Nombre:____ ***Curso***:_____	
Matemáticas Aplicadas II – Muestreo, Inferencia e Hipótesis – 15/05/2015	

EJERCICIO 1:

a) [1,25] El número de aparatos de TV que tienen cuatro personas en sus hogares es **X** = { 0 , 3 , 4 , 5 }. Halla la desviación típica de la distribución de las medias muestrales de tamaño $n = 3$.

b) [0,75] En una plantación forestal hay 300 árboles tipo A, 200 tipo B y 100 del tipo C. En un muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, se eligen 15 del tipo C. ¿Cuáles son el tamaño poblacional y el tamaño muestral? ¿Cuál es la composición de toda la muestra?

EJERCICIO 2: [2,5]

La media de edad de los alumnos que se presentan a las pruebas de acceso a la Universidad es de 18.1 años y la desviación típica 0.6 años. De los alumnos anteriores se elige, al alzar, una muestra de 100 individuos.

a) [1] ¿Cómo es la distribución de las medias muestrales?

b) [1,5] ¿Cuál es la probabilidad de que la media de la edad de la muestra esté comprendida entre 17.9 y 18.2 años?

EJERCICIO 3:

Se quiere estimar la proporción de hembras entre los peces de una piscifactoría; para ello se ha tomado una muestra aleatoria de 500 peces, y en ella hay 175 hembras.

a) [1.5] Calcule un intervalo de confianza para la proporción de hembras en esta población de peces, con un nivel de confianza del 94%.

b) [1.5] A la vista del resultado del muestreo se quiere repetir la experiencia para conseguir un intervalo de confianza con el mismo nivel y un error máximo de 0.02, ¿cuál es el tamaño mínimo que debe tener la nueva muestra?

EJERCICIO 4: [2,5]

Un director sanitario sostiene que el Índice de Masa Corporal (IMC) medio de los adolescentes de su distrito no supera el nivel 25 (sobrepeso). Para contrastar su afirmación toma una muestra aleatoria de 225 adolescentes que da como resultado un IMC medio de 26.

Sabiendo que el IMC sigue una distribución Normal con desviación típica 5 discuta, mediante un contraste de hipótesis, si la afirmación del director sanitario es correcta, con un nivel de significación del 5%.

EJERCICIO 1:

a) La variable aleatoria en la población es **X** = { 0 , 3 , 4 , 5 }.

La media y la desviación típica de la población son:

$$\mu = \frac{12}{4} = 3$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{50}{4} - 3^2} = \sqrt{3.5}$$

Así, la media y la desviación típica de las medias muestrales son:

$$\overline{\mu} = \mu = 3$$

$$\overline{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3.5}}{\sqrt{3}} \approx 1.0801$$

Observemos las barras que tienen los parámetros: fundamentales para no confundirlos con los parámetros de la población.

b) Mostremos esquemáticamente las composiciones de la población y de la muestra:

Población		
A	B	C
300	200	100
N = 600		

Muestra		
A	B	C
45	30	15
n = 90		

El tamaño de la población es $N = 300 + 200 + 100 = 600$

El tamaño de la muestra es $n = \frac{600}{100} \times 15 = 90$

En la muestra para A: $\frac{300}{600} \times 90 = 45$

En la muestra para B: $90 - 45 - 15 = 30$

EJERCICIO 2:

La variable **X** = "edad de los alumnos" tiene $\begin{cases} \mu & = & 18.1 \\ \sigma & = & 0.6 \end{cases}$

Tamaño muestral: *n* = 100

a) La distribución de las medias muestrales $\overline{\mathbf{X}}$ es normal (n > 30) con $\begin{cases} \mu = \mu = 18.1 \\ \overline{\sigma} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{0.6}{\sqrt{100}} = 0.06 \end{cases}$.

b) La probabilidad pedida es:

$$\mathrm{p}\,(17.9 < \overline{x} < 18.2) \overset{(*)}{=} \mathrm{p}\,(-3.33 < z < 1.67) = 0.9525 - (1 - 0.99957) = 0.95207$$

$(*)\ z = \dfrac{\overline{x} - \overline{\mu}}{\overline{\sigma}}$

EJERCICIO 3:

La proporción de peces hembras en la población es desconocida.

a) Tamaño muestral: $n = 500$

Proporción muestral: $\widetilde{p} = \dfrac{175}{500} = 0.35 \quad , \quad \widetilde{q} = 0.65$

Valor crítico: $1-\alpha = 0.94 \to \alpha = 0.06 \to \dfrac{\alpha}{2} = 0.03 \xrightarrow{p=0.97} z_{\alpha/2} = 1.88$

El intervalo de confianza, para la proporción de la población, es:

$$I = \left(\widetilde{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\widetilde{p}\,\widetilde{q}}{n}}\,,\widetilde{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\widetilde{p}\,\widetilde{q}}{n}}\right) = \left(0.35 - 1.88\sqrt{\frac{0.35\cdot 0.65}{500}}\,,0.35 + 1.88\sqrt{\frac{0.35\cdot 0.65}{500}}\right)$$

Operando

$$I = (0.3099\,,0.3901)$$

b) De la fórmula del error máximo:

$$0.02 = 1.88\sqrt{\frac{0.35\cdot 0.65}{n}} \to \sqrt{n} = \frac{1.88\cdot\sqrt{0.35\cdot 0.65}}{0.02} = 44.8351\ldots \to n \approx 2010$$

EJERCICIO 4:

a) <u>Hipótesis</u>:

$\mathrm{H}_0\ :\ \mu \leq 25$ (hipótesis nula) $\quad \to \quad \mathrm{H}_1\ :\ \mu > 25$ (hipótesis alternativa)

Es unilateral sobre la media.

b) <u>Muestra y estadístico</u>:

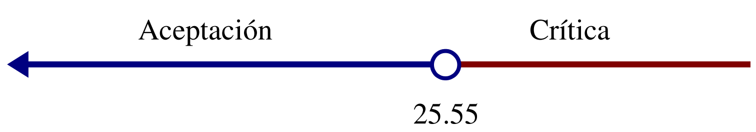
Tamaño muestral: $n = 225$ ➡ Media muestral: $\overline{x} = 26$

<u>Valor crítico</u>:

$\alpha = 0.05 \xrightarrow{p=0.95} z_{\alpha/2} = 1.645$

<u>Intervalo de aceptación</u>:

$$I = \left(-\infty\,,\mu_0 + z_\alpha\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(-\infty\,,25 + 1.645\cdot\frac{5}{\sqrt{225}}\right) = (-\infty\,,25.55)$$



c) <u>Conclusión</u>:

$$\overline{x} \notin I \quad \to \quad \text{Rechazamos } \mathrm{H}_0$$

A la vista de los datos, con el nivel de significación dado, rechazamos que “el IMC medio de los adolescentes de su distrito no supera el nivel 25”.