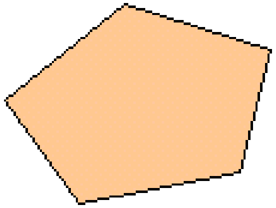
Según el número de lados:



Triángulo (3)

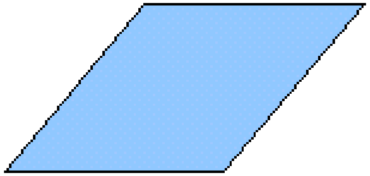


Cuadrilátero (4)

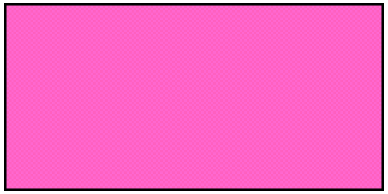


Pentágono (5)

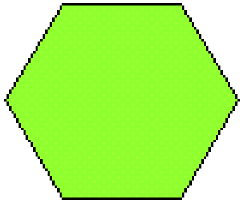
Según los lados y ángulos:



Polígono equilátero.
Los lados son iguales



Polígono equiángulo.
Los ángulos son iguales

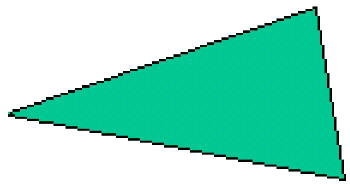


Polígono regular.
Lados iguales;
ángulos iguales

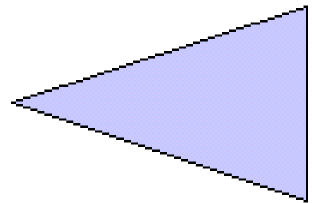
Triángulos

Se clasifican atendiendo a la medida de sus lados y de sus ángulos.

