Nombre: ____ ***Curso 2º*** ___ Final – Mates Aplicadas II	

✗ EJERCICIO 1

a) [1,25] Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 5 & 6\\ 0 & 1 & 7\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, calcule $(I_3-A)^3$

b) [1,25] Dadas las matrices $B=\begin{pmatrix}1 & a\\ b & 3\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}-1\\ 3\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5\\ 10\end{pmatrix}$ determine a y b para que se verifique la igualdad $B \cdot C - D = O$, siendo O la matriz nula.

✗ EJERCICIO 2

Sean las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}2 & -5\\ 1 & -3\end{pmatrix} \quad , \quad B=\begin{pmatrix}3 & -1 & 2\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix} \quad , \quad C=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & 5 & 3\end{pmatrix}$$

a) [1] Calcule $A^2-B\cdot C^t$.

b) [1,5] Resuelva la ecuación matricial $A\,X+B=2\cdot C$.

✗ EJERCICIO 3

Se considera el recinto $\boldsymbol{R}$ del plano, determinado por las siguientes inecuaciones:

$$x+y\geq 2 \ , \ x+3y\leq 15 \ , \ y-3x\geq -15 \ , \ x\geq 0 \ , \ y\geq 0$$

a) [1,5] Represente gráficamente el recinto $\boldsymbol{R}$ y calcule sus vértices.

b) [0,5] Halle los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x,y)=3x+y$ en dicho recinto.

c) [0,5] Razone si existen puntos (x,y) del recinto, para los que $F(x,y)=30$.

✗ EJERCICIO 4

a) [2] Plantee el siguiente problema:

“Una empresa elabora dos productos, *A* y *B*. Cada unidad de *A* requiere 2 horas en una máquina y 5 horas en una segunda máquina. Cada unidad de *B* necesita 4 horas en la primera máquina y 3 horas en la segunda máquina. Semanalmente se dispone de 100 horas en la primera máquina y de 110 horas en la segunda.

Si la empresa obtiene un beneficio de 70 euros por cada unidad de *A*, y de 50 euros por cada unidad de *B*, ¿qué cantidad semanal de cada producto debe producir con objeto de maximizar el beneficio total? ¿Cuál es ese beneficio?”

b) [0,5] Consideremos el recinto cuyos vértices son $A=(1,1)$, $B=(3,1)$, $C=(3,4)$, $D=(1,4)$. Obtenga un sistema de inecuaciones que determine el recinto.

Nombre: ____ ***Curso 2º*** ___ Final – Mates Aplicadas II	

✗ EJERCICIO 5

Un almacenista de frutas ha estimado que el beneficio que le produce cada kilogramo de fresas depende del precio de venta de acuerdo con la función

$$B(x)=-x^2+4x-3$$

donde B es el beneficio por kilo y x el precio de cada kilogramo, ambos expresados en euros.

a) [1,25] ¿Entre qué precios se producen beneficios para el almacenista?

b) [1,25] ¿Qué precio maximiza los beneficios?

c) [0,5] Si tiene en el almacén 10000 kg. de fresas, ¿cuál será el beneficio total máximo que podrá obtener?

✗ EJERCICIO 6: Dada la función $y=x^3+3x^2-4$.

a) [1,5] Estudie su monotonía y determine las coordenadas de sus extremos relativos.

b) [1] Obtenga los límites para $x \to \pm\infty$ y esboce la gráfica de la función.

✗ EJERCICIO 7:

a) [1,25] Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $g(x)=\dfrac{3x-2}{x-1}$ en el punto de abscisa $x = 2$.

b) [1,25] Se considera la función $f(x)=ax^3-12x^2+bx-5$. Calcule los valores de los parámetros a y b para que f tenga un punto de inflexión en el punto $(1,-8)$.

✗ EJERCICIO 8: Dada la función

$$f(x)=\begin{cases} x+6 & \text{si} \quad x\leq -1 \\ x^2-4x & \text{si} \quad x>-1 \end{cases}$$

a) [1] Estudie su continuidad y derivabilidad.

b) [0,75] Represéntela gráficamente.

c) [0,5] Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los extremos relativos.

d) [0,25] Los extremos hallados anteriormente, ¿son puntos donde $f'(x)=0$.

