**2020**

# Modelos De Selectividad – Andalucía

## Instrucciones

1. Elija cuatro de los ocho ejercicios propuestos de al menos tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
2. Todos los ejercicios se valorarán sobre un máximo de 2,5 puntos.
3. Contesta las preguntas razonando tus conclusiones; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima en cada apartado. Justifique siempre las respuestas.
4. Escribe de forma ordenada y con letra clara.
5. Se permite el uso de una calculadora no programable y no gráfica. Si obtiene resultados directamente con ella, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda.

### Tiempo

90 minutos

## Criterios de Evaluación

Los criterios esenciales de valoración serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de forma efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración positiva del mismo.

En los ejercicios en los que se pida una deducción razonada, la mera aplicación de un fórmula no será suficiente.

No se prohibirá el uso de calculadoras, aunque durante el examen no se permitirá el préstamo de ellas entre estudiante. En cualquier caso, los procesos que conducen al resultado deben estar razonados.

Los errores cometidos en un apartado no se tendrán en cuenta en la calificación de apartados posteriores que sean afectados.

Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.

La presentación clara y ordenada se valorará positivamente.

Modelo 1 (S)

**BLOQUE A**

EJERCICIO 1

Tres institutos piden presupuesto de alojamiento en Roma en dos agencias de viajes, que les dan el precio por noche según tipo de habitación: individual, doble y triple. La primera agencia ofrece los siguientes precios: individual a 65 euros, doble a 85 euros y triple a 104 euros. La segunda agencia oferta la individual a 78 euros, la doble a 83 euros y la triple a 106 euros.

El primer instituto necesita tres habitaciones individuales, quince dobles y dos triples, el segundo dos individuales, doce dobles y cinco triples y el tercer instituto una individual, dieciséis dobles y siete triples.

a) [1] Exprese, mediante una matriz A, los precios de las dos agencias según tipo de habitación y con otra matriz D la demanda de los tres institutos.

b) [1] Mediante operaciones con las matrices anteriores, calcule el precio por noche que cada agencia facilita a los distintos institutos por el total de habitaciones solicitadas. ¿Qué agencia le interesaría a cada instituto?

c) [0,5] ¿Existe la inversa de la matriz D? ¿Y de la matriz A? Justifique las respuestas

EJERCICIO 2

a) [1,75] Represente la región factible definida por las siguientes inecuaciones y determine sus vértices:

$$x + 2y \leq 13 \ , \ \ x - y \leq 4 \ , \ \ x - 2y \geq -7 \ , \ \ x + y \geq 5$$

b) [0.75] Calcule los valores máximo y mínimo de la función objetivo $F(x\,,y) = x + y$ en la región anterior y determine los puntos en los que se alcanzan.

**BLOQUE B**

EJERCICIO 3

Se considera la función $$f(x) = \begin{cases} 2 + \dfrac{a}{x-1} & \text{si} \quad x < 0 \\ a + b\,\mathrm{e}^x & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

a) [1.25] Calcule los valores $a$ y $b$ para que la función sea continua y derivable en su dominio.

b) [0.75] Para $a = 2$ y $b = -2$, estudie la monotonía de la función $f$ y calcule sus extremos relativos.

c) [0.5] Para $a = 2$ y $b = -2$, determine las ecuaciones de las asíntotas de $f$, si existen.

EJERCICIO 4

Se considera la función $$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & \text{si} \ \ x \leq 2 \\ -x^2 + 6x - 8 & \text{si} \ \ 2 < x < 4 \\ \dfrac{x-3}{x} & \text{si} \ \ x \geq 4 \end{cases}$$

a) [1.25] Estudie la continuidad y derivabilidad de $f$ en su dominio.

b) [0.75] Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f$.

c) Calcule $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x$

Modelo 1 (S)

**BLOQUE C**

EJERCICIO 5

Una urna contiene 6 bolas rojas y 4 azules. Se extrae una bola al azar y se reemplaza por seis bolas del otro color. A continuación, se vuelve a extraer una segunda bola de la urna.

a) [1.5] Calcule la probabilidad de que la segunda bola extraída sea roja.

b) [1] Si sabemos que la segunda bola extraída es azul, 3¿cuál es la probabilidad de que también lo haya sido la primera?

