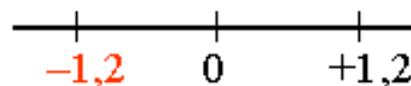


Números decimales

En nuestro sistema de numeración, las distintas unidades se forman por agrupación de diez unidades del orden inmediato inferior.

MULTIPLoS	1 millar	= 10 C	= 1000 u
	1 centena	= 10 D	= 100 u
	1 decena	= 10 u	= 10 u
1 unidad = 1 u			
SUBMULTIPLoS	1 décima	= $\frac{1}{10}$ u	= 0,1 u
	1 centésima	= $\frac{1}{10}$ d	= 0,01 u
	1 milésima	= $\frac{1}{10}$ c	= 0,001 u

Los números decimales se amplían añadiendo por cada decimal positivo su opuesto (decimal negativo).



Parte entera y parte decimal de un número

Tomamos el número 15,47.

Tiene dos partes:

- la parte entera: 15
- la parte decimal: 0,47

La coma separa la parte entera de la decimal.

Podemos descomponer de distintas maneras el número 15,47.

Número	Descomposición	Lectura
15,47	$15 + 0,47$	15 unidades y 47 centésimas.
15,47	$10 + 5 + 0,47$	1 decena, 5 unidades y 47 centésimas.
15,47	$10 + 5 + 0,4 + 0,07$	1 decena, 5 unidades, 4 décimas y 7 centésimas.
15,47	$15,40 + 0,07$	154 décimas y 7 centésimas.

EJERCICIO

Escribe en cada caso el número correspondiente:

a) 8 u y 31 c



8,31

b) 25 d y 7 c



2,57

c) 143 d



14,3

d) 42 u y 3 c



42,03

Suma y resta de números decimales

$$0,48 + 0,19 = 0,67 \quad | \quad 0,48 - 0,19 = 0,29$$

En la práctica:

$\begin{array}{r} 0,48 \\ + 0,19 \\ \hline 0,67 \end{array}$		$\begin{array}{r} 0,48 \\ - 0,19 \\ \hline 0,29 \end{array}$
--	--	--

Para sumar o restar números decimales:

- Se escriben uno debajo de otro, de manera que estén alineadas las comas decimales y las unidades de los mismos órdenes.
- Se suman o restan como si fueran números naturales.
- Al resultado se le coloca la coma decimal alineada.

EJERCICIO

Haz las operaciones siguientes:

a) $12,05 + 0,98 + 1,12$

$$\begin{array}{r} 12,05 \\ 0,98 \\ + 1,12 \\ \hline 14,15 \end{array}$$

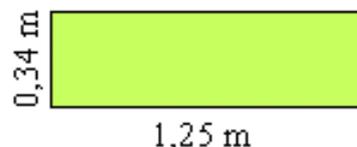
b) $23,5 - 4,18$

$$\begin{array}{r} 23,5 \\ - 4,18 \\ \hline 19,32 \end{array}$$

Multiplicación de números decimales

¿Cuál es la superficie del rectángulo de la figura?

Calculamos: $1,25 \cdot 0,34$.



$$1,25 \cdot 0,34 = \frac{125}{100} \cdot \frac{34}{100} = \frac{125 \cdot 34}{10000} = 0,425$$

Su superficie será $0,425 \text{ m}^2$.

En la práctica:

$$\begin{array}{r} 1,25 \\ \times 0,34 \\ \hline 500 \\ 375 \\ \hline 0,4250 \end{array}$$

Para **multiplicar dos números decimales**:

- Se multiplican como si fueran naturales.
- El resultado tiene tantas cifras decimales como la suma de las cifras decimales de los factores.

División de números decimales

¿Cuál es el número que multiplicado por 1,4 es igual a 5,04?

El número será: $5,04 : 1,4$

$$5,04 : 1,4 = (5,04 \cdot 10) : (1,4 \cdot 10) = 50,4 : 14 = 3,6$$

Recuerda que el cociente de dos números no cambia si se multiplican el dividendo y el divisor por el mismo número.