_Nombre: ____ Curso 2º ___ _ Final – Mates Aplicadas II	

✗ EJERCICIO 9: En una ciudad, el 55% de la población consume aceite de oliva, el 30% de girasol, y el 20% ambos tipos de aceite. Se escoge una persona al azar:

a) [1] Si consume aceite de oliva, ¿cuál es la probabilidad de que consuma también aceite de girasol?

b) [1] Si consume aceite de girasol, ¿cuál es la probabilidad de que no consuma aceite de oliva?

c) [0,5] ¿Cuál es la probabilidad de que no consuma ninguno de los dos tipos de aceite?

✗ EJERCICIO 10: Una enfermedad afecta a un 5 % de la población. Se aplica una prueba diagnóstica para detectar dicha enfermedad, obteniéndose el siguiente resultado: Aplicada a personas que padecen la enfermedad se obtiene un 96 % de resultados positivos, y aplicada a personas que no la padecen se obtiene un 2 % de resultados positivos. Elegida una persona, al azar, y aplicada la prueba:

a) [1,25] ¿Cuál es la probabilidad de que se obtenga un resultado positivo?

b) [1,25] Si se obtiene un resultado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que esta persona no padezca la enfermedad?

✗ EJERCICIO 11: Un jugador lanza a la vez un dado y una moneda.

a) [0,5] Construya el espacio muestral de este experimento aleatorio.

b) [1] Determine la probabilidad del suceso A: "El jugador obtiene un número par en el dado y cruz en la moneda".

c) [1] Si sabemos que en la moneda ha salido cara, ¿cuál es la probabilidad de que en el dado haya salido más de 3 puntos?

✗ EJERCICIO 12

Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que:

$$p(A)=0{,}4 \ , \ p(B)=0{,}3 \ \text{y} \ p(\overline{A}\cap\overline{B})=0{,}5$$

a) [1,5] Calcule las siguientes probabilidades: $p(A\cup B)$, $p(A/B)$ y $p(B/\overline{A})$

b) [0,5] Razone si A y B son sucesos incompatibles.

c) [0,5] Razone si A y B son independientes.

Nombre: ____ *Curso 2º* ___	
Final – Mates Aplicadas II	

✗ EJERCICIO 13

a) [1,5] Sea la población { 3 , 5 , 7 }. Calcule la desviación típica de las medias muestrales, con reemplazamiento, de tamaño 3.

b) [1] Una población de tamaño 1000 se ha dividido en 4 estratos de tamaño 150, 400, 250 y 200. Utilizando muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional se han seleccionado 10 individuos del tercer estrato, ¿cuál es el tamaño de la muestra?

✗ EJERCICIO 14

En un distrito universitario, la calificación de los alumnos sigue una distribución Normal de media 6.2 puntos y desviación típica de 1 punto. Se seleccionó, aleatoriamente, una muestra de tamaño 25.

a) [1] Indique la distribución de la media de las muestras de tamaño 25.

b) [1,5] ¿Cuál es la probabilidad de que la media de las calificaciones de los alumnos de una de esas muestras esté comprendida entre 6,3 y 6,6 puntos?

✗ EJERCICIO 15

Una variable aleatoria sigue una ley Normal con media desconocida y desviación típica 2,4. Se quiere estimar la media poblacional, con un nivel de confianza del 93%, para lo que se toman dos muestras de distintos tamaños.

a) [1,25] Si una de las muestras tiene tamaño 16 y su media es 10,3, ¿cuál es el intervalo de confianza correspondiente?

b) [1,25] Si con la otra muestra el intervalo de confianza es (9,776 , 11,224), ¿cuál es la media muestral? ¿Cuál es el tamaño de la muestra?

✗ EJERCICIO 16

Un estudio sociológico afirma que el 70% de las familias cena viendo la televisión. Se desea contrastar la veracidad de esta afirmación y, para ello, se toma una muestra de 500 familias, en la que se observa que 340 ven la televisión mientras cenan.

Decida, mediante un contraste de hipótesis, si la afirmación es cierta con un nivel de significación de 0,01.

✗ EJERCICIO 1

a) Calculemos primero $I_3 - A$:

$$I_3 - A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -5 & -6 \\ 0 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Así, multiplicamos esa matriz por sí misma tres veces:

$$(I_3 - A)^3 = \begin{pmatrix} 0 & -5 & -6 \\ 0 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -5 & -6 \\ 0 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -5 & -6 \\ 0 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 35 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -5 & -6 \\ 0 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Calculemos $B \cdot C - D$ (el resultado es una matriz columna con dos filas):

$$B \cdot C - D = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 + 3a \\ -b + 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3a - 6 \\ -b - 1 \end{pmatrix}$$

