Nombre:____ ***Curso***:_____	
Matemáticas Aplicadas II a las CC.SS. – Probabilidad – 22/04/2015	

EJERCICIO 1:

En una mesa disponemos de dos bolsas con fichas: la primera contiene los números enteros del -2 al 3 y la segunda los enteros del -1 al 2. Sacamos una ficha de la primera bolsa y a continuación otra de la segunda.

Consideremos los sucesos:

A = " la suma es negativa" y B = "el segundo es positivo"

a) (1) Escribe esos sucesos y obtén sus probabilidades.

b) (0,75) ¿Son independientes esos sucesos?

c) (0,75) Calcula la probabilidad del suceso $A \cup \overline{B}$.

EJERCICIO 2:

Una urna contiene 25 bolas blancas sin marcar, 75 bolas blancas marcadas, 125 bolas negras sin marcar y 175 bolas negras marcadas. Se extrae una bola al azar.

a) (0.75) Calcule la probabilidad de que al extraer una bola sea blanca.

b) (0.50) Sacamos una bola marcada, ¿cuál es la probabilidad de que también sea blanca?

c) (0.50) ¿Cuál es la probabilidad de que sea negra y esté marcada?

d) (0.75) ¿Son independientes los sucesos "sacar bola marcada" y "sacar bola blanca"?

EJERCICIO 3:

En un centro de enseñanza secundaria se sabe que el 45% de los alumnos juegan al fútbol, que el 60% practican atletismo, y que de los que practican atletismo el 50% juegan al fútbol.

a) (0.75) ¿Qué porcentaje de alumnos practican ambos deportes?

b) (0.75) Si se elige al azar un alumno de ese centro, ¿cuál es la probabilidad de que no practique ninguno de estos deportes?

c) (1) Si un alumno de ese centro no juega al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que practique atletismo?

EJERCICIO 4:

Una enfermedad afecta al 10% de la población. Una prueba de diagnóstico tiene las siguientes características: si se aplica a una persona con la enfermedad da positivo en el 98% de los casos, pero si se aplica a una persona que no tiene la enfermedad da positivo en el 6% de los casos.

Se elige a una persona al azar y se aplica la prueba.

a) [1,25] ¿Cuál es la probabilidad de que dé positivo?

b) [1,25] Si no da positivo, ¿cuál es la probabilidad de que tenga la enfermedad?

EJERCICIO 1:

$$E = \left\{ \begin{array}{cccc} (-2,-1) & (-2,0) & (-2,1) & (-2,2) \\ (-1,-1) & (-1,0) & (-1,1) & (-1,2) \\ (0,-1) & (0,0) & (0,1) & (0,2) \\ (1,-1) & (1,0) & (1,1) & (1,2) \\ (2,-1) & (2,0) & (2,1) & (2,2) \\ (3,-1) & (3,0) & (3,1) & (3,2) \end{array} \right\} \to \text{Hay } 6 \times 4 = 24 \text{ resultados posibles.}$$

a) Escribamos los sucesos y apliquemos la Regla de Laplace:

$$A = \{(-2,-1), (-2,0), (-2,1), (-1,-1), (-1,0), (0,-1)\} \xrightarrow{Laplace} \mathrm{p}(A) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

$$B = \left\{ \begin{array}{cccccc} (-2,1) & (-1,1) & (0,1) & (1,1) & (2,1) & (3,1) \\ (-2,2) & (-1,2) & (0,2) & (1,2) & (2,2) & (3,2) \end{array} \right\} \xrightarrow{Laplace} \mathrm{p}(B) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

b) Veamos si A y B son independientes:

$$\left. \begin{array}{l} A \cap B = \{(-2,1)\} \to \mathrm{p}(A \cap B) = \dfrac{1}{24} \\ \mathrm{p}(A) \cdot \mathrm{p}(B) = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{8} \end{array} \right\} \to \mathrm{p}(A \cap B) \neq \mathrm{p}(A) \cdot \mathrm{p}(B) \to \text{Son dependientes.}$$

c) Unimos los resultados de A con los que no están en B (el segundo no es positivo):

$$A \cup \overline{B} = \left\{ \begin{array}{ccc} (-2,-1) & (-2,0) & (-2,1) \\ (-1,-1) & (-1,0) & \\ (0,-1) & (0,0) & \\ (1,-1) & (1,0) & \\ (2,-1) & (2,0) & \\ (3,-1) & (3,0) & \end{array} \right\} \xrightarrow[Laplace]{} \mathrm{p}\left(A \cap \overline{B}\right) = \frac{13}{24}$$

EJERCICIO 2: Pongamos *B* = "tomar bola blanca" , *N* = "tomar bola negra" , *M* = "coger bola marcada"