EJERCICIO 6

Una empresa fabrica dos tipos de bombillas: una LED y otra halógena. Se sabe que un 5 % de las LED y un 2 % de las halógenas salen defectuosas. Se elige al azar una bombilla de una caja que contiene 40 bombillas LED y 10 halógenas.

a) [1] Calcule la probabilidad de que la bombilla elegida no sea defectuosa.

b) [1] Calcule la probabilidad de que la bombilla elegida sea LED, sabiendo que es defectuosa.

**BLOQUE D**

EJERCICIO 7

a) [1] Una población de 25 000 personas se ha dividido en cuatro estratos con tamaños 15 000, 5 000, 3 000 y 2 000 personas respectivamente. En esa población se ha realizado un muestreo estratificado con afijación proporcional, en el que se han elegido al azar 36 personas del tercer estrato. Determine el tamaño de la muestra total obtenida con este muestreo y su composición.

b) [1.5] Dada la población P = {2, 4, 6}, construya todas las muestras posibles de tamaño 2 que se puedan formar mediante muestreo aleatorio simple y halle la desviación típica de las medias muestrales obtenidas con todas esas muestras.

EJERCICIO 8

Se ha tomado una muestra de 16 pacientes tratados por un especialista y se ha observado que el tiempo de espera en su consulta, en minutos, ha sido de:

8 9.2 10 8.5 12 9 11.3 7 8.5 8.3 7.6 9 9.4 10.5 8.9 6.8

Supongamos que el tiempo de espera en esta consulta se distribuye según una ley Normal de varianza 4 y media desconocida.

a) [1.5] Halle un intervalo de confianza al 97.5% para estimar el tiempo medio de espera de los pacientes tratados por este especialista.

b) [1] ¿Cuál debería ser el tamaño mínimo de la muestra para asegurar, con un nivel de confianza del 90%, que el error cometido sea, a lo sumo, de 0.3 minutos?

Modelo 2

**BLOQUE A**

EJERCICIO 1

Con el fin de recaudar dinero para el viaje de fin de curso, los alumnos de un instituto van a poner a la venta dos tipos de bolsas de merienda. El primer tipo contendrá dos bocadillos, un refresco y una pieza de fruta y el segundo tipo tendrá un bocadillo, un refresco y dos piezas de fruta. Por cada bolsa del primer tipo cobrarán 6 euros y por las del segundo tipo 5 euros. Sabiendo que disponen de 120 bocadillos, 70 refrescos y 110 piezas de fruta y que se tiene garantizada la venta de todas las bolsas, ¿cuántas convendría preparar de cada tipo para que la cantidad de dinero obtenida por su venta sea máxima y a cuánto asciende la misma?

¿Es posible que vendan 40 bolsas de cada tipo? ¿Hay alguna posibilidad de que el importe de las ventas sea de 410 euros?

EJERCICIO 2

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ a & -1 & -1 \\ 3 & 0 & -2a \end{pmatrix} \;,\; B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

a) [0,7] Determine para qué valores de a tiene inversa la matriz $A$.

b) [1] Para $a = 2$, calcule la matriz inversa de $A$.

c) [0.8] Para $a = 0$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A^{-1} - B \cdot B^t = \mathrm{I}_3$

**BLOQUE B**

EJERCICIO 3

a) [1.2] Sea la función $f(x) = a\,x^2 + b\,x + 3$. Calcule los valores $a$ y $b$, sabiendo que la gráfica de $f$ pasa por el punto $(2\,,3)$ y que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f$ en dicho punto es $m = -2$.

b) [1.3] Represente gráficamente la función $g(x) = -x^2 + 6x - 5$ y calcule el área comprendida entre la gráfica de la función $g$, el eje de abscisas y las rectas $x = 2$ y $x = 4$.