Como el resultado debe ser matriz nula, igualamos a cero ambos:

$$\begin{cases} 3a - 6 = 0 \\ -b - 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

✗ EJERCICIO 2

a) Calculemos primero los términos de la diferencia y luego los restamos:

$$\left.\begin{array}{l} A^2 = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \\ B \cdot C^t = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} \end{array}\right\} A^2 - B \cdot C^t = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 7 \\ -6 & -4 \end{pmatrix}$$

b) Para obtener X despejamos como sigue:

$$A \cdot X + B = 2C \rightarrow A \cdot X = 2C - B \rightarrow X = A^{-1} \cdot (2C - B)$$

Hallemos esas dos matrices:

$$\left.\begin{array}{l} det\,A = 2 \cdot (-3) - 1 \cdot (-5) = -1 \\ Adj\,A = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \end{array}\right\} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{detA} \cdot (AdjA)^t = -1 \cdot \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$2C - B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 10 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 4 \\ -2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

Operando:

$$X = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 5 & 4 \\ -2 & 5 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -30 & -13 \\ 3 & -13 & -6 \end{pmatrix}$$

✗ EJERCICIO 3

Se considera el recinto $\boldsymbol{R}$ del plano, determinado por las siguientes inecuaciones:

$$x+y\geq 2 \ , \ x+3y\leq 15 \ , \ y-3x\geq -15 \ , \ x\geq 0 \ , \ y\geq 0$$

a) Despejemos convenientemente para ver el semiplano:

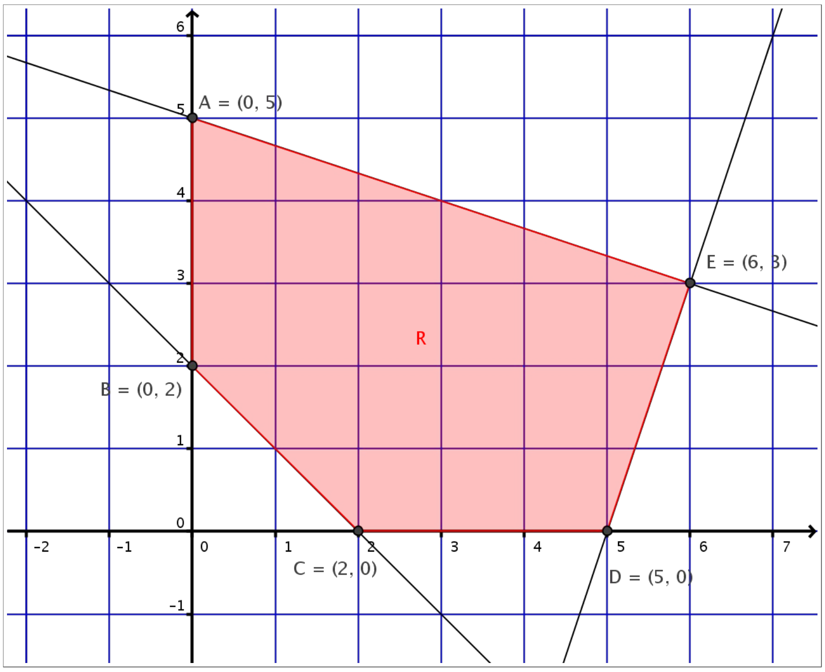
$x+y\geq 2 \rightarrow y\geq 2-x \rightarrow$ Semiplano superior a $y=2-x$

$x+3y\leq 15 \rightarrow x\leq 15-3y \rightarrow$ Semiplano izquierdo a $x=15-3y$

$y-3x\geq -15 \rightarrow y\geq -15+3x \rightarrow$ Semiplano superior a $y=-15+3x$

$x\geq 0 \ , \ y\geq 0 \rightarrow$ Primer cuadrante

Aquí tenemos el recinto dibujado. En él apreciamos claramente las coordenadas de los vértices:



b) Como F es lineal y la región es un recinto convexo y acotado, alcanza su valor máximo y su valor mínimo en sus vértices:

Vértices		$\boldsymbol{F=3x+y}$
$A=(0,5)$	→	5
$B=(0,2)$	→	2
$C=(2,0)$	→	6
$D=(5,0)$	→	15
$E=(6,3)$	→	21

Tenemos así que el valor máximo es $F=21$, que se alcanza en el vértice $E=(6,3)$.

Tenemos así que el valor máximo es $F=2$, que se alcanza en el vértice $B=(0,2)$.

c) No puede haber ningún punto en el que sea $F=30$. Todos los valores que toma F están comprendidos entre 2 (el mínimo) y 21 (el máximo). No puede haber un punto en el que tome un valor mayor que el máximo.