	B	N	
M	75	175	250
$\overline{M}$	25	125	150
	100	300	400

a) $\mathrm{p}(B) = \dfrac{100}{400} = \dfrac{1}{4}$

b) $\mathrm{p}(B/M) = \dfrac{\mathrm{p}(I \cap M)}{\mathrm{p}(M)} = \dfrac{75/400}{250/400} = \dfrac{3}{10} = 0.3$

c) $\mathrm{p}(N \cap M) = \dfrac{175}{400} = \dfrac{7}{16} = 0.4375$

d) Veamos si son independientes o dependientes:

$$\left. \begin{array}{l} \mathrm{p}(B \cap M) = \dfrac{75}{400} = 0.1875 \\ \mathrm{p}(B) \cdot \mathrm{p}(M) = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{250}{400} = 0.15625 \end{array} \right\} \to \mathrm{p}(B \cap M) \neq \mathrm{p}(B) \cdot \mathrm{p}(M) \to \text{Son dependientes.}$$

EJERCICIO 3:

a) probabilidad de que estudie practique fútbol y atletismo:

$$\mathrm{p}\,(F/A) = \frac{\mathrm{p}\,(F \cap A)}{\mathrm{p}\,(\overline{A})} = 0.5 \;\rightarrow\; \mathrm{p}\,(F \cap A) = 0.5 \cdot 0.6 = 0.30$$

b) Organizamos las probabilidades en una tabla y ahí vemos que es $\mathrm{p}\left(\overline{A} \cap \overline{F}\right) = 0.25$.

	A	$\overline{A}$	
F	0.30	0.15	0.45
$\overline{F}$	0.30	0.25	0.55
	0.60	0.40	1

c) Es una probabilidad condicionada:

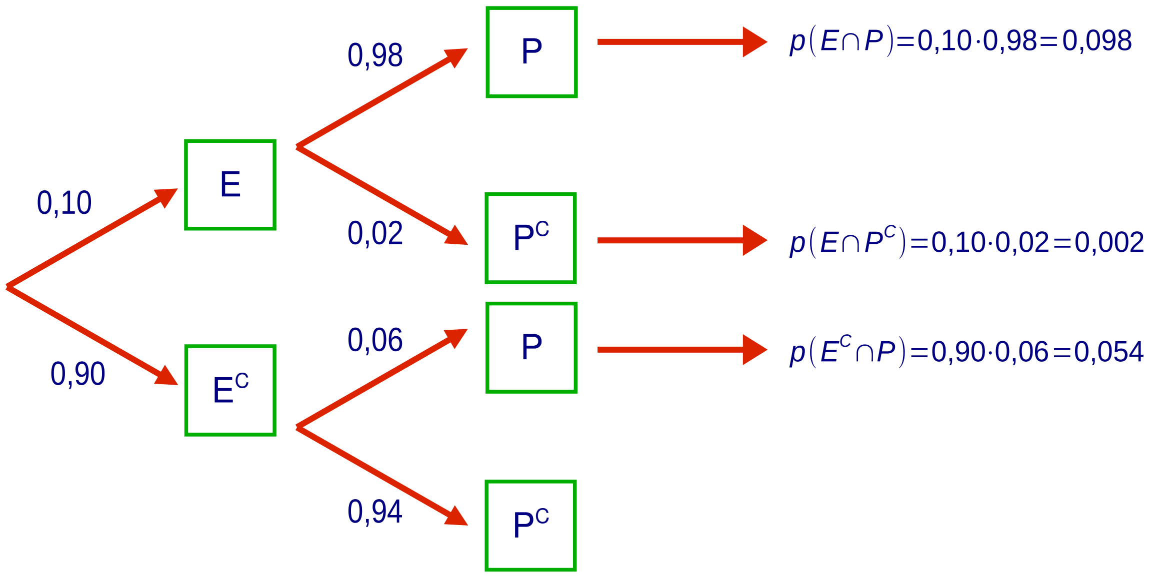
$$\mathrm{p}\left(A/\overline{F}\right) = \frac{\mathrm{p}\left(A \cap \overline{F}\right)}{\mathrm{p}\left(\overline{F}\right)} = \frac{0.30}{0.55} = 0.5454\ldots$$

EJERCICIO 4:

Fase 1: "averiguar si la persona está enferma o no (E , E^C)"

Fase 2: "averiguar si el test da positivo o no (P , P^C)"

El diagrama de árbol nos muestra esquemáticamente la estructura de la prueba:



a) Por el Teorema de la Probabilidad Total:

$$p(P)=p(E\cap P)+\,p(\overline{P}\cap P)=0{,}098+\,0{,}054=0{,}152$$

b) Es una probabilidad condicionada "a posteriori":

$$p(E/\overline{P})=\frac{p(E\cap\overline{P})}{p(\overline{P})}=\frac{0{,}002}{0{,}848}\approx 0{,}0024$$