Nombre: ____	
Repaso de funciones de 1º	

✗ Ejercicio1: En un experimento que dura cinco horas se estudia la temperatura de un objeto. Ésta varía en función del tiempo transcurrido desde el inicio de la experiencia según la fórmula

$$T=t^2-4t+3 \quad , \quad 0\leq t\leq 5$$

donde el tiempo (t) está medido en horas y la temperatura (T) en grados centígrados.

a) ¿Cuál es la temperatura al inicio del experimento? ¿Y al final?

b) Dibuja la gráfica tiempo – Temperatura.

c) Indica cuándo la temperatura está bajo cero y cuándo por encima.

d) ¿En qué período de tiempo aumenta la temperatura del objeto? ¿En cuál disminuye?

e) Señala las temperatura máxima y mínima alcanzadas.

f) Construye un esquema de variación de la función.

✗ Ejercicio 2: Considera la función f definida por:

$$f(x)=\begin{cases} 2^x+1 & \text{si} \quad x<2 \\ -x+2 & \text{si} \quad x\geq 2 \end{cases}$$

a) Dibuja su gráfica.

b) Estudia su continuidad.

c) ¿Cuál es la tendencia de la función cuando $x\rightarrow+\infty$? ¿Y cuando $x\rightarrow-\infty$?

✗ Ejercicio 3: Considera las funciones siguientes:

$$f(x)=x-2 \quad , \quad g(x)=\sqrt{4x+4} \quad \text{y} \quad h(x)=\frac{5x-1}{x+3}$$

a) Calcula $(f-h)(0)$ y $(f\circ g)(-1)$

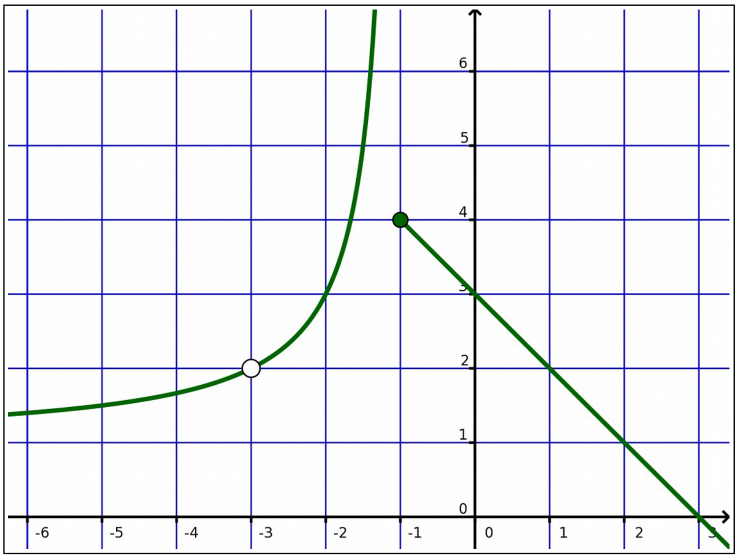
b) Halla $\left(\frac{h}{f}\right)(x)$ y su dominio.

c) Obtén $(g\circ f)(x)$ y su dominio.

Nombre: ____

Repaso de funciones de 1º

✗ Ejercicio 4: La gráfica de la función $y=f(x)$ es la mostrada a continuación:



a) Estudia la continuidad de la función, señalando valor y tendencias en las discontinuidades.

b) ¿Cuál es la tendencia de la función cuando $x \to -\infty$? ¿Y cuando $x \to +\infty$?

c) ¿Qué asíntotas tiene la curva?

✗ Ejercicio 5: Sea

$$f(x)=\begin{cases} x^2-2x & \text{si} \quad x \leq 2 \\ x+1 & \text{si} \quad x>2 \end{cases}$$

a) Calcula los límites de $f(x)$ para $x \to \pm\infty$. ¿Tiene asíntotas horizontales?

b) Razona cuál es el único punto en el que la función f puede ser discontinua y halla los límites laterales en dicho punto. ¿Qué tipo de discontinuidad tiene?

c) Dibuja su gráfica y compruébalo.