✗ EJERCICIO 4

a) Organicemos todos los datos en una tabla:

Productos	***Máquina 1***	***Máquina 2***	***Beneficio***	***Unidades***
A	2	5	70	x
B	4	3	50	y

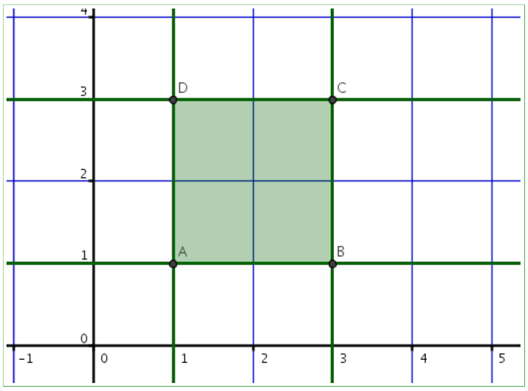
- Las horas empleadas en la máquina 1 hasta 100 ➞ $2x+4y\leq 100$
- Las horas empleadas en la máquina 2 hasta 110 ➞ $5x+3y\leq 110$
- Queremos el máximo beneficio.

Concluimos de aquí:

✔ Objetivo: maximizar $f=70x+50y$

✔ Restricciones: debe cumplirse $\begin{cases} x\geq 0,\ y\geq 0 \\ 2x+4y\leq 100 \\ 5x+3y\leq 110 \end{cases}$

b) Organicemos todo:

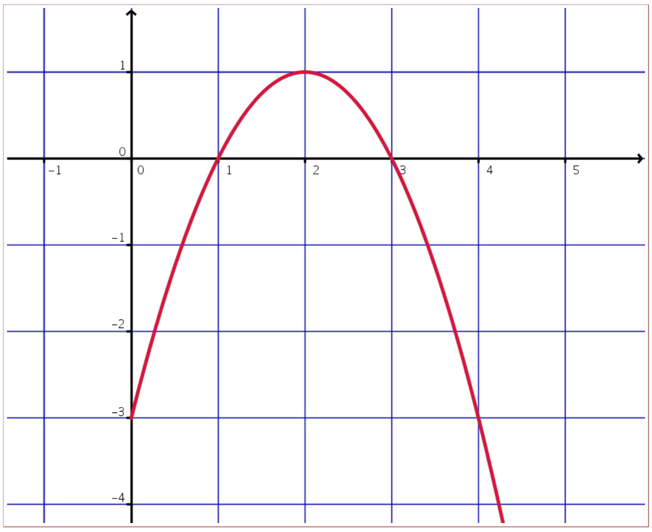


Lado	***Ecuación***	***Semiplano***	***Inecuación***
AB	$y=1$	Superior	$y\geq 1$
BC	$x=3$	Izquierdo	$x\leq 3$
CD	$y=3$	Inferior	$y\leq 3$
AD	$x=1$	Derecho	$x\geq 1$

Concluimos que el recinto es el determinado por el conjunto de restricciones anteriores.

✗ EJERCICIO 5

Vamos a dibujar su gráfica para ayudarnos que es sencilla: una parábola de cóncava con vértice para $x_V=\frac{-4}{-2}=2$. Con una sencilla tabla de valores:



a) En la gráfica apreciamos que es $B>0$ (por encima del eje **X**) en el intervalo (1 , 3). Así, hay beneficios para un precio entre 1 y 3 euros el kilo.

b) El máximo absoluto se alcanza en el vértice: para 2 euros el kilo.

c) El beneficio máximo será de

$$B = 10000 \cdot 1 = 10000\ €$$

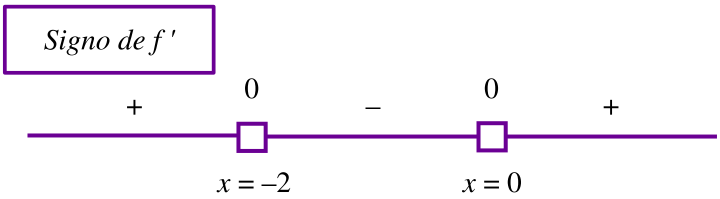
✗ <u>EJERCICIO 6</u>:

a) Estudiamos el signo de la derivada primera.