EJERCICIO 4

Sea la función
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \dfrac{1}{1-x} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

a) [1] Estudie la continuidad y derivabilidad de $f$ en $x = 0$.

b) [1] Estudie la monotonía y curvatura de $f$ en su dominio.

c) [0,5] Calcule las ecuaciones de las asíntotas de $f$.

Modelo 2

**BLOQUE C**

EJERCICIO 5

Se han mezclado 90 llaves electrónicas de apertura de un determinado garaje, con apariencia idéntica, de las cuales 60 funcionan correctamente y 30 no funcionan. Se eligen al azar 2 de las 90 llaves.

a) [0.7] ¿Cuál es la probabilidad de que las dos llaves elegidas abran la puerta del garaje?

b) [0.8] ¿Cuál es la probabilidad de poder abrir el garaje con alguna de ellas?

c) [1] ¿Cuál es la probabilidad de que una de las llaves elegidas funcione correctamente y la otra no?

EJERCICIO 6

Una empresa almacena el mismo número de latas de refresco de cola, naranja y limón. De las 30 000 latas de refresco almacenadas, se sabe que 1 800 latas de cola, 2 400 de naranja y 3 000 de limón caducan en 2021.

a) [1,5] ¿Cuál es la probabilidad de que una lata elegida al azar caduque en 2021?

b) [1] Si se ha elegido al azar una lata que no caduca en 2021, ¿cuál es la probabilidad de que sea de cola?

**BLOQUE D**

EJERCICIO 7

El precio de venta al público del kilogramo de frambuesas sigue una ley Normal de media desconocida y varianza 9. En una localidad se eligen 10 comercios de manera aleatoria, obteniéndose los siguientes precios en euros:

12.3   10   9.1   11   10.5   11.8   9.9   11.5   10.9   13

a) [0.5] ¿Qué distribución siguen las medias de las muestras de tamaño 10?

b) [1] Con los datos obtenidos de la muestra, determine un intervalo de confianza al 97 % para el precio medio del kilogramo de frambuesas.

c) [1] Con el mismo nivel de confianza, calcule el tamaño mínimo que debe tener una muestra para que el error cometido al estimar el precio medio del kilogramo de frambuesas sea menor a 1.5 euros.

EJERCICIO 8

Se sabe que la longitud, en centímetros, de una especie de estrella de mar en una determinada zona sigue una ley Normal con desviación típica 3. Para estimar la longitud media de esa especie de estrella de mar, se extrae una muestra de tamaño 36 y se obtiene el intervalo de confianza (6.04, 8) al 95 %. Se pide:

a) [0.5] Calcule la media muestral.

b) [0.5] Calcule el error de estimación máximo cometido.

c) [1] Si aumentamos el tamaño muestral a 49, ¿qué efecto produce sobre el error máximo cometido? Calcule este error.

d) [0.5] Si aumentamos el nivel de confianza, 3¿qué efecto produce sobre el error de estimación máximo? Justifque la respuesta.

Modelo 3 (J)

**BLOQUE A**

EJERCICIO 1

Sean $A, B, X, Y$ matrices invertibles que verifican $A \cdot X = B$ y $B \cdot Y = A$.

a) [1] Compruebe que $Y = X^{-1}$.

b) [1,5] Halle $X$ e $Y$ para

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \ , \ B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

EJERCICIO 2

a) [1] Una fábrica de electrodomésticos dispone de dos cadenas de montaje. En una hora de trabajo, la cadena A produce 10 lavadoras y 5 frigoríficos, mientras que la cadena B produce 7 lavadoras y 6 frigoríficos. El coste de cada hora de trabajo en las cadenas A y B es de 1 200 y 1 500 euros, respectivamente. La cadena A puede funcionar, como máximo, el doble de horas que la cadena B. Si deben producir como mínimo 400 lavadoras y 280 frigoríficos, formule, sin resolver, el problema que permite obtener las horas de funcionamiento de las cadenas A y B para minimizar el coste de producción de esos electrodomésticos.

b) [1.5] Represente el recinto definido por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices:

$$x + 2y \geq 7 \ , \ 4x - y \geq 1 \ , \ 2x - y \leq 4 \ , \ 3x + 2y \leq 20 \ , \ x \geq 0 \ , \ y \geq 0$$

Obtenga el valor mínimo de la función $F(x, y) = 2x + y$ en el recinto anterior, así como el punto en el que se alcanza.

