Instrucciones

1. Elige entre realizar bien los tres ejercicios de la Opción A, bien los tres ejercicios de la Opción B, sin mezclar los de una opción con los de otra.
2. Todos los ejercicios se valorarán sobre un máximo de 2,5 puntos.
3. Contesta las preguntas razonando tus conclusiones; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima en cada apartado. Justifique siempre las respuestas.
4. Escribe de forma ordenada y con letra clara.
5. Se permite el uso de una calculadora no programable y no gráfica. Si obtiene resultados directamente con ella, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda.

Tiempo

90 minutos

Criterios de Evaluación

Los criterios esenciales de valoración serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de forma efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración positiva del mismo.

En los ejercicios en los que se pida una deducción razonada, la mera aplicación de un fórmula no será suficiente.

No se prohibirá el uso de calculadoras, aunque durante el examen no se permitirá el préstamo de ellas entre estudiante. En cualquier caso, los procesos que conducen al resultado deben estar razonados.

Los errores cometidos en un apartado no se tendrán en cuenta en la calificación de apartados posteriores que sean afectados.

Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.

La presentación clara y ordenada se valorará positivamente.

Modelo 1

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

La capacidad máxima de trabajo de un taller que se dedica a la confección de pañuelos y corbatas es de 60 horas semanales. Cada pañuelo que confecciona le supone 2 horas de trabajo y le reporta un beneficio de 4 euros. En el caso de las corbatas son 3 horas y 6 euros respectivamente por unidad. Contrae el compromiso de que el número de corbatas confeccionadas más el doble del número de pañuelos debe ser, como mínimo, 28.

Con estas condiciones, ¿cuántas unidades de cada tipo de prenda debe confeccionar para obtener un beneficio económico máximo?

EJERCICIO 2

a) [1] Calcule la derivada de estas funciones:

$$f(x) = x \cdot \ln(x) \quad , \quad g(x) = \frac{\mathrm{e}^{3x}}{x^4 + 1}$$

b) [1,5] Obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x) = x^2 + 6x + 5$, en el punto de abscisa $x = -2$. Represente gráficamente la función h y la recta tangente hallada.

EJERCICIO 3

En un centro de enseñanza secundaria el 48% de los estudiantes son chicos. El 85% de los chicos del centro y el 82% de las chicas supera todas las asignaturas. Se elige al azar un estudiante del centro.

a) [1,5] ¿Cuál es la probabilidad de que supere todas las asignaturas?

b) [1] Si ha superado todas las asignaturas, ¿cuál es la probabilidad de que sea una chica?

EJERCICIO 4

El peso de las ciruelas de una determinada variedad sigue una distribución Normal con media desconocida y desviación típica 3 gramos. Se eligen al azar 25 ciruelas de esa variedad y se pesan, resultando un peso medio de 60 gramos.

a) [1,5] Calcule un intervalo al 95% de confianza para estimar el peso medio de las ciruelas de esa variedad.

b) [1] Calcule el tamaño mínimo de la muestra que se ha de tomar, para que al estimar el peso medio de esa variedad de ciruelas con un nivel de confianza del 99%, el error cometido sea inferior a 1 gramo.

Modelo 1

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \; C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

a) [0,5] Razone qué dimensiones deben tener las matrices *P* y *Q* para que los productos $A \cdot P \cdot B^t$ y $Q \cdot A \cdot C$ den como resultado una matriz cuadrada.

b) [2] Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X - 2B \cdot C^t = A^2$.

EJERCICIO 2

Se considera la función

$$f(x) = \frac{ax}{bx+1}$$

a) [1,5] Calcule los valores de a y b , sabiendo que $f(-1) = 1$ y que en el punto de abscisa $x = 0$ la recta tangente a la gráfica de *f* es paralela a la recta $y = 2x + 1$.

b) [1] Para $a = b = 1$, halle la ecuación de sus asíntotas.