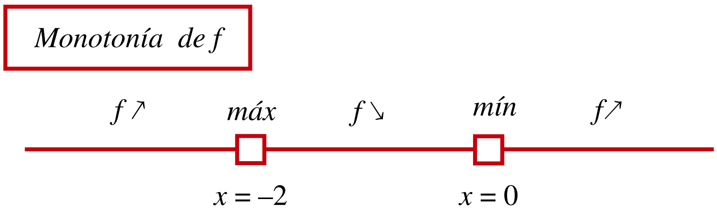
Primero hallemos sus ceros:

$y' = 3x^2 + 6x \rightarrow 3x^2 + 6x = 0 \rightarrow x \cdot (3x + 6) = 0 \rightarrow x = 0\ ,\ x = -2$

Sus intervalos de signo:



De ahí sacamos los intervalos de monotonía. En los cambios de monotonía aparecen los extremos relativos:



Máximo: $x = -2 \rightarrow y = 0 \rightarrow (-2, 0)$

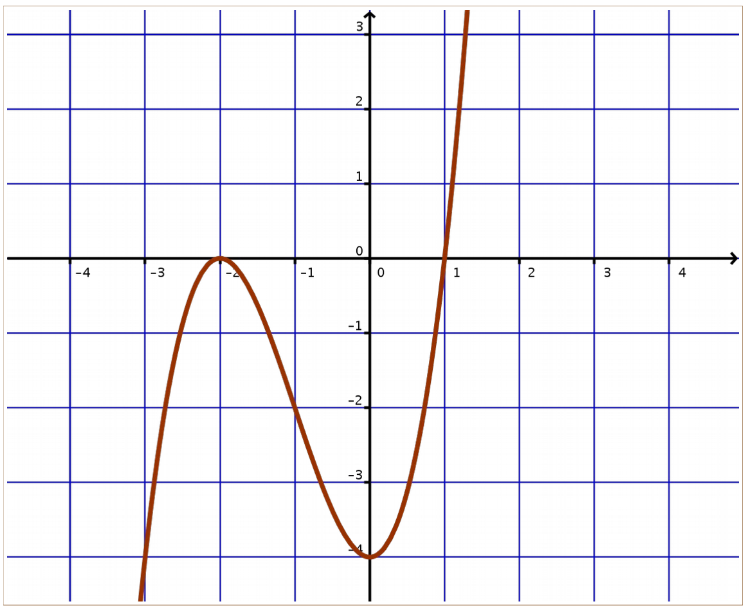
Mínimo: $x = 0 \rightarrow y = -4 \rightarrow (0, -4)$

b) Para los obtener los límites en el infinito de un polinomio basta comprobar el término líder:

$$\lim_{x \to -\infty} (x^3 + 3x^2 - 4) = \lim_{x \to -\infty} (x^3) = (-\infty)^3 = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} (x^3 + 3x^2 - 4) = \lim_{x \to +\infty} (x^3) = (+\infty)^3 = +\infty$$

Con los extremos anteriores y los límites elaboramos una simple tabla de variación y de ahí el aspecto de la gráfica:



✗ EJERCICIO 7:

a) Derivemos primero: $g'(x)=\frac{3\cdot(x-1)-1\cdot(3x-2)}{(x-1)^2}=\frac{-1}{(x-1)^2}$

La ecuación de la recta tangente para $a = 2$:

$$y-g(2)=g'(2)(x-2) \rightarrow y-(4)=-1\cdot(x-2) \rightarrow y=-x+6$$

b) Es $f(x)=ax^3-12x^2+bx-5 \rightarrow f'(x)=3ax^2-24x+b \rightarrow f''(x)=6ax-24$

Pasa por el punto $(1,-8)$ ⇨ $f(1)=-8$ ⇨ $a-12+b-5=-8$ $(*)$

Inflexión en $(1,-8)$ ⇨ $f''(1)=0$ ⇨ $6a-24=0$ $(**)$

De (**) obtenemos que es $a = 4$ y sustituyendo en (*) resulta $b = 5$.