**BLOQUE B**

EJERCICIO 3

Dados dos números reales $a$ y $b$ se considera la función

$$f(x) = a\,x^3 + b\,x + 4$$

a) [1] Determine los valores $a$ y $b$ para que $f$ tenga un extremo relativo en el punto $(2, 36)$.

b) [0.75] Para $a = 4$ y $b = -3$, estudie la monotonía de $f$ y determine sus extremos relativos.

c) [0.75] Para $a = 4$ y $b = -3$, calcule la función $F(x)$ que verifica $F'(x) = f(x)$ y $F(2) = 10$.

EJERCICIO 4

a) [1.2] Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x) = \left(-5 + x^2\right)^2 \cdot e^{3x} \quad , \quad g(x) = \frac{\ln\left(x^3 - 5x\right)}{1 - x^2}$$

b) [1.3] Calcule el área del recinto acotado por la gráfica de $h(x) = -x^2 + 2x + 3$ y el eje de abscisas.

Modelo 3 (J)

**BLOQUE C**

EJERCICIO 5

A 120 estudiantes se les ha recomendado la lectura de dos libros. Se sabe que 46 de ellos han leído el primer libro recomendado, 34 el segundo y 16 estudiantes han leído ambos libros. Se elige un estudiante al azar.

a) (0.6) Calcule la probabilidad de que haya leído alguno de los dos libros.

b) (0.6) Calcule la probabilidad de que no haya leído ninguno de los dos libros.

c) (0.6) Calcule la probabilidad de que solamente haya leído el primer libro.

d) (0.7) Calcule la probabilidad de que haya leído el primer libro, si se sabe que no ha leído el segundo.

EJERCICIO 6

Las bicicletas de alquiler de una ciudad se clasifican por su calidad: buena, media y mala. El 30% de dichas bicicletas son gestionadas por una empresa E1 y el resto por una empresa E2. De las bicicletas de la empresa E1, el 80% son de buena calidad, el 5% de calidad media y el resto de mala calidad. De las bicicletas de la empresa E2 se sabe que el 60% son de buena calidad, pero se desconocen los porcentajes de bicicletas de calidad media y calidad mala. Se elige al azar una bicicleta de alquiler de esa ciudad.

a) (1) Calcule la probabilidad de que sea de buena calidad.

b) (0.75) Calcule la probabilidad de que sea de la empresa E1 y de mala calidad.

c) (0.75) Si se sabe que el porcentaje de bicicletas de alquiler de calidad media en toda la ciudad es del 19%, ¿cuál es la probabilidad de que sea de calidad media, sabiendo que la bicicleta elegida es de la empresa E2?

**BLOQUE D**

EJERCICIO 7

La vida útil, en años, de las lavadoras de un determinado modelo, se distribuye según una ley Normal de varianza 7.84. En una muestra de 12 lavadoras, la vida útil en años ha sido:

$$9.5 \quad 9 \quad 10.2 \quad 8.6 \quad 11.4 \quad 10.8 \quad 12.6 \quad 11 \quad 11.8 \quad 14.5 \quad 10.4 \quad 9.8$$

a) (1.5) Con estos datos, determine un intervalo de confianza al 93.5% para estimar la vida útil media de estas lavadoras.

b) (1) Calcule el error máximo que se puede cometer al estimar la vida útil media de este modelo de lavadoras, si se toma una muestra de 50 lavadoras y asumimos un nivel de confianza del 99%.