En la práctica:

$$5,04 \overline{) 1,4} \quad \longleftrightarrow \quad \begin{array}{r} 50,4 \overline{) 14} \\ 84 \quad 3,6 \\ 0 \end{array}$$

Para dividir dos números decimales:

- Se multiplican el dividendo y el divisor por 10, 100..., hasta que el divisor sea un número natural.
- Se hace la división con los nuevos términos.

Una aplicación: porcentajes

Observa el anuncio de rebajas.

Significa que:

- Por cada 100 € de coste te descuentan 15 €.
- Por cada 100 € de coste pagas 85 €.



a) Una camisa tiene un precio normal de 27 €. ¿Cuánto costará en las rebajas?

$$85 \% \text{ de } 27 = 0,85 \cdot 27 = 22,95 \text{ €.}$$

b) El precio rebajado de una minicadena es 185 €. ¿Cuál es su precio normal?

$$185 = 0,85 \cdot (\text{precio normal}) \Rightarrow \text{precio normal} = 185 : 0,85 = 217,65 \text{ €.}$$

LAS SUPEROFERTAS DE AGOSTO

Un 10% de descuento en los
precios rebajados

Significa que:

Rebaja: Por cada 100 € pagas 85 €.

SUPEROFERTA: descuento del 10% de 85.

c) ¿Cuál será el precio en las superofertas de unas zapatillas de deportes que costaban 54 € en época normal?

$$\text{Rebaja: } 54 \cdot 0,85 = 45,9 \quad \Rightarrow \quad \text{Superoferta: } 45,9 \cdot 0,9 = 41,31 \text{ €.}$$

El precio será de 41,31 €.

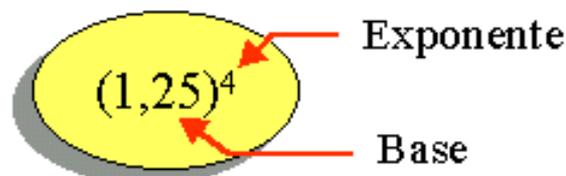
Potenciación y raíz cuadrada de números decimales

El producto $1,25 \cdot 1,25 \cdot 1,25 \cdot 1,25$ tiene cuatro factores iguales a 1,25.

Abreviadamente escribimos: $1,25 \cdot 1,25 \cdot 1,25 \cdot 1,25 = (1,25)^4$

$(1,25)^4$ es una potencia.

Su base es 1,25 y su exponente 4.

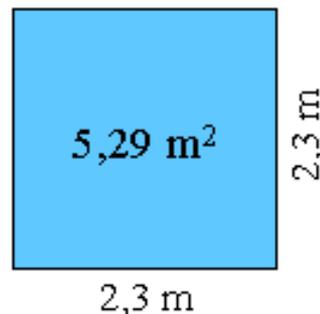


Convenios: $(3,67)^1 = 3,67$; $(0,98)^0 = 1$

Fíjate: $(2,3)^2 = 5,29$

Se dice que 2,3 es la raíz cuadrada de 5,29: $\sqrt{5,29} = 2,3$

$$\sqrt{5,29} = 2,3 \Leftrightarrow (2,3)^2 = 5,29$$



La raíz cuadrada de un número decimal es un número cuyo cuadrado es igual al número decimal.

Cálculo de la raíz cuadrada de números decimales (I)

Si el radicando es un cuadrado perfecto, por ejemplo: $\sqrt{2,89}$

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{2,89} & 1,7 \\
 \hline
 -1 & 27 \cdot 7 = 189 \\
 \hline
 189 & \\
 -189 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

Se pone la coma decimal al terminar la raíz cuadrada de la parte entera: 1.