✗ EJERCICIO 8:

a) Continuidad: f sólo puede ser discontinua para $x = -1$ (cambio de fórmula):

$\boxed{x=-1}$

VALOR: si $x=-1$ es $y=5$

TENDENCIAS: $\begin{cases} \text{si } x\rightarrow -1- \text{ es } y=x+6\rightarrow 5 \\ \text{si } x\rightarrow -1+ \text{ es } y=x^2-4x\rightarrow 5 \end{cases}$

Continua en $x=-1$

Derivabilidad: podemos derivar directamente $f'(x)=\begin{cases} 1 & \text{si } x<-1 \\ 2x-4 & \text{si } x>-1 \end{cases}$

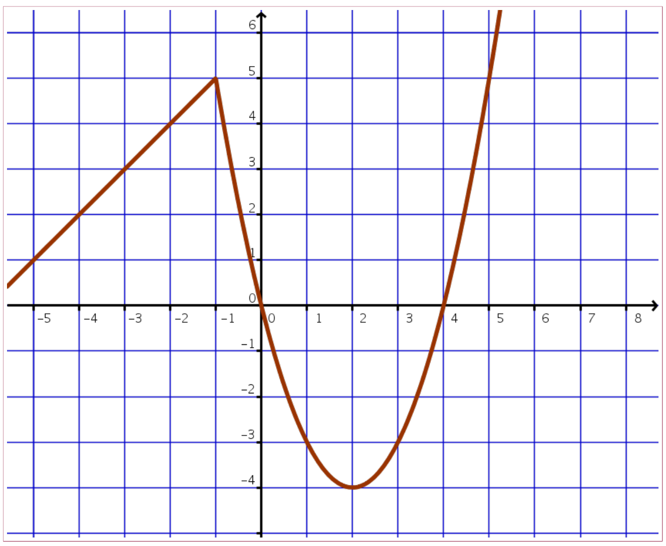
Veamos ahora detenidamente en el cambio de fórmula

$\boxed{x=-1}$

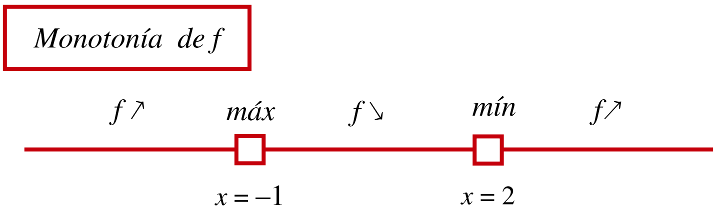
Como f es continua, las derivadas laterales son: $\begin{cases} \text{si } x\rightarrow -1- \text{ es } y'=1\rightarrow 1 \\ \text{si } x\rightarrow -1+ \text{ es } y'=2x-4\rightarrow -6 \end{cases}$

Como no coinciden concluimos que es no es derivable para $x = 0$ (es un *punto anguloso*).

b) La forman un trozo de recta ($y=x+6$, $x\leq -1$) + un trozo de parábola ($y=x^2-4x$ si $x>-1$). El vértice de la parábola lo encontramos para $x_V=\frac{-b}{2a}=\frac{4}{2}=2$:



c) De la gráfica deducimos:



d) En $x = -1$ hay un máximo relativo, pero la derivada no puede ser nula porque, como es un punto anguloso, no hay derivada.

En $x = 2$ hay un mínimo relativo, y la derivada ahí sí es cero: $f'(2)=2\cdot 2-4=0$.

✗ <u>EJERCICIO 9</u>: Llamemos O = "consumir aceite de oliva" y G = "consumir aceite de girasol". Es

$$p(O)=0{,}55 \quad , \quad p(G)=0{,}30 \quad , \quad p(O\cap G)=0{,}20$$

Organicemos todas las probabilidades en una tabla:

	G	$\overline{G}$	
O	0,20	0,35	0,55
$\overline{O}$	0,10	0,35	0,45
	0,30	0,70	1

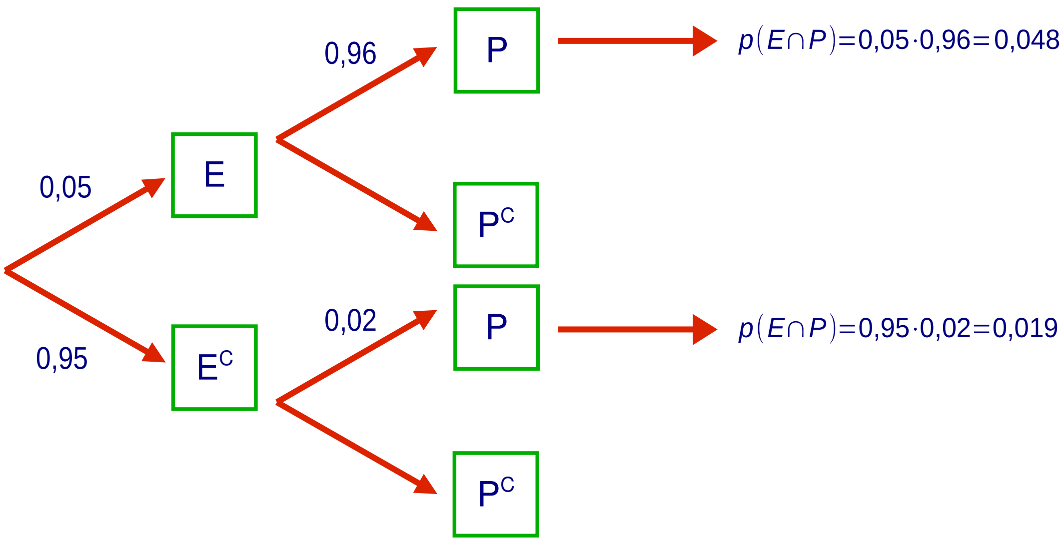
a) Es una probabilidad condicionada: $p(G/O)=\dfrac{p(G\cap O)}{p(O)}=\dfrac{0{,}20}{0{,}55}=0{,}3636\ldots$