EJERCICIO 8

La renta anual de los hogares andaluces, en miles de euros, se distribuye según una ley Normal con desviación típica 5 y media desconocida $\mu$.

a) (1) Si se desea que en el 99 % de las posibles muestras del mismo tamaño, elegidas de entre los hogares andaluces, la media muestral no di#era de la renta media anual poblacional de dichos hogares en más de una unidad, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de las muestras?

b) (0.5) Si se consideran muestras de hogares andaluces de tamaño 100, ¿qué distribución de probabilidad sigue la variable aleatoria "Renta media anual muestral"?

c) (1) Suponiendo que la renta media anual poblacional de los hogares andaluces es $\mu = 24$, ¿cuál es la probabilidad de que en una muestra de tamaño 100 la renta media anual muestral sea superior a 25?

Modelo 4

**BLOQUE A**

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un cocinero tiene que hacer el postre para una cena y le han encargado dos de sus mejores creaciones: Delicia Roja y Delicia Negra . Para elaborar 1 kg de Delicia Roja son necesarias 3 tarrinas de fresas y 1 tableta de chocolate y para elaborar 1 kg de Delicia Negra se necesita 1 tarrina de fresas y 2 tabletas de chocolate. Dispone de 15 terrinas de fresas y 10 tabletas de chocolate. Además, la cantidad de Delicia Negra no debe ser inferior a 1.5 kg y tampoco debe ser superior al doble de Delicia Roja . Si cada kilogramo de Delicia Roja le reporta un beneficio de 3 euros y el de Delicia Negra 5 euros, averigüe qué cantidad de cada postre debe elaborar para conseguir un beneficio máximo y a cuánto asciende ese beneficio.

EJERCICIO 2

Consideremos las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ a & 1 & 0 \end{pmatrix} \ , \ B = A \cdot A^t \ , \ C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) [0,75] ¿Para qué valores del parámetro a existe la inversa de la matriz *B* ?

b) [0.75] Para *a* = 1 , calcule la inversa de la matriz *B*.

c) [1] Para *a* = 1, resuelva la ecuación matricial $B^t \cdot X + 9\,C = \mathrm{O}$.

**BLOQUE B**

EJERCICIO 3

a) [1.2] Calcule la función derivada de cada una de las siguientes funciones:

$$f(x) = \ln\left(3x^2 - 3\right) + \frac{1 - 2x}{x + 2} \quad , \quad g(x) = 2\mathrm{e}^{x^3} + x^2\,(3x + 4)^3$$

b) [1.3] Calcule las ecuaciones de las rectas tangentes a las gráficas de las funciones $p(x) = x^2 + 1$ y $q(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$ en el punto de abscisa $x = 1$. ¿En qué punto se cortan ambas rectas?

EJERCICIO 4

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} ax + \dfrac{1}{2} & \text{si } \ x \le -1 \\[2ex] \dfrac{x+1}{x+3} & \text{si } \ -1 < x \le 1 \\[2ex] x^2 - bx & \text{si } \ x > 1 \end{cases}$$

a) [1.25] Halle *a* y *b* para que la función sea continua en todo su dominio. Para esos valores de *a* y *b*, ¿es *f* derivable en $x = -1$? ¿Y en $x = 1$?

b) [0.5] Para $a = -1$ y $b = 4$, estudie la monotonía de la función *f* .

c) [0,5] Para $a = -1$ y $b = 4$, calcule $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Modelo 4

**BLOQUE C**

EJERCICIO 5

Tres personas se encargan de los cobros de la caja de un supermercado. El mes pasado, la primera de ellas realizó el 30% de los cobros, la segunda el 45% y la tercera el resto. La dirección del supermercado ha comprobado que de los cobros realizados por la primera persona, el 1% son erróneos, que la segunda cometió errores en el 3 % de los cobros y la tercera en el 2%.

a) [1.5] Calcule la probabilidad de que un cobro elegido al azar haya sido erróneo.

b) [1] Se elige al azar un cobro correcto. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido realizado por la segunda persona?