EJERCICIO 3

Sean *A*, *B*, *C*, *D*, *E* y *F* sucesos de un experimento aleatorio.

a) [0.5] Se sabe que $\mathrm{p}(A) = 0.5$, $\mathrm{p}(A \cup B) = 0.7$ y $\mathrm{p}(A \cap B) = 0.4$. Halle la probabilidad de que ocurra *B* .

b) [1] Se sabe que $\mathrm{p}(C) = 0.4$, $\mathrm{p}(D) = 0.3$ y $\mathrm{p}(C \cup D) = 0.5$. Halle la probabilidad de que ocurra *C* sabiendo que no ocurre *D*.

c) [1] Se sabe que los sucesos *E* y *F* son independientes, que $\mathrm{p}(E) = 0.6$ y que $\mathrm{p}(F) = 0.8$. Calcule la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos.

EJERCICIO 4

Se desea estimar el porcentaje de jóvenes que utilizan una determinada red social. Para ello se escoge una muestra aleatoria simple de 500 jóvenes y de ellos 410 afirman utilizarla.

a) [1,5] Calcule el intervalo de confianza para la proporción de jóvenes que usa esa red social con un nivel de confianza del 95%.

b) [1] Manteniendo la proporción muestral, determine el tamaño mínimo de la muestra necesario para que, con un nivel de confianza del 97%, el error máximo que se cometa al estimar la proporción de esa población sea inferior a 0.04.

Modelo 2

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Una joyería elabora dos tipos de collares a partir de perlas blancas, grises y negras. Para un collar de tipo A hacen falta 20 perlas blancas, 20 grises y 30 negras, mientras que para un collar del tipo B, 10 perlas blancas, 20 grises y 60 negras. Se dispone de un máximo de 900 perlas blancas y 1400 grises, mientras que es necesario que se utilicen al menos 1800 perlas negras.

Sabiendo que cada collar del tipo A le supone a la joyería un beneficio de 600 euros y cada collar del tipo B, 500 euros, calcule cuál debe ser la producción para obtener el máximo beneficio, así como a cuánto asciende el mismo. ¿Es posible fabricar 40 collares del tipo A y 20 del tipo B?

EJERCICIO 2

Los costes de producción de una empresa, en miles de euros, dependen de la cantidad de producto fabricada x, medida en toneladas, según la función $f(x) = 30 - 9x - 6x^2 - x^3$. La capacidad máxima de producción es de 2 toneladas.

a) [1,25] Obtenga los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función de costes de la empresa.

b) [0,75] Determine la cantidad que la empresa debe producir para minimizar los costes. ¿Cuál sería dicho coste mínimo?

c) [0,5] ¿Con qué producción la empresa tiene unos costes de producción máximos?

EJERCICIO 3

En un polideportivo municipal hay inscritos 520 usuarios de los que 220 son niños, 208 son adultos menores de 60 años y el resto adultos mayores de 60 años. De los inscritos, 1/5 de los niños, el 75% de los adultos menores de 60 años y 23 adultos mayores de 60 años utilizan las duchas normalmente. Se elige un usuario al azar.

a) [1] Calcule la probabilidad de que se duche en las instalaciones del polideportivo.

b) [0,75]Calcule la probabilidad de que sea adulto menor de 60 años y utilice las duchas.

c) [0,75] Sabiendo que utiliza las duchas, halle la probabilidad de que sea un niño.

EJERCICIO 4

El gasto que tienen los jóvenes durante un fin de semana es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de media μ desconocida y desviación típica igual a 6 euros.

a) [1,5] Se toma una muestra aleatoria simple y se obtiene que el intervalo de confianza al 95% para la media μ es $(24.47, 26.43)$. Calcule el valor de la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.

b) [1] Escogida otra muestra de tamaño 49 para estimar μ, calcule el error máximo cometido para esa estimación con un nivel de confianza del 97%.

Modelo 2

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) (1.25) Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones matricial:

$$2A-5B=\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \quad , \quad 3A-B=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

b) (1.25) Dadas

$$C=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad D=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

resuelva la ecuación matricial $X\,C-D^2=\mathrm{I}_2$.