Como el resto es cero, tenemos que la raíz cuadrada de 2,89 es exacta:

$$\sqrt{2,89} = 1,7$$

Comprobación: $1,7^2 = 2,89$

Cálculo de la raíz cuadrada de números decimales (II)

Si el radicando es no es un cuadrado perfecto, podemos calcular la raíz cuadrada con la aproximación que deseemos.

Vamos a calcular $\sqrt{213,5}$ con la aproximación de una décima.

1.º Añadimos ceros al radicando hasta formar un grupo decimal.

$$\sqrt{213,5} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r|l} \sqrt{213,50} & \mathbf{14,6} \\ -1 & \mathbf{14 \cdot 4 = 96} \\ \hline 113 & \\ -96 & \mathbf{286 \cdot 6 = 1716} \\ \hline 1750 & \\ -1716 & \\ \hline 34 & \end{array}$$

3.º Se baja el primer grupo decimal y se continúa extrayendo la raíz.

2.º Calculamos la raíz cuadrada de la parte entera.

El proceso es el ya conocido.

Luego: $\sqrt{213,5} = 14,6$ y el resto = 0,34.

Si se desea aproximar a las centésimas se añade otro grupo decimal (dos ceros mas):

$$\sqrt{213,5000}$$

Comprobación: $14,6^2 + 0,34 = 213,16 + 0,34 = 213,5$

Fracciones con expresión decimal exacta

Dadas las fracciones: $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{7}{8}$

Calculamos su expresión decimal dividiendo su numerador entre su denominador

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0,8 \qquad \frac{5}{2} = 5 : 2 = 2,5 \qquad \frac{7}{8} = 7 : 8 = 0,875$$

En los tres casos, al hallar el cociente llegamos a un resto igual a 0.

Estas fracciones se llaman decimales exactas.

Observa: $\frac{4}{5} = \frac{8}{\underline{10}}$ $\frac{5}{2} = \frac{25}{\underline{10}}$ $\frac{7}{8} = \frac{875}{\underline{1000}}$

Se dice que una **fracción es decimal exacta** si tiene una fracción equivalente cuyo denominador es una potencia de 10: 10, 100, 1000...

Las fracciones decimales son aquellas cuyo cociente es un número decimal exacto.

Fracciones con expresión decimal no exacta

Calculamos el cociente entre el numerador y el denominador de la fracción $\frac{2}{3}$

$$\frac{2}{3} = 2 : 3 = 0,666\dots = 0,\hat{6}$$

Al hacer la división siempre sale resto 2.
Nunca se llega a un resto igual a 0.

La cifra decimal 6 se repite indefinidamente

Comprueba también que $\frac{5}{12} = 0,41666\dots = 0,41\hat{6}$

Las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{13}$ tiene una expresión decimal periódica.

Una fracción no decimal tiene una expresión decimal formada por infinitas cifras.

- Se llama período a las cifras que se repiten indefinidamente.
- Las fracciones no decimales se llaman fracciones periódicas.

Para las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{13}$ el periodo es 6: $\frac{2}{3} = 0,\hat{6}$ y $\frac{5}{13} = 0,41\hat{6}$

período

Fracciones periódicas

Observa y comprueba:

Fracción periódica pura

$$\frac{1}{9} = 1 : 9 = 0,1111... = 0,\widehat{1}$$

$$\frac{3}{11} = 3 : 11 = 0,272727... = 0,\widehat{27}$$

En la parte decimal sólo aparece el período.

Se dice que $\frac{1}{9}$ y $\frac{3}{11}$ son fracciones periódicas puras.

Observa y comprueba:

Fracción periódica mixta

$$\frac{11}{6} = 11 : 6 = 1,8333... = 1,8\widehat{3}$$

La expresión decimal de $\frac{11}{6}$ tiene una parte entera: 1; una parte decimal no periódica: 8; y una parte decimal periódica: 3.