EJERCICIO 6

En un centro de enseñanza secundaria, el 11% de los profesores ocupan cargos directivos y el 13% pertenecen a alguna comisión. Además, el 6% ocupan un cargo directivo y pertenecen a alguna comisión.

a) [1] ¿Cuál es el porcentaje de profesores que pertenecen a alguna comisión y no ocupan ningún cargo directivo?

b) [1] Calcule el porcentaje de profesores que no ocupan cargos directivos ni pertenecen a ninguna comisión.

c) [0.5] De los profesores que ocupan un cargo directivo, ¿qué porcentaje pertenece a alguna comisión?

**BLOQUE D**

EJERCICIO 7

La distancia en kilómetros recorrida al día por los vehículos de una empresa de coches de alquiler sigue una distribución Normal de media desconocida y varianza 225. Se toma una muestra aleatoria simple de 36 coches y se obtiene el intervalo de confianza $(153.65\,,162.35)$ para la media poblacional.

a) [1] Calcule la media muestral y el error máximo de estimación para ese intervalo de confianza.

b) [0.5] Si con el mismo nivel de confianza, aumentamos el tamaño muestral, ¿cómo se vería afectado el error?

c) [1] Con un nivel de confianza del 95 %, ¿cuál debería ser el tamaño mínimo de la muestra para que el error cometido sea inferior a 3 km?

EJERCICIO 8

El tiempo de espera para ser atendido en un servicio hospitalario es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con desviación típica de 2 meses. Tomada una muestra al azar de 9 pacientes que han utilizado ese servicio, se han registrado los siguientes tiempos de espera en meses:

8.5 3.7 4.3 3.6 5.6 4.8 1.0 1.4 6.0

a) [1.5] Determine un intervalo de confianza al 95% para el tiempo de espera medio poblacional.

b) [1] Con un nivel de confianza del 97%, ¿qué tamaño muestral mínimo se ha de tomar para que el error máximo cometido en la estimación del tiempo de espera medio poblacional no exceda de un mes?

Modelo 5

**BLOOUE A**

EJERCICIO 1

Una confitería elabora dos tipos de tartas, unas de chocolate y otras de merengue y chocolate. Para ello dispone de 100 kg de bizcocho, 80 kg de crema de chocolate y 46 kg de merengue. Para elaborar una tarta de chocolate, se requieren 1 kg de bizcocho y 2 kg de crema de chocolate y para la tarta de chocolate y merengue se requieren 2 kg de bizcocho, 1 kg de crema de chocolate y 1 kg de merengue. Por cada tarta de chocolate se obtiene un beneficio de 10 euros y de 12 euros por cada una de merengue y chocolate. Suponiendo que se vende todo lo que se elabora, ¿cuántas tartas de cada tipo debe preparar para obtener un beneficio máximo? ¿Cuál es dicho beneficio?

EJERCICIO 2

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ k & -3 & 2 \\ 1 & k & 1 \end{pmatrix}$ , $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ , $C = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

a) [0.8] Razone si las siguientes operaciones se pueden realizar y en aquellos casos en que sea posible, indique la dimensión de la matriz resultante:

$$B^t \cdot A\,, C \cdot B\,, B \cdot A + B\,, B^2$$

b) [0.7] Calcule los valores del parámetro *k* para los que la matriz *A* es invertible.

c) [1] Para $k = -1$, calcule la inversa de la matriz *A*.

**BLOOUE B**

EJERCICIO 3

Use considera la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \dfrac{x+b}{x-1} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$

a) [1.2] Halle *a* y *b* para que *f* sea continua y derivable en $x = 0$.

b) [0.7] Para $a = 1$ y $b = -2$, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto con $x = 0$.

c) [0.6] Para $a = 1$ y $b = 1$, halle, si existen, las ecuaciones de las asíntotas de *f* .