EJERCICIO 2

Se considera la función

$$f(x)=\begin{cases} a\,x+1 & \text{si} \quad x\leq -1 \\ \dfrac{x}{x+2} & \text{si} \quad -1<x\leq 0 \\ x^2-b\,x & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$$

a) [1,6] Calcule a y b para que la función sea continua y derivable en $x=-1$ y $x=0$.

b) [0,9] Para $a=2$ y $b=-\dfrac{1}{2}$ estudie su monotonía.

EJERCICIO 3

Una almazara recibe cajas de aceitunas de dos productoras, A y B, que cultivan dos variedades, picual y arbequina. El 40% proviene de la productora A, de las cuales el 60% es de la variedad picual. De las que provienen de la productora B, el 30% es de la variedad arbequina. Se elige una caja de aceitunas al azar.

a) [1] ¿Cuál es la probabilidad de que sea de la variedad picual?

b) [1] Si se sabe que es de la variedad picual, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la productora A?

c) [0,5] Calcule la probabilidad de que sea de la productora A o de la variedad picual.

EJERCICIO 4

La Delegación de Tráfico de una ciudad desea estudiar la influencia del uso del teléfono móvil en los accidentes de tráfico. Elegida una muestra aleatoria simple de 250 accidentes registrados el año pasado, se observó que 90 de ellos se produjeron por distracciones debidas al uso del móvil.

a) [1,5] Determine un intervalo de confianza al 97% para estimar la proporción de accidentes de tráfico debidos al uso del móvil mientras se conduce.

b) [1] Usando la estimación anterior, calcule el tamaño mínimo que debe tener una muestra para estimar la proporción de accidentes con un error máximo del 5% y un nivel de confianza del 99%.

Modelo 3

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Se considera la región definida por las siguientes inecuaciones:

$$2x - y \geq 2\ ,\ \ -x + 2y \leq 2\ ,\ 3x + y \leq 15\ ,\ y \geq 0$$

a) [1,8] Represéntela gráficamente y determine sus vértices.

b) [0,2] Indique razonadamente si el punto $(3\,,3)$ pertenece a dicha región.

c) [0,5] ¿En qué puntos de la región anterior la función $F\,(x, y) = 3x - 2$ y alcanza los valores máximo y mínimo y cuáles son éstos?

EJERCICIO 2

La velocidad que lleva un móvil, en función del tiempo t , viene dada por la siguiente función:

$$v\,(t) = \begin{cases} 7\,t^2 & \text{si} \quad 0 \leq t < 1 \\ 2\,t + a & \text{si} \quad 1 \leq t \leq 5 \\ -t^2 + 12\,t + b & \text{si} \quad 5 < t \leq 10 \end{cases}$$

a) [1] Determine a y b para que la función sea continua en los instantes $t = 1$ y $t = 5$.

b) [1,5] Para $a = 5$ y $b = -20$, estudie la derivabilidad en los instantes $t = 1$ y $t = 5$. ¿En qué momento el móvil alcanza la velocidad máxima?

EJERCICIO 3

El 80% del alumnado de una determinada universidad accede a los estudios que marca como primera opción. De ellos, el 75% termina el Grado, mientras que solo el 40% de los que acceden a estudios que no han marcado como primera opción termina el Grado. Se elige un alumno al azar de esa universidad.

a) [1,5] Calcule la probabilidad de que no haya terminado el Grado.

b) [1] Calcule la probabilidad de que no accediera a los estudios marcados como primera opción, sabiendo que no ha terminado el Grado.

EJERCICIO 4

A la salida de unos grandes almacenes se ha tomado una muestra aleatoria simple de 100 clientes, a los que se les ha preguntado por el gasto que han realizado, obteniéndose una media muestral de 110 euros. Se sabe que el gasto sigue una distribución Normal con desviación típica 20 euros.

a) [0,5] ¿Qué distribución de probabilidad sigue la media muestral?

b) [1] Obtenga un intervalo de confianza al 90%, para el gasto medio de todos los clientes que han comprado ese día.

c) [1] Si deseamos que el error máximo cometido, con el mismo nivel de confianza, sea 2 euros, ¿cuál ha de ser el tamaño mínimo de la muestra?

