Nombre:____ ***Curso***:_____	
Matemáticas Aplicadas II – Muestreo, Inferencia e Hipótesis – 18/05/2015	

EJERCICIO 1:

a) [1,25] El número de móviles que tienen cinco personas en sus hogares es **X** = { 2 , 3 , 4 , 5 , 6 }. Halla la desviación típica de la distribución de las medias muestrales de tamaño $n = 2$.

b) [0,75] En un distrito escolar hay matriculados 8000 estudiantes de Bachillerato y E.S.O. De los 3000 de Bachillerato, 2000 son chicas y en la E.S.O. hay 3000 chicos. Se desea realizar una encuesta distinguiendo tipo de estudios y sexo. ¿Qué tipo de muestreo es el adecuado? Indica la composición de una muestra de 120 estudiantes.

EJERCICIO 2:

Sea **X** una variable aleatoria Normal de media 50 y desviación típica 4.5. Se toman muestras de tamaño 16.

a) [1] ¿Cuál es la distribución de las medias muestrales?

b) [1.5] ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté comprendida entre 47 y 52.5?

EJERCICIO 3:

Se conoce que la acidez de una solución es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con desviación típica 0.2. Se ha tomado una muestra aleatoria de cinco soluciones y se han obtenido las siguientes medidas de la acidez:

$$7.92\ ;\ 7.95\ ;\ 7.91\ ;\ 7.9\ ;\ 7.94$$

a) [1,5] Halle el intervalo de confianza, al 99%, para la media poblacional.

b) [1.5] Para el mismo nivel de confianza, calcule el tamaño mínimo muestral que permita reducir el error de la estimación anterior a la mitad.

EJERCICIO 4:

Un titular de prensa afirma que el 70% de los jóvenes de una ciudad utilizan las redes sociales para comunicarse. Para contrastar la veracidad de tal afirmación se toma una muestra aleatoria de 500 jóvenes de esa ciudad, y se obtiene que 340 de ellos utilizan la red para comunicarse.

Analice mediante un contraste de hipótesis adecuado si se puede aceptar, con un nivel de significación del 3%, que dicha afirmación es cierta.

EJERCICIO 1:

a) La variable aleatoria en la población es **X** = { 2 , 3 , 4 , 5 , 6 }.

La media y la desviación típica de la población son:

$$\mu = \frac{20}{5} = 4$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{90}{5} - 4^2} = \sqrt{2}$$

Así, la media y la desviación típica de las medias muestrales son:

$$\overline{\mu} = \mu = 4$$

$$\overline{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

Observemos las barras que tienen los parámetros: fundamentales para no confundirlos con los parámetros de la población.

b) Mostremos esquemáticamente las composiciones de la población y de la muestra. Los datos de la población los completamos con los ofrecidos

	Bach	*ESO*	
Chicos	1000	3000	4000
Chicas	2000	2000	4000
	3000	5000	8000

	Bach	*ESO*	
Chicos	15	45	
Chicas	30	30	
			120

El muestreo debe ser aleatorio estratificado.

Bachillerato chicos: $\frac{1000}{8000} \times 120 = 15$ Bachillerato chicas: $\frac{2000}{8000} \times 120 = 30$

ESO chicos: $\frac{3000}{8000} \times 120 = 45$ ESO chicas: $\frac{2000}{8000} \times 120 = 30$

EJERCICIO 2:

La variable **X** es normal y tiene $\left\{ \begin{array}{lcr} \mu & = & 50 \\ \sigma & = & 4.5 \end{array} \right.$

Tamaño muestral: n = 16

a) La distribución de las medias muestrales $\overline{\mathbf{X}}$ es normal (**X** lo es) con $\left\{ \begin{array}{l} \mu = \mu = 50 \\ \overline{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4.5}{\sqrt{16}} = 1.25 \end{array} \right.$.

b) La probabilidad pedida es:

$$\mathrm{p}\,(47 < \overline{x} < 52.5) \overset{(*)}{=} \mathrm{p}\,(-2.67 < z < 2.22) = 0.9968 - (1 - 0.9962) = 0.9830$$

$(*)\ z = \frac{\overline{x} - \overline{\mu}}{\overline{\sigma}}$

EJERCICIO 3:

La v.a. **X** = "acidez de una solución" es normal con $\begin{cases} \mu = ¿? \\ \sigma = 0.2 \end{cases}$

Nivel de confianza: $1 - \alpha = 0.96 \to \alpha = 0.04 \to \dfrac{\alpha}{2} = 0.02 \xrightarrow{p=0.98} z_{\alpha/2} \approx 2.575$

a) Tamaño muestral: $n = 5$

Media muestral: $\overline{x} = \dfrac{7.92 + 7.95 + 7.91 + 7.9 + 7.94}{5} = 7.924$

El intervalo de confianza, para la media de la población, es:

$$I = \left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (7.924 - 0.2303\,, 7.924 + 0.2303) = (7.6937\,, 8.1543)$$

b) Queremos que el error máximo sea la mitad del anterior

$$E = \frac{0.2303}{2} = 0.11515$$

Del error sacamos el tamaño muestral:

$$0.11515 = 2.575 \cdot \frac{0.2}{\sqrt{n}} \to \sqrt{n} = 2.575 \cdot \frac{0.2}{0.11515} \to \sqrt{n} = 4.4744 \to n \approx 20$$

EJERCICIO 4:

a) Hipótesis:

$$\mathrm{H}_0 \ : \ p = 0.70 \text{ (hipótesis nula)} \qquad \to \qquad \mathrm{H}_1 \ : \ p \neq 0.70 \text{ (hipótesis alternativa)}$$

Es bilateral sobre la proporción.

b) Muestra y estadístico:

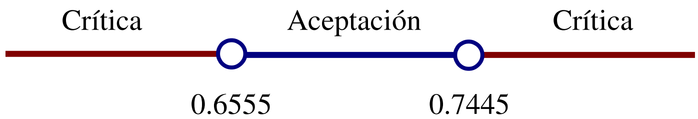
Tamaño muestral: $n = 500$ ➡ Proporción muestral: $\widetilde{p} = \dfrac{340}{500} = 0.68$

Valor crítico:

$$\alpha = 0.03 \to \frac{\alpha}{2} = 0.015 \xrightarrow{p=0.985} z_{\alpha/2} \approx 2.17$$

Intervalo de aceptación:

$$I = \left(p_0 - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}\,, p_0 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}\right) = (0.70 - 0,0445\,, 0.75 + 0,0445) = (0.6555\,, 0.7445)$$



c) Conclusión:

$$\widetilde{p} \in I \quad \to \quad \text{Aceptamos } \mathrm{H}_0$$

A la vista de los datos, con el nivel de significación dado, aceptamos que " el 70% de los jóvenes de una ciudad utilizan las redes sociales para comunicarse".