EJERCICIO 4

El número de bacterias en un determinado cultivo viene dado por la función $B(t)$, donde *t* representa el tiempo en horas, con $0 \leq t \leq 7$. La variación instantánea en la población de bacterias en el cultivo viene dada por la derivada de la función *B* , cuya expresión es

$$B'(t) = 50000 \cdot \mathrm{e}^{2t}$$

a) 0.75] ¿Existe algún instante *t* en el que el número de bacterias en el cultivo comience a decrecer?

b) [1.5] Obtenga la expresión de la función $B(t)$, sabiendo que en el instante $t = 0$ el número de bacterias en el cultivo era de 40000.

c) [0.25] ¿Cuál es el número de bacterias en el cultivo a la hora y media?

Modelo 5

**BLOOUE C**

EJERCICIO 5

Sean $A$ y $B$ dos sucesos de un mismo experimento aleatorio.

a) [0,5] Si $\mathrm{p}(A) = 0$ y $\mathrm{p}(B) = 0$, ¿pueden ser los sucesos $A$ y $B$ independientes e incompatibles a la vez? Justifique la respuesta.

b) [2] Sabiendo que $\mathrm{p}(A) = 0.3$ , $\mathrm{p}(B) = 0.5$ y $\mathrm{p}(A/B) = 0.2$, calcule las siguientes probabilidades:

$$\mathrm{p}(A \cap B)\ ,\ \mathrm{p}(A \cup B)\ ,\ \mathrm{p}(A^c \cup B^c)\ ,\ \mathrm{p}(A - B)$$

EJERCICIO 6

El censo de una población andaluza está compuesto en total por 15000 personas, de las cuales 8500 son mujeres. Se sabe que el 15% de las mujeres y el 20% de los hombres censados en dicha población han viajado alguna vez a un país extranjero. Se elige al azar una persona censada en dicha población.

a) [1.5] ¿Cuál es la probabilidad de que haya viajado al extranjero?

b) [1.25] Si se sabe que esta persona no ha viajado al extranjero, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?

**BLOOUE D**

EJERCICIO 3

El tiempo de desfase, en minutos, entre la hora de paso programada de un autobús por cierta parada y la hora real a la que pasa, sigue una distribución Normal de media desconocida y varianza 4. Se observa el paso del autobús por la parada en 10 ocasiones elegidas al azar, registrándose los siguientes desfases:

4.7 2.1 3.6 5.4 0.0 4.2 4.0 -0.2 1.9 5.2

a) (1.25) Obtenga un intervalo de confianza al 97% para el desfase medio en la hora de paso del autobús.

b) (1.25) ¿Qué tamaño muestral mínimo sería necesario para estimar el desfase medio con un error inferior a 30 segundos y un nivel de confianza del 95%? ¿Cómo variaría dicho tamaño muestral si se aumentara el nivel de confianza?

EJERCICIO 4

Una tienda de ropa quiere estudiar la aceptación de un nuevo sistema de pago a través del teléfono móvil. Para ello realiza una encuesta entre 200 de sus clientes elegidos al azar, resultando que 150 de ellos sí estarían dispuestos a usar el nuevo sistema de pago.

a) [1.5] Determine un intervalo de confianza al 97% para estimar la proporción de clientes de esa tienda que estarían dispuestos a usar el nuevo sistema de pago.

b) [1] Mediante una nueva encuesta se quiere estimar la proporción de clientes de esa tienda que usarían el nuevo sistema de pago, con un error máximo del 3% y un nivel de confianza del 94%. Suponiendo que se mantiene la proporción muestral del apartado anterior, ¿a cuántos clientes como mínimo habría que realizar la encuesta?

Modelo 6

**BLOQUE A**

EJERCICIO 1

Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & m \\ 1 & 1 & 1 \\ m & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

a) [0,8] ¿Para qué valores del parámetro $m$ tiene inversa la matriz $A$?

b) [1,7] Para $m = 0$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = A \cdot A^t$.

EJERCICIO 2

Se considera la región del plano definida por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \leq 4 \ , \ x - y \geq -2 \ , \ x + 3y \geq 2 \ , \ y \leq 2$$

a) [1.5] Represéntela gráficamente y determine sus vértices.

b) [0,25] Indique razonadamente si el punto $(4\,, -0.75)$ pertenece a dicha región.

c) [0,75] ¿En qué puntos de la región anterior la función $F\,(x\,, y) = x + y$ alcanza los valores máximo y mínimo y cuáles son estos valores?

