TEMA 6

INTEGRALES

Ejercicios para Selectividad
de
Integrales

Pruebas
2020 y 2021

José Álvarez Fajardo

Enunciados

EJERCICIO 1: [S/20]

Dada la función
$$f(x)=\begin{cases}-x+2 & \text{si } x\le 2\\ -x^2+6x-8 & \text{si } 2<x<4\\ \dfrac{x-3}{x} & \text{si } x\ge 4\end{cases}$$
calcule $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x$

EJERCICIO 2: [S/20]

Represente gráficamente la función
$$g(x)=-x^2+6x-5$$
y calcule el área comprendida entre la gráfica de la función g, el eje de abscisas y las rectas $x=2$ y $x=4$.

EJERCICIO 3: [S/20]

Se considera la función
$$f(x)=4\,x^3-3\,x+4$$
Calcule la función $F(x)$ que verifica
$$F'(x)=f(x)\ \text{ y } F(2)=10.$$

EJERCICIO 4: [S/20]

Calcule $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ para la función
$$f(x)=\begin{cases}-x+\dfrac{1}{2} & \text{si} & x\le -1\\ \dfrac{x+1}{x+3} & \text{si} & -1<x\le 1\\ x^2+4x & \text{si} & x>1\end{cases}$$

EJERCICIO 5: [S/20]

El número de bacterias en un determinado cultivo viene dado por la función $B(t)$, donde t representa el tiempo en horas, con $0\le t\le 7$. La variación instantánea en la población de bacterias en el cultivo viene dada por su derivada, cuya expresión es
$$B'(t)=50000\cdot \mathrm{e}^{2t}$$
Obtenga la expresión de la función $B(t)$, sabiendo que en el instante $t=0$ el número de bacterias en el cultivo era de 40000.

EJERCICIO 6: [S/20]

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{x+1} & \text{si} \quad x < -2 \\ x^2 - 6 & \text{si} \quad x \geq -2 \end{cases}$$

Esboce la gráfica de f y calcule el área de la región limitada por la gráfica de la función f, el eje de abscisas y las rectas $x = 3$ y $x = 5$.

EJERCICIO 7: [S/21]

Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{si} \quad -2 \leq x < 0 \\ (x-1)^2 & \text{si} \quad 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Represente el recinto que encierra la gráfica de f, las rectas $x = -1$, $x = 1$ y el eje OX y calcule su área.

EJERCICIO 8: [S/21]

Se considera la función

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$$

Calcule $\displaystyle\int f(x)\, \mathrm{d}x$

EJERCICIO 9: [S/21]

Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de $h(x) = x^2 + x + 1$, el eje de abscisas y las rectas $x = -\dfrac{1}{2}$ y $x = 0$.

EJERCICIO 10: [S/21]

Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 2 & \text{si} \quad -4 \leq x \leq -2 \\ -2x^2 + 8 & \text{si} \quad -2 < x \leq 2 \\ -8x + 16 & \text{si} \quad 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de f, el eje OX y las rectas $x = -2$ y $x = 2$.

EJERCICIO 11: [S/21]

Halle la función $h(x)$, sabiendo que $h(2) = \dfrac{11}{3}$ y que su derivada es

$$h'(x) = 4x^3 + x^2 - 4x - 1$$

EJERCICIO 12: [S/21]

Sea la función

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x} & \text{si} \quad x\leq -1\\ -3x^2+4 & \text{si} \quad -1<x<\ 1\\ 2x-1 & \text{si} \quad x\geq\ 1\end{cases}$$

Calcule el área de la región limitada por la gráfica de la función f , el eje de abscisas y las rectas $x=0$ y $x=3$

EJERCICIO 13: [S/21]

Se considera la función $$f(x)=\begin{cases}2^{x+1} & \text{si} \quad x<0\\ x^2-2x & \text{si} \quad x\geq 0\end{cases}$$

Calcule $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\ \mathrm{d}x$

EJERCICIO 14: [S/21]

Sea la función

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2} & \text{si} \quad x<1\\ x^2-\dfrac{1}{2}x & \text{si} \quad x\geq 1\end{cases}$$

Represente la región del plano delimitada por la gráfica de f , el eje de abscisas y las rectas $x=0$ y $x=2$.

Calcule el área de dicha región.

EJERCICIO 15: [S/21]

La cotización en bolsa de una empresa en un determinado día viene expresada, en euros, por la función $c(t)$, con $t\in[0\,,24]$, medido en horas. La variación instantánea de esta función es la derivada de c, dada por

$$c'(t)=0.03\,t^2–0.9\,t+6 \quad , \quad t\in(0\,,24)$$

Halle la expresión analítica de la función c, sabiendo que la cotización en bolsa de la empresa era de 50 euros en el instante inicial.