✗ Ejercicio 6: Sea

$$f(x)=\frac{2x}{x^2+3x}$$

a) Calcula los límites de $f(x)$ para $x \to \pm\infty$.

b) Estudia la continuidad de la función.

c) ¿Qué asíntotas tiene la gráfica de la función?

✗ <u>Ejercicio 1</u>:

a) Hacemos $t=0 \rightarrow T_i=3$:

Al inicio del experimento la temperatura es de tres grados.

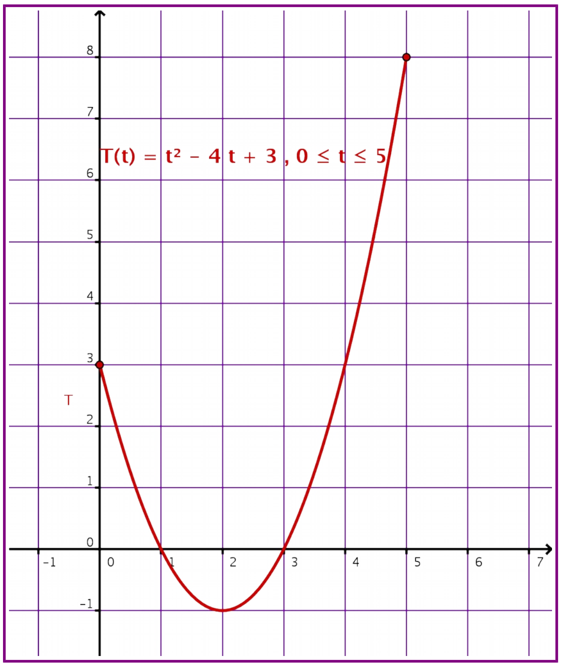
Haciendo $t=5 \rightarrow T=8$:

Al final de la experiencia la temperatura es de ocho grados.

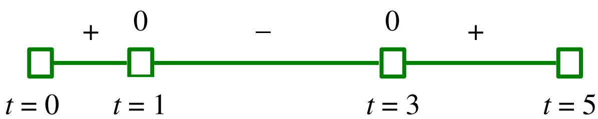
b) La gráfica será un trozo de parábola, cuyo vértice se encuentra cuando $t_V=\frac{-b}{2a}=\frac{4}{2}=2$.

t	0	1	2	3	4	5
T	3	0	–1	0	3	8

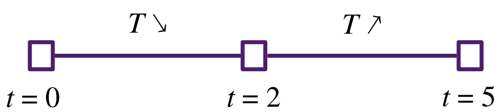
Con la anterior tabla de valores:



c) En el esquema siguiente señalamos cuándo la temperatura está sobre cero (+) y bajo cero (–):



d) En el siguiente esquema mostramos cuándo aumenta o disminuye la temperatura:



e) Las temperaturas extremas son:

$T_{max}=8$ºC que se alcanza para $t=5$ h.

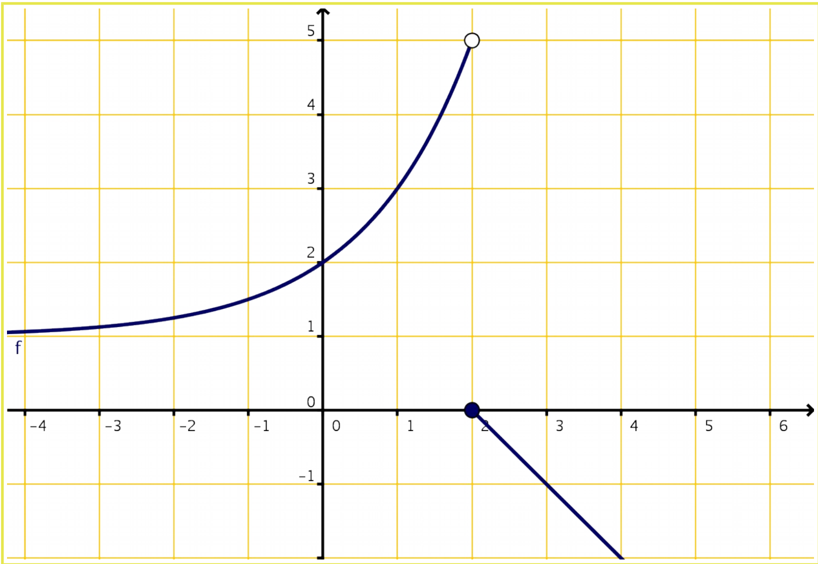
$T_{min}=-1$ºC que se alcanza para $t=2$ h.