Modelo 3

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \ , \ B = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} \ , \ C = \begin{pmatrix} -2 & -2 \end{pmatrix}$$

a) [1] Justifique cuáles de las siguientes operaciones se pueden realizar y efectúelas cuando sea posible:

$$B + 2C \cdot A \qquad , \qquad A - (B \cdot C)^t$$

b) [1,5] Resuelva la siguiente ecuación matricial

$$\frac{1}{5}\left(B + A \cdot X\right) = C^t$$

EJERCICIO 2

Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x+1}{1-2x} & \text{si} \quad x < 0 \\ x^2 - x - a & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

a) [1] Obtenga el valor de a para que la función sea continua en $x = 0$. Para ese valor de a , ¿sería derivable en $x = 0$?

b) [1,5] Para $a = 2$, estudie su monotonía y extremos relativos.

EJERCICIO 3

Una caja contiene 3 bolas negras, 2 blancas y 1 roja. Se realiza el siguiente experimento aleatorio: “Extraer de esa caja dos bolas al azar, una a continuación de otra sin reposición y anotar el color de las bolas en el orden en que han sido extraídas”.

a) [1] Describa el espacio muestral asociado a este experimento aleatorio.

b) [1,5] Indique la probabilidad de cada uno de los sucesos elementales del espacio muestral.

EJERCICIO 4

Se quiere estimar la proporción de estudiantes que asiste de forma regular al cine. Para ello, se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 300 y se obtiene que de ellos, 210 acuden con regularidad al cine.

a) [1,75] Calcule un intervalo de confianza al 92% para estimar la proporción de estudiantes que va al cine regularmente. ¿Qué error máximo se cometería si se diera como estimación de dicha proporción 0.7?

b) [0,75] Con el mismo nivel de confianza, siendo la proporción muestral la misma, si queremos que el error sea menor que 0.02, ¿cuántos alumnos como mínimo hay que elegir en la muestra?

Modelo 4

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

a) [1,5] Resuelva la ecuación matricial

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b) [1] Si A es una matriz con tres filas y dos columnas, determine razonadamente la dimensión que deben tener las matrices B, C y D para que se puedan efectuar las siguientes operaciones:

$$2A - 3B \quad , \quad A \cdot A^t - C^2 \quad , \quad A \cdot D$$

EJERCICIO 2

Dada

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-5}{x-4} & \text{si} \quad x < 3 \\ -x^2 + 7x - 10 & \text{si} \quad x \geq 3 \end{cases}$$

a) [1,25] Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f.

b) [0,75] Calcule los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes de coordenadas.

c) [0,5] Calcule las asíntotas de f, en caso de que existan.

EJERCICIO 3

Se ha realizado un referéndum en el que se ha convocado a la ciudadanía a expresar con “SÍ” o con “NO” su opinión sobre cierta cuestión. En una determinada mesa electoral hay tres urnas que contienen las siguientes papeletas: la urna A tiene 200 papeletas con “SÍ” y 300 con “NO”, la urna B, 500 “SÍ” y 400 “NO” y la urna C contiene 200 “SÍ” y 100 “NO”.

Se elige una urna al azar y de ella se extrae aleatoriamente una papeleta.

a) [1,5] Calcule la probabilidad de que sea un “SÍ”.

b) [1] Si la papeleta extraída es “NO”, calcule la probabilidad de que haya sido extraída de la urna A.

EJERCICIO 4

La calificación que obtiene el alumnado en una determinada asignatura sigue una distribución Normal de media μ y desviación típica 3 puntos.

a) [1,5] Se toma una muestra aleatoria simple de 100 alumnos, resultando una calificación media de 5.7 puntos. Calcule un intervalo de confianza para estimar μ a un nivel de confianza del 95%.

b) [1] Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria para poder estimar μ con un error máximo de 0.5 puntos y un nivel de confianza del 99%.