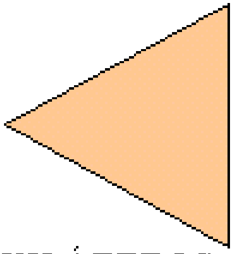
Por sus lados



ESCALENOS
3 lados desiguales

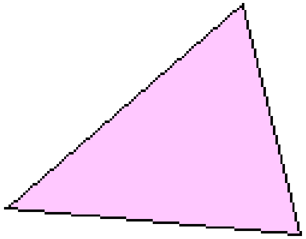


ISÓSCELES
2 lados iguales

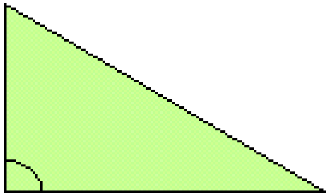


EQUILÁTEROS
3 lados iguales

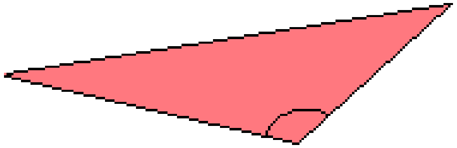
Por sus ángulos



ACUTÁNGULOS
3 ángulos agudos



RECTÁNGULOS
1 ángulo recto



OBTUSÁNGULOS
1 ángulo obtuso

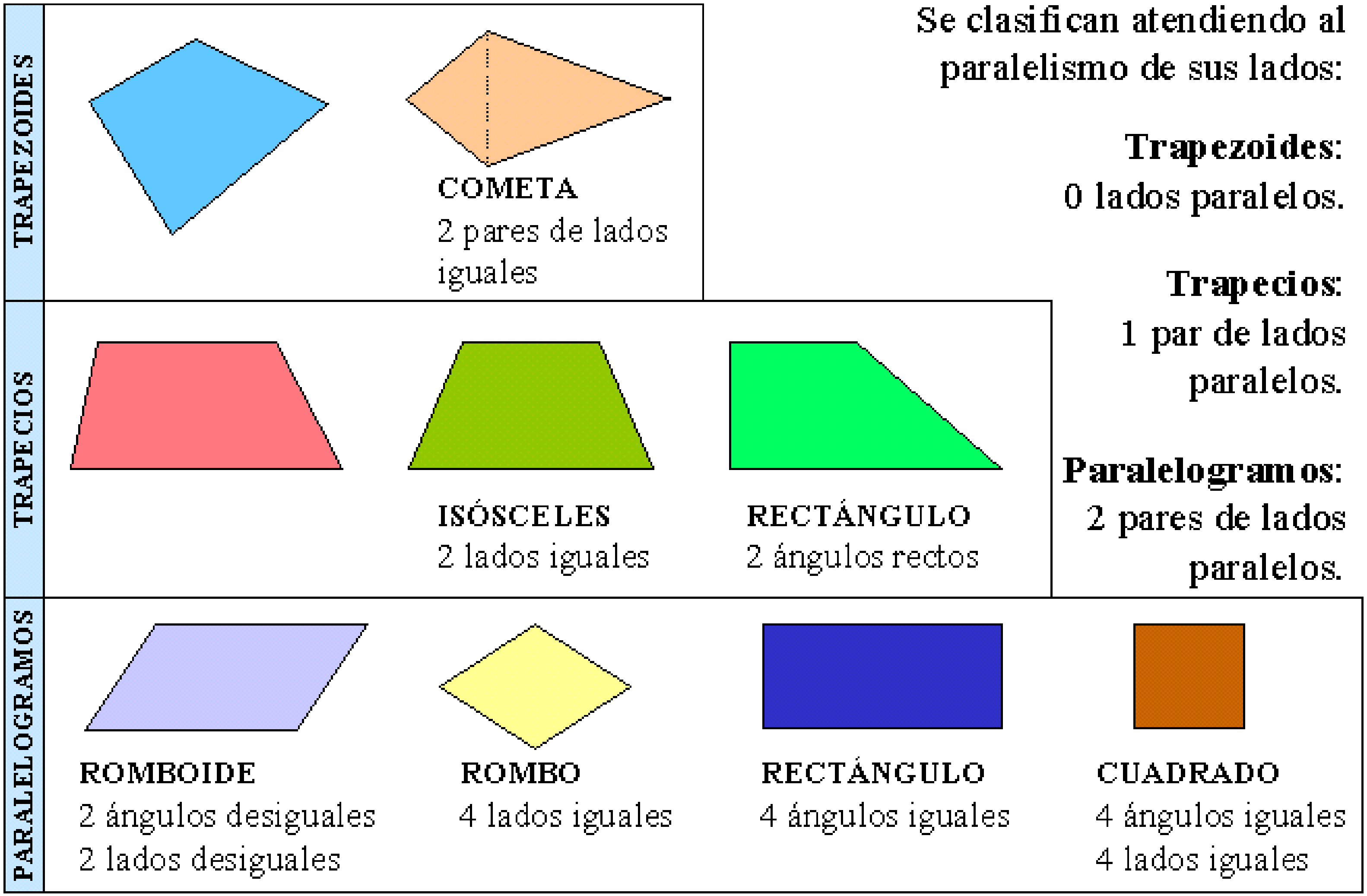
Cuadriláteros

Se clasifican atendiendo al paralelismo de sus lados:

Trapezoides: 0 lados paralelos.

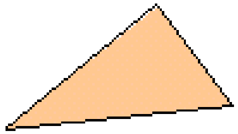
Trapecios: 1 par de lados paralelos.

Paralelogramos: 2 pares de lados paralelos.

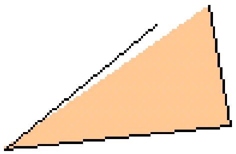


Polígonos iguales

Un triángulo construido con varillas no puede deformarse. Por ejemplo, si se estira, se rompe.