Otra fracción periódica mixta es $\frac{13}{6}$ $\frac{13}{6} = 13 : 6 = 2,1666... = 2,1\widehat{6}$

Fracción correspondiente a una expresión decimal exacta

Observa:

$$1,35 = 1 + 0,35 = 1 + \frac{35}{100} = \frac{135}{100}$$

La fracción correspondiente a una expresión decimal exacta tiene:

- El numerador igual a la parte entera seguida de la parte decimal.
- El denominador igual a la unidad seguida de tantos ceros como cifras tiene la parte decimal de la expresión.

Ejemplos:

$$4,035 = \frac{4035}{1000}$$

$$0,9 = \frac{9}{10}$$

$$132,76 = \frac{13276}{100}$$

Fracción correspondiente a una expresión decimal periódica pura

$3,212121\dots = 3,\widehat{21}$ es una expresión decimal periódica pura.

Observa lo que hacemos para obtener la fracción de la que procede:

$$\begin{array}{r} 100 \cdot (\text{fracción buscada}) = 321,212121\dots \\ 1 \quad \text{fracción buscada} = 3,212121\dots \\ \hline \end{array}$$

Restamos: $99 \cdot (\text{fracción buscada}) = 318$

$$\text{fracción buscada} = \frac{318}{99}$$

Comprueba:

$$\frac{318}{99} = 3,212121\dots$$

Regla

La fracción correspondiente a una expresión decimal periódica pura tiene:

- El numerador igual al número hasta el final del período, menos la parte entera del número.
- El denominador está formado por tantos nueves como cifras tiene el periodo.

Ejemplos:

$$27,\widehat{8} = \frac{278 - 27}{9} = \frac{251}{9}$$

$$4,\widehat{15} = \frac{415 - 4}{99} = \frac{411}{99} = \frac{137}{33}$$

Fracción correspondiente a una expresión decimal periódica mixta

$4,12\overline{777} \dots = 4,12\overline{7}$ es una expresión decimal periódica mixta.

Observa lo que hacemos para obtener la fracción de la que procede:

$$\begin{array}{r} 1000 \cdot (\text{fracción buscada}) = 4127,777\dots \\ 100 \cdot (\text{fracción buscada}) = 412,777\dots \\ \hline \end{array}$$

Restamos: $900 \cdot (\text{fracción buscada}) = 3715$

$$\text{fracción buscada} = \frac{3715}{900}$$

Comprueba:

$$\frac{3715}{900} = 4,12\overline{777} \dots$$

Regla

La fracción correspondiente a una expresión decimal periódica mixta tiene:

- El numerador igual al número hasta el final del período, menos el número que resulta después de suprimir las cifras del período.
- El denominador está formado por tantos nueves como cifras tiene el período, seguido de tantos ceros como cifras hay entre la coma y el período.

$$4,12\overline{7} = \frac{4127 - 412}{900} = \frac{3715}{900}$$

Resolución de problemas

PROBLEMA

Unos amigos comen juntos en un restaurante. El importe de la factura (7% de IVA incluido), juntamente con los 3,20 € que dejan de propina, es de 78,1 €. ¿Cuál es el precio de la comida?

● Leer el enunciado y resumirlo

El precio de la comida + el 7% de IVA + 3,20 de propina = 78,1.

● Tantear para comprender mejor el problema

Si precio = 54, el IVA = $0,07 \cdot 54 = 3,78$.
 entonces, $54 + 3,78 + 3,20 = 60,98$ } \Rightarrow { El precio de la comida
 debe ser mayor.

Si supiéramos el precio de la comida con IVA, entonces sería más fácil.

● Pensar uno más fácil

El precio de la comida con IVA es: $78,1 - 3,20 = 74,9$ €.

$\Rightarrow 74,9 = 1,07 \cdot (\text{precio de la comida}).$

● Realizar los cálculos

precio de la comida = $74,9 : 1,07 = 70$ €

● Comprobación

$70 + 70 \cdot 0,07 + 3,20 = 78,1$ €