Modelo 4

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Una fábrica de palas de pádel produce dos modelos A y B con los que obtiene un beneficio por cada pala de 30 y 20 euros respectivamente. Para la elaboración de una pala del modelo A se necesitan 90 g de fibra de carbono y 100 g de goma EVA, mientras que para una pala del modelo B son necesarios 100 g de fibra de carbono y 50 g de goma EVA. La fábrica dispone diariamente de 7.5 kg de fibra de carbono y 6.5 kg de goma EVA y quiere producir como máximo 60 unidades diarias del modelo A. Calcule cuántas palas de cada modelo tiene que fabricar para que el beneficio sea máximo y determine su importe.

¿Sería posible una producción diaria de 49 palas del modelo A y 32 palas del modelo B?

EJERCICIO 2

a) [1,5] Calcula la derivada de

$$f(x) = \mathrm{e}^{5x} \cdot \left(x^2 - 5\right)^3 \quad , \quad g(x) = \frac{\left(x^3 + 1\right)^2}{\ln\left(x^2 + 2\right)}$$

b) [1] Obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función

$$h(x) = \frac{x + 10}{x + 5}$$

en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 3

En una concentración de 250 deportistas hay 120 que juegan al fútbol, 60 que juegan al tenis y 70 que juegan al baloncesto. El 75% de los que juegan al fútbol, el 65% de los que juegan al tenis y el 60% de los que juegan al baloncesto son además aficionados al ciclismo.

Se selecciona al azar uno de los deportistas.

a) [1,5] ¿Cuál es la probabilidad de que sea aficionado al ciclismo?

b) [1] Si es aficionado al ciclismo, ¿cuál es la probabilidad de que juegue al tenis?

EJERCICIO 4

Una cadena de supermercados desea estimar la proporción de clientes que adquiere un determinado producto. Para ello ha tomado una muestra aleatoria simple de 1000 clientes y ha observado que 300 compraban ese producto.

a) [1,5] Halle, con un nivel de confianza del 95%, un intervalo de confianza para estimar la proporción de clientes del supermercado que compra ese producto.

b) [1] Si en otra muestra la proporción de clientes que compra ese producto es de 0.25 y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0.03, con un nivel de confianza del 92.5%, calcule el tamaño mínimo de la muestra.

Modelo 5 (J)

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

a) [1] Plantee, sin resolver, las restricciones de este problema e indique la función a optimizar:

“Un ganadero alimenta a sus ovejas con maíz y pienso. Cada kilogramo de maíz aporta 600 g de hidratos de carbono y 200 g de proteínas, mientras que cada kilogramo de pienso aporta 300 g de hidratos de carbono y 600 g de proteínas. Cada oveja necesita diariamente como mínimo 1800 g de hidratos de carbono y 2400 g de proteínas. Si 1 kg de maíz cuesta 0.50 euros y 1 kg de pienso cuesta 0.25 euros, calcule cuántos kilogramos de cada producto tendría que comprar el ganadero para alimentar cada día a una oveja con un gasto mínimo.”

b) [1,5] Represente el recinto limitado por las siguientes restricciones, calculando sus vértices

$$x \geq 0\ ,\ x \leq 2y + 2\ ,\ x + y \leq 5$$

Calcule el máximo de $F\,(x\,,y) = 4x + 3$ y en ese recinto, así como el punto donde se alcanza.

EJERCICIO 2

La función de costes de una empresa se puede determinar mediante la expresión

$$f\,(x) = 40 - 6x + x^2 \quad , \quad x \geq 0$$

donde x representa la cantidad producida de un determinado artículo.

a) [1] ¿Disminuye el coste alguna vez? Determine la cantidad producida de dicho artículo cuando el coste es mínimo y cuál es dicho coste.

b) [0,8] ¿Cuál sería el coste si no se produjese nada de ese artículo? Si el coste fuese 80, ¿cuántas serían las unidades producidas?

c) [0,7] Represente gráficamente la función.