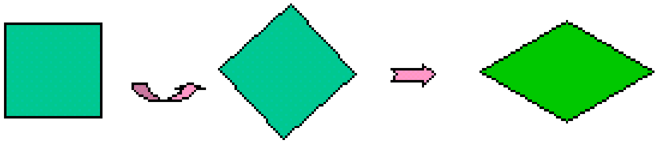


Si estiramos del lado, rompemos el triángulo



Si al superponer dos triángulos estos coinciden, los lados y los ángulos también coinciden.

Un cuadrado puede estirase y convertirse en un rombo.



El cuadrado y el rombo tienen los cuatro lados iguales pero los dos polígonos no son iguales.

Un cuadrado y un rectángulo tienen los cuatro lados iguales pero los dos polígonos no son iguales.

Dos polígonos son iguales si tienen los lados y los ángulos correspondientes iguales.

Criterios de igualdad de triángulos. Criterio 1

Dos triángulos son iguales si tienen los tres lados iguales y los tres ángulos iguales.

Para determinar si dos triángulos son iguales no es necesario comprobar que tienen los tres lados y los tres ángulos iguales.

Los criterios de igualdad de triángulos simplifican la comprobación.

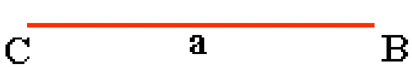
Por ejemplo, que un triángulo sea indeformable implica que con tres medidas de lados sólo se pueda hacer un triángulo. Este es el primer criterio.

Criterio 1: Dos triángulos son iguales si tienen los tres lados iguales.

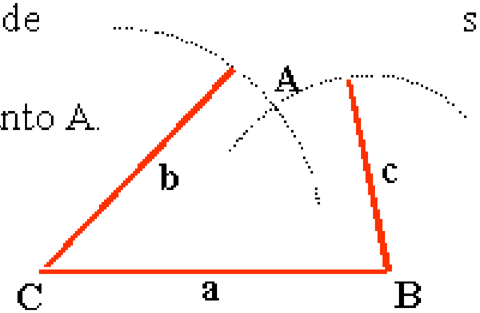
Con los lados: a b c

se puede formar un único triángulo. Observa:

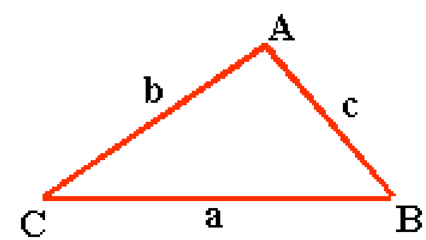
· Tomamos el lado **a**



· Con centros en C y en B trazamos arcos de radios **b** y **c**. Se cortan en el punto A.



· Uniendo A con C y A con B se obtiene el triángulo ABC.



Criterio 2

Criterio 2: Dos triángulos son iguales si tienen iguales dos lados y si el ángulo comprendido entre ellos es igual.

Datos:

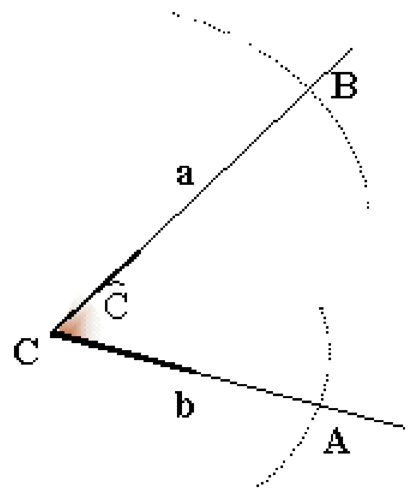
Con estos tres datos sólo se puede formar un triángulo.

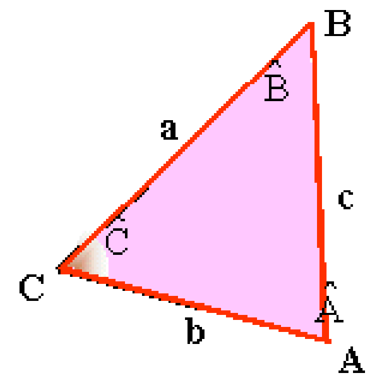
Observa:

· Se construye el ángulo C. Puede hacerse con un transportador o con un compás.