b) Es una probabilidad condicionada: $p(B/F)=\dfrac{p(B\cap F)}{p(F)}=\dfrac{0{,}09}{0{,}57}=0{,}1578\ldots$

c) Directamente, en la tabla: $p(B/F)=\dfrac{p(B\cap F)}{p(F)}=\dfrac{0{,}09}{0{,}57}=0{,}1578\ldots$

✗ <u>EJERCICIO 10</u>: Llamemos E = "estar enfermo" y P = "dar positivo".

El diagrama de árbol nos muestra esquemáticamente la estructura de la prueba:



a) Por el Teorema de la Probabilidad Total:

$$p(P)=0{,}048+0{,}019=0{,}067$$

b) Es una probabilidad condicionada “a posteriori”:

$$p(\overline{E}/P)=\frac{p(\overline{E}\cap P)}{p(P)}=\frac{0{,}019}{0{,}067}=0{,}28658\ldots$$

✗ <u>EJERCICIO 11</u>: Un jugador lanza a la vez un dado y una moneda.

a) El espacio muestral de este experimento aleatorio será

$$E=\left\{\begin{matrix}1\text{C} & 2\text{C} & 3\text{C} & 4\text{C} & 5\text{C} & 6\text{C}\\ 1\text{X} & 2\text{X} & 3\text{X} & 4\text{X} & 5\text{X} & 6\text{X}\end{matrix}\right\} \rightarrow 6\times 2=12 \text{ resultados posibles.}$$

b) $A=\{2\text{X}, 4\text{X}, 6\text{X}\} \rightarrow p(A)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

c) Consideramos los sucesos:

$S=$ sale cara $=\{1\text{C}, 2\text{C}, 3\text{C}, 4\text{C}, 5\text{C}, 6\text{C}\}$

$M=$ sale mayor que 3 $=\{4\text{C}, 5\text{C}, 6\text{C}, 4\text{X}, 5\text{X}, 6\text{X}\}$

$M\cap S=\{4\text{C}, 5\text{C}, 6\text{C}\}$

La probabilidad que se pide es condicionada:

$$p(M/S)=\frac{p(M\cap S)}{p(S)}=\frac{3/12}{6/12}=\frac{1}{2}$$

✗ <u>EJERCICIO 12</u>

Organicemos todo en una tabla:

	A	$\overline{A}$	
B	0,2	0,1	0,3
$\overline{B}$	0,2	0,5	0,7
	0,4	0,6	1

a) La probabilidad pedida es la de la unión:

$$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=0{,}5+0{,}3-0{,}2 \rightarrow p(A\cup B)=0{,}5$$

b) A y B son incompatibles cuando su intersección es vacía.

Como la probabilidad de la intersección no es cero, la intersección no está vacía. Así concluimos que A y B no son incompatibles.

c) Veamos si A y B son independientes:

$$\left.\begin{matrix}p(A\cap B)=0{,}2\\ p(A)\cdot p(B)=0{,}4\cdot 0{,}3=0{,}12\end{matrix}\right\} \rightarrow p(A\cap B)\neq p(A)\cdot p(B) \rightarrow A \text{ y } B \text{ son dependientes}$$

✗ EJERCICIO 13

a) La variable aleatoria en la población es $X = \{ 3 , 5 , 7 \}$

La media y la desviación típica de la población son:

$$\mu=\frac{3+5+7}{3}=\frac{15}{3}=5$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{3^2+5^2+7^2}{3}-\mu^2}=\sqrt{\frac{83}{3}-25}=\sqrt{2{,}6666\ldots}$$