EJERCICIO 3

En una determinada población residen 5000 personas en el centro y 10000 en la periferia. Se sabe que el 95% de los residentes en el centro y que el 20% de los que viven en la periferia opina que el Ayuntamiento debería restringir el acceso de vehículos privados al centro urbano. Se elige al azar un residente de la población.

a) [1,25] ¿Cuál es la probabilidad de que esté a favor de restringir el acceso de vehículos privados al centro de la ciudad?

b) [0,5] ¿Cuál es la probabilidad de que resida en el centro y esté a favor de la restricción de acceso?

c) [0,75] Si la persona elegida opina que se debería restringir el acceso, ¿cuál es la probabilidad de que resida en el centro de la ciudad?

EJERCICIO 4

Se dispone de cuatro tornillos de 1, 2, 3 y 4 gramos de peso respectivamente.

a) [1,25] Mediante muestreo aleatorio simple, exprese todas las muestras posibles de tamaño 2.

b) [1,25] Determine la media y la varianza de los pesos medios muestrales.

Modelo 5 (J)

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \ , \ B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

a) [1,2] ¿Se verifica la igualdad $(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2\,A \cdot B$?

b) [1,3] Resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = 2B^t + \mathrm{I}_2$.

EJERCICIO 2

Sea

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + a\,x^2 & \text{si} \quad x < 1 \\ b\,x + \dfrac{2}{x} & \text{si} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

a) [1,5] Calcule los valores de a y b para que la función sea continua y derivable en $x = 1$.

b) [1] Para $b = 3$, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de esa función en el punto de abscisa $x = 2$.

EJERCICIO 3

Un campus universitario dispone de 3000 plazas numeradas de aparcamiento para vehículos, distribuidas en tres zonas A, B y C. La zona A está constituida por las plazas del 1 al 1500, estando 1350 de ellas protegidas del sol. La zona B la conforman las plazas numeradas desde 1501 a 2500, estando el 80% protegidas del sol. La zona C contiene las plazas numeradas desde 2501 hasta 3000, estando solamente 250 protegidas del sol.

Aleatoriamente se elige una de las plazas de aparcamiento del campus.

a) [0,75] ¿Cuál es la probabilidad de que esté en la zona A o en la B?

b) [0,75] ¿Cuál es la probabilidad de que no esté protegida del sol?

c) [1] Si se ha elegido una plaza protegida del sol, ¿cuál es la probabilidad de que esté ubicada en la zona B?

EJERCICIO 4

En un estudio sobre la utilización de nuevas tecnologías entre los estudiantes de Bachillerato, se ha realizado una encuesta a 500 estudiantes elegidos mediante muestreo aleatorio simple, resultando que 380 de ellos son usuarios de una determinada red social.

a) [1,5] Calcule un intervalo de confianza al 97% para la proporción de estudiantes que son usuarios de esa red social.

b) [1] Suponiendo que se mantiene la proporción muestral, determine el número mínimo de estudiantes a los que sería preciso entrevistar para que, con un nivel de confianza del 96%, el error cometido al estimar la proporción de usuarios de la citada red social no supere el 2%.

Modelo 6 (S)

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sea el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x+2y\leq 11\ ,\ x\geq 2y-5\ ,\ 3x+y\leq 18\ ,\ x\geq 0\ ,\ y\geq 0$$

a) [1.8] Represente gráficamente la región que definen y calcule sus vértices.

b) [0.5] Halle los puntos de esa región en los que la función $F\,(x\,,y)=2x+3y$ alcanza los valores máximo y mínimo y calcule dichos valores.

c) [0.2] Justifique si el punto $(5.5\,,2)$ pertenece a la región factible.