· A partir del vértice C se llevan, con un compás segmentos de longitud **a** y **b**.

· Para cerrar el triángulo se unen los puntos A y B y se obtiene el triángulo ABC.

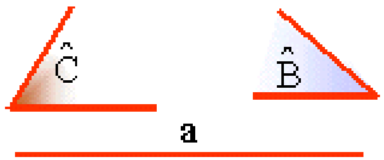




Criterio 3

Criterio 3: Dos triángulos son iguales si tienen iguales un lado y los ángulos contiguos.

Datos:



Con estos tres datos se puede formar un único triángulo.

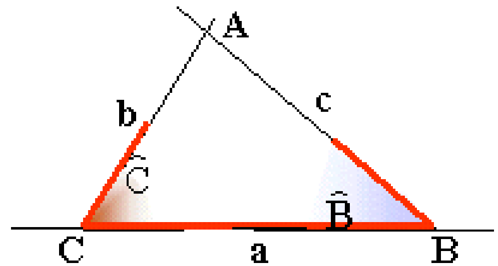
Observa:

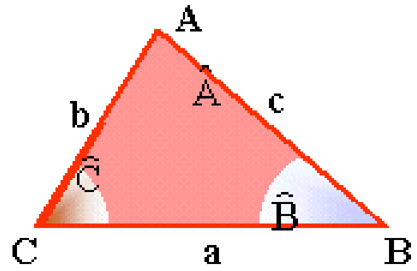
· Tomamos sobre una recta el lado **a**. Sus extremos, C y B, serán los vértices del triángulo.

· En el vértice C se construye el ángulo C.

· En el vértice B se construye el ángulo B.

· El punto común de los lados **b** y **c** es el vértice A.





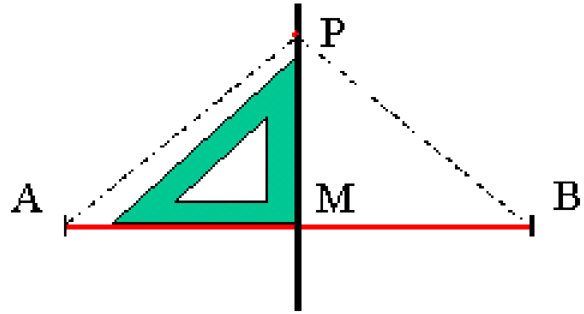
· Se obtiene así el triángulo ABC.

Mediatrices de un triángulo

En la figura de la derecha se ha dibujado el segmento AB.

Con una regla hallamos el punto medio M.

La perpendicular al segmento AB por el punto M, que podemos trazar con una escuadra, se llama **mediatriz**.



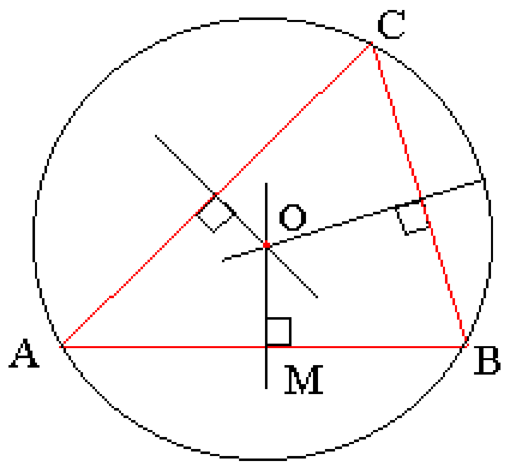
Cada punto de la mediatriz está a igual distancia de los extremos del segmento.

Si P es de la mediatriz, se verifica que PA = PB.

Mediatrices de un triángulo son las tres mediatrices de los lados.

· El punto donde se cortan las mediatrices se llama **circuncentro**, y equidista de los vértices del triángulo.

