Nombre:____ *Curso*:_____

Matemáticas Aplicadas II – Sistemas de Ecuaciones – 08/10/2014

EJERCICIO 1:

Consideremos el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{rcr} 2x+y-\ \ z & = & 4 \\ x\ \ \ \ \ +3z & = & 1 \\ 4x+y+5z & = & 6 \end{array}\right.$$

a) [2] Resuélvalo por el método de Gauss y clasifíquelo.

b) [0,5] ¿Existe alguna solución en la que sea $y=-5$?

c) [0,5] Cambie una ecuación de forma que el sistema S' obtenido sea incompatible..

EJERCICIO 2:

Considere el sistema de ecuaciones de tres ecuaciones con dos incógnitas.

$$\left\{\begin{array}{rcr} 2x-\ \ y & = & -1 \\ 3x+2y & = & 9 \\ 5x+\ \ y & = & 8 \end{array}\right.$$

a) [1,5] Resuélvalo y clasifíquelo.

b) [1,5] Interprételo geométricamente.

EJERCICIO 3:

Un estado compra 600000 barriles de petróleo a tres suministradores diferentes que lo venden a 50, 80 y 90 dólares respectivamente. La factura total asciende a 47 millones de dólares. Conocemos que del primer suministrador recibe el 20% de lo que compra a los dos últimos.

Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones necesario para averiguar la cantidad comprada a cada suministrador.

EJERCICIO 4:

Mezclando tres productos, digamos A, B y C, debemos obtener 12 kg. de pienso que contenga 22 unidades de azúcares y 10 unidades de grasa.

Sabemos que cada kilo de A contiene una unidad y media de azúcares y dos unidades de grasa, que cada kilo del producto B contiene media unidad de azúcares y una unidad de grasa, y que cada kilo del producto C contiene cuatro unidades de azúcares y nada de grasa.

Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones necesario para determinar qué cantidad de cada producto debemos poner.

EJERCICIO 1:

a) Veamos su resolución por Gauss. Prefiero intercambiar las dos primeras

$$\left\{\begin{array}{rcl} x \quad\; + 3z & = & 1 \\ 2x + y - \; z & = & 4 \\ 4x + y + 5z & = & 6 \end{array}\right. \xrightarrow[\substack{e_2' = -2e_1 + e_2 \\ e_3' = -4e_1 + e_3}]{e_1' = e_1} \left\{\begin{array}{rcl} x \quad\; + 3z & = & 1 \\ y - 7z & = & 2 \\ y - 7z & = & 2 \end{array}\right. \xrightarrow[e_3' = -e_2 + e_3]{\substack{e_1' = e_1 \\ e_2' = e_2}} \left\{\begin{array}{rcl} x \quad\; + 3z & = & 1 \\ y - 7z & = & 2 \\ 0 & = & 0 \end{array}\right.$$

Tenemos que el sistema es compatible indeterminado. Resolvamos escalonadamente:

$$\left\{\begin{array}{l} e_3 : z = t \\ e_2 : y = 2 + 7t \\ e_1 : x = 1 - 3t \end{array}\right.$$

La solución es:

$$(x\,, y\,, z) = (1 - 3t\,, 2 + 7t\,, t) \;\;,\;\; t \in \mathbb{R}$$

b) Si deseamos que $y = -5$, igualando en la solución:

$$y = -5 \quad \xrightarrow{igualando} 2 + 7t = -5 \to t = -1$$
$$\xrightarrow{sustituyendo} (x\,, y\,, z) = (4\,, -5\,, -1)$$

c) Cambiemos, por ejemplo, la tercera ecuación:

$$\left\{\begin{array}{rcl} 2x + y - \; z & = & 4 \\ x \quad\; + 3z & = & 1 \\ 2x + y - \; z & = & 5 \end{array}\right.$$

Este nuevo sistema no tiene solución, pues la primera y la tercera ecuación son claramente incompatibles: las mismas operaciones no pueden dar resultados distintos.

EJERCICIO 2:

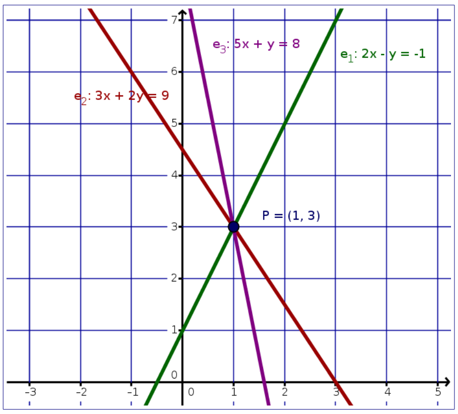
a) Resolvemos por reducción el sistema formado por la primera y la tercera ecuaciones:

$$\{e_1\,, e_3\} \to \left\{\begin{array}{rcr} 2x - y & = & -1 \\ 5x + y & = & 8 \end{array}\right. \xrightarrow[e_2' = e_2 + e_1]{e_1' = e_1} \left\{\begin{array}{rcr} 2x - y & = & -1 \\ 7x & = & 7 \end{array}\right. \xrightarrow{despejando} \left\{\begin{array}{l} x = 1 \\ y = 3 \end{array}\right.$$

Y ahora comprobamos esa solución en la segunda ecuación:

$$3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 9$$

Concluimos que el sistema es compatible determinado.



b) Con unas tablas de valores adecuadas obtenemos el gráfico de aquí al lado.

Cada ecuación se representa en el plano como una recta, siendo cada uno de sus puntos es una solución de la correspondiente ecuación.

Se trata de tres rectas secantes en el punto $P\,(1\,, 3)$ que es la solución del sistema.

EJERCICIO 3:

Llamemos

x al nº de barriles adquiridos al primer suministrador

y al nº de barriles adquiridos al segundo suministrador

z al nº de barriles adquiridos al tercer suministrador

Como en total son cinco 600 000 barriles:

$$x + y + z = 600000$$

Como la factura total asciende a 47 millones de dólares:

$$50x + 80y + 90z = 47000000$$

Del primer suministrador recibe el 20% de lo que compra a los dos últimos:

$$x = 0.20\,(y + z)$$

Simplificando adecuadamente obtenemos el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{rcr} x + y + z & = & 600000 \\ 50x + 80y + 90z & = & 47000000 \\ x - 0.20y - 0.20z & = & 0 \end{array}\right.$$

Resolviendo:

$$(x\,,y\,,z) = (10000\,,300000\,,200000)$$

Así, ha comprado cien mil al primero, trescientos mil al segundo y doscientos mil al tercero.

EJERCICIO 4:

Organicemos todo en una tabla

	u Az / kg	***u Az / kg***	***kg***
A	1.5	2	*x*
B	0.5	1	*y*
C	4	0	*z*

Como en total son 12 kilos de pienso: $x + y + z = 12$

Como necesitamos 22 unidades de azúcares: $1.5x + 0.5y + 4z = 22$

Como necesitamos 10 unidades de azúcares: $2x + y = 10$

Obtenemos el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{rcr} x + y + z & = & 12 \\ 1.5x + 0.5y + 4z & = & 22 \\ 2x + y & = & 10 \end{array}\right.$$

Resolviendo:

$$(x\,,y\,,z) = (2\,,6\,,4)$$

Debemos poner 2 kilos de *A*, 6 kilos de *B* y 4 kilos de *C* .