EJERCICIO 2

El consumo de cereales en una ciudad, en miles de toneladas, viene dado en función del tiempo t por :

$$c\,(t)=t^3-15t^2+63t+10\quad ,\quad 0\leq t\leq 12$$

a) [0,8] ¿En qué instante se alcanza el máximo consumo de cereales y cuántas toneladas se consumen en ese momento?

b) [0,7] ¿En qué intervalo de tiempo decrece el consumo de cereales?

c) [1] Represente gráficamente la función.

EJERCICIO 3

En una localidad, el 25% de los habitantes asiste periódicamente a la consulta del dentista, el 10% se hace una analítica y el 8% hace ambas cosas.

a) [0,5] Razone si los sucesos "Asistir a la consulta del dentista" y "Hacerse una analítica" son independientes.

b) [1] ¿Qué porcentaje de habitantes ni se hace una analítica ni va al dentista?

c) [1] Si elegimos un habitante al azar de esa localidad de entre los que no van al dentista, ¿cuál es la probabilidad de que se haga una analítica?

EJERCICIO 4

En una zona escolar formada por tres centros de secundaria, se desea estimar la proporción del alumnado que lleva teléfono móvil al instituto. Se toma una muestra aleatoria simple de 121 estudiantes, de los cuales 74 lo llevan.

a) [1,2] Determine un intervalo de confianza al 97% para la proporción de este alumnado que lleva el móvil al instituto. ¿Entre qué dos porcentajes varía esa proporción a ese nivel de confianza?

b) [0,5] Si con la misma muestra se disminuye el nivel de confianza, ¿qué efecto tendrá esta disminución en el error de estimación?

c) [0,8] Si en la misma zona se elige mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional otra muestra de 121 estudiantes, considerando que el segundo centro escolar tiene el doble de alumnos que el primero y el tercero tiene el triple que el primero, ¿cuántos alumnos de cada centro se deben tomar para constituir la muestra?

Modelo 6 (S)

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \ , \ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) [1] Calcule A^{2018} y A^{2019}.

b) [1.5] Resuelva la ecuación matricial $X \cdot A + B \cdot B^t = 2A$.

EJERCICIO 2

El beneficio, en miles de euros, que ha obtenido una almazara a lo largo de 50 años viene dado por

$$B(t) = \begin{cases} -0.04\,t^2 + 2.4\,t & \text{si} \quad 0 \leq t < 40 \\ \dfrac{40\,t - 320}{t} & \text{si} \quad 40 \leq t \leq 50 \end{cases}$$

donde t es el tiempo transcurrido.

a) [1] Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función $B(t)$ en el intervalo $[0\,,50]$.

b) [1] Estudie la monotonía de la función $B(t)$ y determine en qué momento fueron mayores los beneficios de la almazara, así como el beneficio máximo.

c) [0,5] Represente la gráfica de la función y explique la evolución del beneficio.

EJERCICIO 3

Un hotel dispone de tres lavadoras industriales L1 , L2 y L3 para el servicio de lavandería. El 50% de los lavados los realiza L1, el 30% los hace L2 y el resto L3. La lavadora L1 produce un 5% de lavados defectuosos, L2 produce un 15% y L3 un 20%. Se elige al azar un lavado del hotel.

a) [1,5] Calcule la probabilidad de que no sea defectuoso.

b) [1] Calcule la probabilidad de que el lavado haya sido realizado por L1 , sabiendo que ha sido defectuoso.

EJERCICIO 4

La edad de los empleados de una empresa sigue una ley Normal de varianza 64 y media desconocida. Se toma una muestra aleatoria simple de 16 empleados de dicha empresa, obteniéndose las siguientes edades

30 42 38 45 52 60 21 26 33 44 28 49 37 41 38 40

a) [1,5] Obtenga un intervalo de confianza para estimar la edad media de los empleados, con un nivel de confianza del 97%.

b) [1] Calcule el tamaño mínimo de la muestra que se ha de tomar para estimar la edad media de los empleados, con un error inferior a 2 años y un nivel de confianza del 99%.