· El circuncentro es el centro de la **circunferencia circunscrita** al triángulo.



Construcción de la mediatriz con regla y compás

EJERCICIO. *Trazar la mediatriz de un segmento AB utilizando regla y compás.*

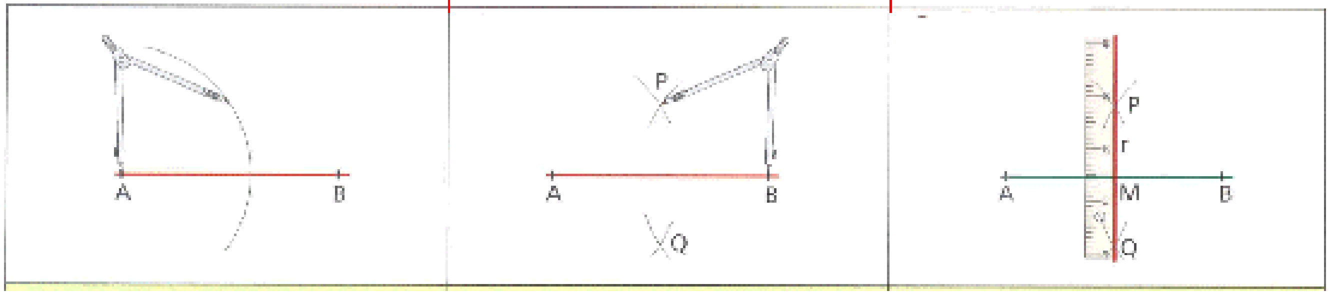
Utilizaremos la propiedad de la mediatriz: "Cada punto de punto de la mediatriz está a igual distancia de los extremos del segmento".

1. Abre un compás con un radio mayor que la mitad del segmento **AB**.

Dibuja un arco con centro en **A**.

2. Con el mismo radio, dibuja un arco con centro en **B** de modo que corte al anterior en los puntos **P** y **Q**.

3. Dibuja la recta **PQ**. Esta recta **PQ** es perpendicular a la recta **AB**.
M es el punto medio de **AB**.



Se cumple que:
PA = PB y **QA = QB**

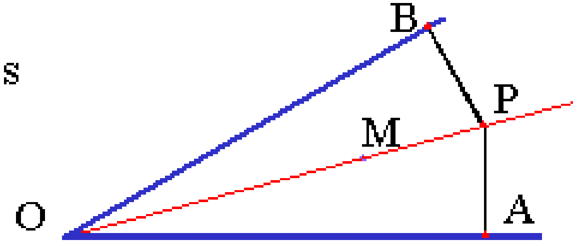
En consecuencia, la recta **PQ** es la mediatriz del segmento **AB**.

Bisectrices de un triángulo

Trazamos un ángulo.

Lo medimos con un transportador y señalamos un punto M en la mitad del arco que abarca.

La semirrecta OM, que divide al ángulo en dos ángulos iguales es la **bisectriz**.



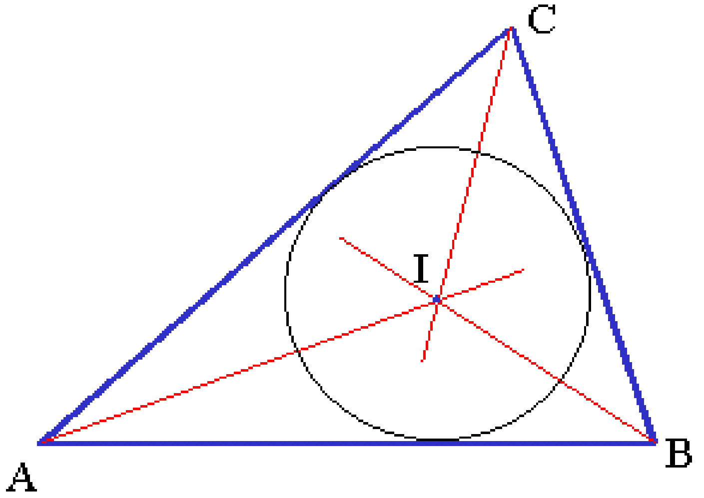
Cada punto de la bisectriz está a igual distancia de los lados del ángulo.