**BLOQUE B**

EJERCICIO 3

De una función $f$ sabemos que su gráfica pasa por el punto $(1\,, 3)$ y que su derivada es $f'(x) = 2x - 6$.

a) [0.75] Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f$ en el punto de abscisa $x = 1$.

b) [1] Estudie la monotonía y la existencia de extremos de la función $f$.

c) [0,75] Determine la función $f$ y represéntela gráficamente.

EJERCICIO 4

Sea la función
$$f\,(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{x+1} & \text{si} \quad x < -2 \\ x^2 + a & \text{si} \quad x \geq -2 \end{cases}$$

a) [1] Calcule el valor de $a$ para que $f$ sea continua en todo su dominio. Para ese valor de $a$, ¿es derivable la función $f$?

b) [0.5] Para $a = -6$, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f$ en el punto de abscisa $x = 3$.

c) [1] Para $a = -6$, esboce la gráfica de $f$ y calcule el área de la región limitada por la gráfica de la función $f$, el eje de abscisas y las rectas $x = 3$ y $x = 5$.

Modelo 6

**BLOQUE C**

EJERCICIO 1

Se sabe que el 65% de los estudiantes de bachillerato de Andalucía ha participado en programas Erasmus+ y que de ellos, el 80% ha mejorado su calificación en lengua extranjera. De los estudiantes que no han participado en programas Erasmus+, mejoran su calificación en lengua extranjera el 30%. Se elige al azar un estudiante de bachillerato de Andalucía.

a) [1.5] ¿Cuál es la probabilidad de que haya mejorado su calificación en lengua extranjera?

b) [1] Si se sabe que ha mejorado su calificación en lengua extranjera, ¿cuál es la probabilidad de que haya participado en un programa Erasmus+?

EJERCICIO 2

El 47% de los jóvenes andaluces tienen una vida sedentaria. De ellos, el 72% presentan obesidad, mientras que solamente la presentan el 22% de los jóvenes no sedentarios. Se elige al azar un joven andaluz.

a) [1] Calcule la probabilidad de que sea sedentario y no presente obesidad.

b) [0,75] Calcule la probabilidad de que presente obesidad.

c) [0,75] Calcule la probabilidad de que sea sedentario, sabiendo que presenta obesidad.

**BLOQUE D**

EJERCICIO 3

Tomada al azar una muestra de 600 alumnos de una universidad española, se encontró que 2/3 de los mismos podían expresarse en inglés con fluidez.

a) [1.5] Calcule un intervalo de confianza al 98% para estimar la proporción de alumnos de esa universidad que pueden expresarse en inglés con fluidez. ¿Se podría admitir a ese nivel de confianza que la proporción de alumnos de esa universidad que pueden expresarse en inglés con fluidez es 13/20?

b) [0.25] Teniendo en cuenta el intervalo anterior, ¿qué error máximo se cometería en dicha estimación?

c) [0.75] Si se mantienen la misma proporción muestral y la misma confianza, ¿cuántos alumnos como mínimo habría de tener una muestra para que el error de estimación sea inferior al 2%?

EJERCICIO 4

La cantidad de café por taza que suministra una máquina de café sigue una distribución Normal con media desconocida y desviación típica 0.8 $cm^3$. En una muestra de 45 tazas suministradas por esa máquina, se ha medido un total de 5400 $cm^3$ de café.

a) [0,5] Calcule el estimador puntual para la cantidad media de café por taza que suministra la máquina.

b) [1] Calcule un intervalo de confianza al 97% para estimar la cantidad media de café por taza que suministra la máquina.

c) [1] Calcule, con el mismo nivel de confianza, el tamaño muestral mínimo que se ha de tomar para que, al estimar la cantidad media de café por taza, el error cometido sea inferior a 0.2 $cm^3$ .