La desviación típica de las medias muestrales de tamaño $n = 3$ es:

$$\bar{\sigma}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{\sqrt{2{,}6666\ldots}}{\sqrt{3}}=\sqrt{0{,}8888\ldots}\approx 0{,}9428$$

b) Si llamamos n al tamaño muestral es:

$$\frac{250}{1000}\times n=10 \rightarrow n=\frac{10\times 1000}{250} \rightarrow n=40$$

✗ EJERCICIO 14

La v. a. X = "calificaciones de los alumnos" es normal con $\left|\begin{array}{l}\mu=6{,}2\\ \sigma=1\end{array}\right.$

Tamaño muestral: $n = 25$

a) La distribución de las medias muestrales $\overline{X}$ es normal (porque X lo es) con $\left|\begin{array}{l}\bar{\mu}=\mu=6{,}2\\ \bar{\sigma}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{1}{\sqrt{25}}=0{,}2\end{array}\right.$

b) La probabilidad pedida es:

$$p(6{,}3<\overline{X}<6{,}6)=p(0{,}5<Z<2)=0{,}9772-0{,}6915=0{,}2857$$

$$(*)\, z_1=\frac{\bar{x}-\bar{\mu}}{\bar{\sigma}}=\frac{6{,}3-6{,}2}{0{,}2}=0{,}5 \quad , \quad z_2=\frac{\bar{x}-\bar{\mu}}{\bar{\sigma}}=\frac{6{,}6-6{,}2}{0{,}2}=2$$

✗ EJERCICIO 15: La v. a. X es normal con $\left|\begin{array}{l}\mu=¿?\\ \sigma=2{,}4\end{array}\right.$

a) Tamaño muestral: $n = 16$

Media muestral: $\bar{x}=10{,}3$

Nivel de confianza: $p=1-\alpha=0{,}93$ → Valor crítico: $z_{\alpha/2}=1{,}81$

El intervalo de confianza, para la media de la población, es:

$$I=\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\, \bar{x}+z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=(10{,}3-1{,}086,\, 10{,}3+1{,}086)=(9{,}214\, ,\, 11{,}386)$$

b) Ahora, con el mismo nivel de confianza, el intervalo es:

$$I=(9{,}776\,,\,11{,}224)$$

La media muestral está en el centro del intervalo:

$$\bar{x}=\frac{9{,}776+11{,}224}{2}=10{,}5$$

Para obtener el tamaño muestral (n = ¿?) primero hallamos el error máximo:

$$Amplitud=11{,}224-9{,}776=1{,}448 \rightarrow E=\frac{Amplitud}{2}=\frac{1{,}448}{2}=0{,}724$$

Del error sacamos el tamaño muestral:

$$E_{máx}=z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 0{,}724=1{,}81\cdot\frac{2{,}4}{\sqrt{n}}= \rightarrow \sqrt{n}=1{,}81\cdot\frac{2{,}4}{0{,}724}=6 \rightarrow n=6^2=36$$

✗ <u>EJERCICIO 16</u>: en el contexto del problema, queremos saber si "el 70% ve la TV mientras cena".

A) <u>Hipótesis</u>:

$H_0: p=0{,}70 \quad (p_0=0{,}70 \rightarrow q_0=0{,}30) \quad \Rightarrow \quad H_1: p\neq 0{,}70$

Es bilateral sobre la proporción.

B) <u>Muestra y estadístico</u>:

Tamaño muestral: n = 500 ➡ Proporción muestral: $\tilde{p}=\frac{340}{500}=0{,}68$

C) <u>Significación y valor crítico</u>:

Significación: $\alpha=0{,}01$ ➡ Valor crítico: $z_{\alpha/2}=2{,}575$

$p(z>z_{\alpha/2})=0{,}005 \rightarrow p(z<z_{\alpha/2})=0{,}995 \rightarrow z_{\alpha/2}=2{,}575$

D) <u>Intervalo de aceptación</u>:

$$I=\left(p_0-z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{p_0\cdot q_0}{n}}\,,\,p_0+z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{p_0\cdot q_0}{n}}\right)=(0{,}70-0{,}0528\,,\,0{,}70+0{,}0528)=(0{,}6472\,,\,0{,}7528)$$

E) <u>Conclusión</u>:

$$\tilde{p}=0{,}68\in I \rightarrow \text{Aceptamos } H_0$$

A la vista de los datos, con el nivel de significación dado, aceptamos que el 70% de las familias cena viendo la TV.