Si P es de la bisectriz, se cumple que PA = PB

Bisectrices de un triángulo son las bisectrices de los ángulos.

El punto donde se cortan las bisectrices se llama **incentro**, y equidista de los lados del triángulo.

El incentro es el centro de una circunferencia tangente a los tres lados y se llama **circunferencia inscrita**.



Construcción de la bisectriz con regla y compás

EJERCICIO. *Trazar la bisectriz de un ángulo AOB utilizando regla y compás.*

Utilizaremos la propiedad de la bisectriz: "Cada punto de la bisectriz está a igual distancia de los lados del ángulo".

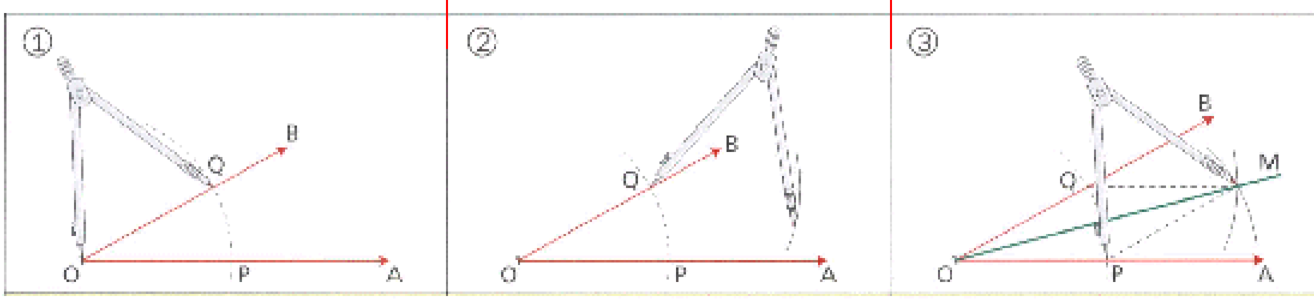
1. Traza un arco cualquiera con centro en **O**.

Sea el arco **PD**.

2. Con el mismo radio, dibuja un arco con centro en **Q.**

3. Con el mismo radio, dibuja otro arco con centro en **P**.

M es el punto de intersección.



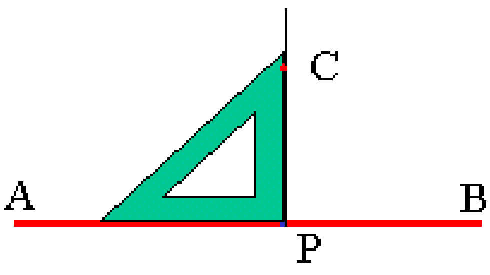
OM es la bisectriz del ángulo dado.

Esto es así porque los triángulos **OMP** y **OMQ** son iguales por tener los tres lados iguales.

Alturas de un triángulo

En la figura de la derecha se ha dibujado una recta AB y un punto exterior C.

El punto P, corte de la perpendicular a la recta AB por el punto C con el segmento AB, se llama **pie de la perpendicular trazada por C.**



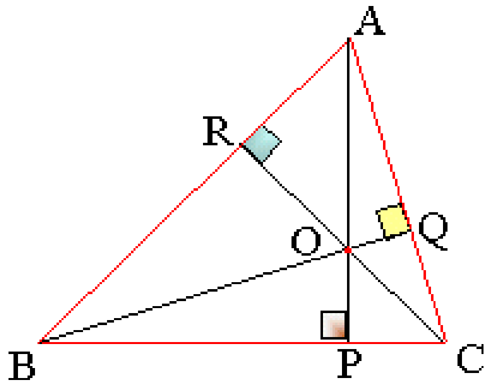
Observa ahora el triángulo ABC.