f) El siguiente esquema resume la variación de la función:

t	0		2		5
T	3	↘	–1	↗	8

✗ <u>Ejercicio 2</u>:

a) La gráfica se compondrá de un trozo de curva exponencial para $x<2$, así como de un trozo de recta para $x\geq 2$. Con unas tablas de valores adecuadas:



b) Apreciamos en la gráfica que la función es continua en todo punto excepto para $x = 2$, donde hay una discontinuidad de salto finito.

c) Si prolongamos hacia la izquierda, la gráfica se aproxima a la cuadrícula horizontal $y = 1$:

$$\text{si} \quad x\rightarrow-\infty \quad \text{es} \quad y\rightarrow 1$$

Si prolongamos hacia la derecha, la gráfica se va hacia abajo:

$$\text{si} \quad x\rightarrow+\infty \quad \text{es} \quad y\rightarrow-\infty$$

✗ <u>Ejercicio 3</u>:

a) $(f-h)(0)=f(0)-h(0)=-2-\left(\frac{-1}{3}\right)=-2+\left(\frac{1}{3}\right)=-\frac{5}{3}$

$(f\circ g)(-1)=f[g(-1)]=f(0)=-2$

El esquema de esta composición es:

$$\begin{tikzcd} x=-1 \arrow[r, "g"] \arrow[rr, bend right, "f\circ g"'] & 0 \arrow[r, "f"] & y=-2 \end{tikzcd}$$

b) La fórmula que define el cociente es:

$$\frac{h(x)}{f(x)}=\frac{5x-1}{x+3}:(x-2)=\frac{5x-1}{(x-2)\cdot(x+3)}$$

El denominador no puede ser cero:

$$(x-2)(x+3)=0 \rightarrow x=2, x=-3$$

Así: $$D=\mathbb{R}-\{-3, 2\}$$

c) La fórmula que define a la función compuesta es:

$$(g\circ f)(x)=g[f(x)]=g(x-2)=\sqrt{4(x-2)+4}=\sqrt{4x-4}$$

Para hallar su dominio, obsdervemos que el radicando no puede ser negativo:

$$4x-4\geq 0$$

Resolviendo la inecuación:

$$D=[1,+\infty)$$

✗ Ejercicio 4:

a) La función es continua en todo punto excepto en $x = -3$ (discontinuidad de salto infinito) y en $x = -1$ (discontinuidad evitable o de agujero). Veamos los valores y las tendencias en esas discontinuidades:

$\boxed{x=-1}$ VALOR: si $x=-1$ es $y=4$

TENDENCIAS: $\begin{cases} \text{si} \quad x\to -1- \quad \text{es} \quad y\to +\infty \\ \text{si} \quad x\to -1+ \quad \text{es} \quad y\to 4 \end{cases}$

$\boxed{x=-3}$ VALOR: si $x=-3$ es $y=$No existe

TENDENCIAS: $\begin{cases} \text{si} \quad x\to -3- \quad \text{es} \quad y\to 2 \\ \text{si} \quad x\to -3+ \quad \text{es} \quad y\to 2 \end{cases}$

b) En la gráfica observamos las siguientes tendencias en el infinito:

$$\text{si } x\to -\infty \text{ es } y\to 1 \quad \text{y} \quad \text{si } x\to +\infty \text{ es } y\to -\infty$$

o lo que es igual:

$$\lim_{x\to -\infty} f(x)=1 \quad \text{y} \quad \lim_{x\to +\infty} f(x)=-\infty$$

c) La curva tiene las siguientes asíntotas:

Horizontales:

$y = 1$ (para $x\to -\infty$)

Verticales:

$x = -1$ (pues aquí tenemos una discontinuidad de salto infinito)

✗ Ejercicio 5:

a) Debemos elegir la fórmula conveniente:

si $x\to -\infty$ es $y=x^2-2x\to +\infty$ pues $(-\infty)^2=+\infty$

si $x\to +\infty$ es $y=x+1\to +\infty$ pues $+\infty+1=+\infty$

Deducimos de lo anterior que no hay asíntotas horizontales, pues la función no tiende hacia un número.

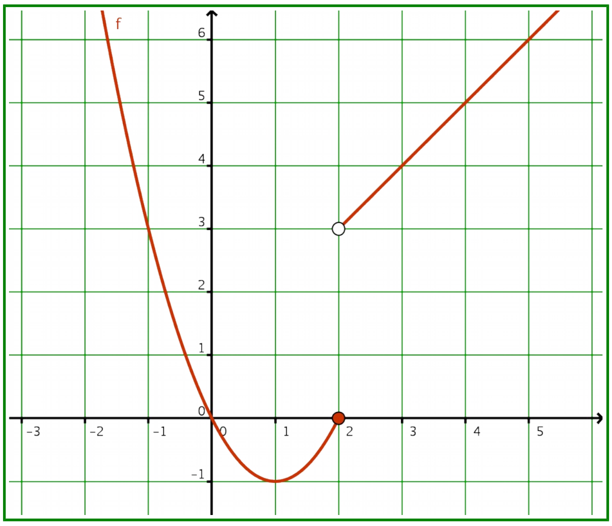
b) La función sólo puede ser discontinua en $x = 2$, que es el punto de conexión de ambas partes.

$\boxed{x=2}$ VALOR: si $x=2$ es $y=0$

TENDENCIAS: $\begin{cases} \text{si} \quad x\to 2- \quad \text{es} \quad y=x^2-2x\to 0 \\ \text{si} \quad x\to 2+ \quad \text{es} \quad y=x+1\to 3 \end{cases}$

Concluimos que hay discontinuidad de salto finito (3 unidades) para $x = 2$.

c) La gráfica se compondrá de un trozo de parábola (con vértice en $x_V=\frac{-b}{2a}=\frac{2}{2}=1$) para $x\le 2$, así como de un trozo de recta para $x>2$. Con unas tablas de valores adecuadas:



✗ <u>Ejercicio 6</u>:

a) Usamos la regla de los grados: como el grado del numerador es menor que el del denominador es cero.

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2x}{x^2+3x}=0$$

b) La función es un cociente de polinomios: sólo puede ser discontinua en los ceros del denominador:

$$x^2+3x=0\ \to\ x(x+3)=0\ \to\ x=-3\,,x=0$$

$\boxed{x=-3}$ VALOR: si $x=-3$ es $y=$ no existe

TENDENCIAS: $\lim_{x\to-3} f(x)=\left[\frac{-6}{0}\right]=\pm\infty$

Concluimos que hay discontinuidad de salto infinito para $x=-3$.

$\boxed{x=0}$ VALOR: si $x=0$ es $y=$ no existe

TENDENCIAS: $\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{2x}{x(x+3)}=\lim_{x\to 0}\frac{2}{x+3}=\frac{2}{3}$

Concluimos que hay discontinuidad de agujero para $x=0$

c) Del apartado (a) se deduce que la recta $y=0$ es una asíntota horizontal.

Del apartado (b) se deduce que la recta $x=-3$ es una asíntota vertical.