Por cada vértice del triángulo se traza la perpendicular al lado opuesto.

Alturas de un triángulo son las rectas perpendiculares trazadas desde cada vértice al lado opuesto o su prolongación.

· Cuando se trata de calcular áreas, la altura sobre un lado es la medida del segmento AP, BQ o CR, dependiendo de la base elegida.

· El punto O donde se cortan las tres alturas se llama **ortocentro**.

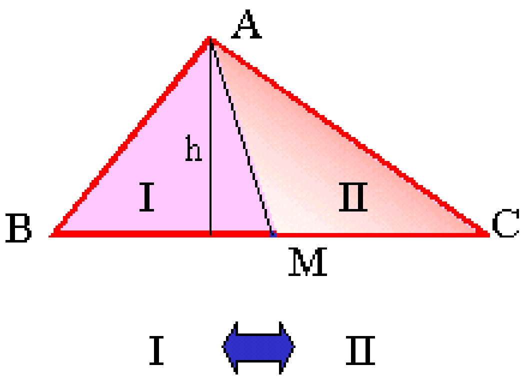


Medianas de un triángulo

Observa el triángulo de la figura.

Si se traza un segmento que va desde un vértice al punto medio del lado opuesto, el triángulo queda dividido en dos triángulos que tienen la misma área.

Es evidente, pues ambos tienen la misma altura, h, y la misma base, la mitad de BC, pues BM = MC.

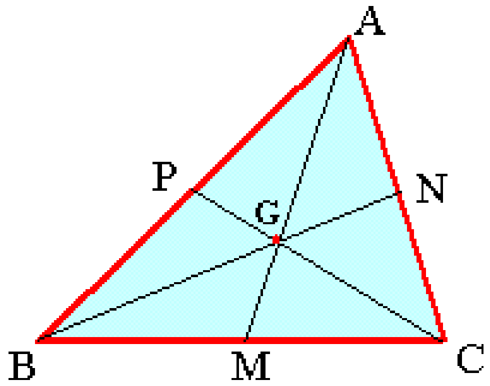


Para el triángulo ABC trazamos por cada vértice la recta que pasa por el punto medio del lado opuesto.

Las medianas de un triángulo son las rectas que pasan por el vértices y el punto medio del lado opuesto.

· También se llama medianas a los segmentos determinados por cada vértice y el punto medio del lado opuesto: **AM, BN, CP.**

· El punto G donde se cortan las tres medianas se llama **baricentro.**



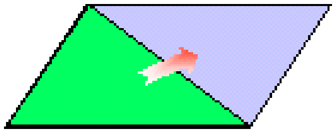
Resolución de problemas

PROBLEMA

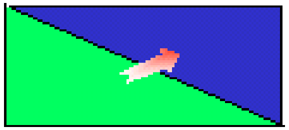
a) ¿Qué elementos son necesarios para construir un paralelogramo?
b) Relacionar estos casos con los de la construcción de triángulos.

Como puede observarse, trazando una diagonal, los paralelogramos se descomponen en dos triángulos iguales. En el caso de un rombo, sus dos diagonales lo dividen en cuatro triángulos iguales.

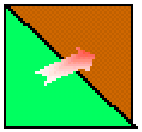
En todos los casos el paralelogramos está determinado por un triángulo.



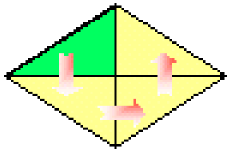
ROMBOIDE



RECTÁNGULO



CUADRADO



ROMBO

Según los criterios de igualdad de triángulos, el triángulo coloreado queda definido por tres elementos: 1) los tres lados; 2) dos lados y el ángulo comprendido; 3) Un lado y los ángulos contiguos.

Se tendrán en cuenta, además, las características (de ángulos y lados) de cada uno de los paralelogramos.