DIRECTRICES Y ORIENTACIONES GENERALES PARA LA PRUEBA DE SEPTIEMBRE

Estructura de la prueba que se planteará

La prueba de septiembre correspondiente a esta asignatura constará de dos opciones: A y B.

Se deberá contestar sólo una ellas. La opción elegida se indicará al comienzo de su examen. En caso de que mezclase preguntas de distintas opciones se le corregirán las preguntas de la opción correspondiente a la primera pregunta que físicamente aparezca contestada en el examen.

Podrá responder las preguntas en el orden que desee y sin necesidad de escribir los enunciados, basta con indicar el número de ejercicio.

Cada opción constará cuatro ejercicios tendrán carácter práctico: uno de Álgebra, uno de Análisis, uno de Probabilidad y uno de Inferencia y Muestreo, cada uno de ellos con una valoración máxima de 2.5 puntos.

Duración de la prueba: una hora y treinta minutos.

Criterios generales de corrección

Las directrices generales de valoración de un ejercicio serán su planteamiento y el desarrollo matemático de dicho planteamiento; la mera descripción, sin ejecución, de ambas directrices no será tenida en cuenta.

El orden y la claridad de exposición, así como la capacidad de síntesis son factores que serán tenidos en cuenta.

Los errores de cálculo operativo, no conceptuales, se penalizarán con un máximo del 10% de la puntuación asignada al ejercicio o al apartado correspondiente.

Para las búsquedas inversas en la tabla de la ley Normal, con valores de áreas que no aparezcan en ella, se darán por buenos los obtenidos por interpolación o por aproximación por el valor más cercano de los que aparezcan en la tabla.

Modelo de prueba

Cualquiera de los modelos de Pruebas de Selectividad entregados a lo largo del curso.

Contenidos

1. ÁLGEBRA

Las matrices como expresión de tablas y grafos. Suma y producto de matrices. Interpretación del significado de las operaciones con matrices en la resolución de problemas extraídos de las CC.SS.

Sistemas de inecuaciones lineales con una o dos incógnitas. Programación lineal. Aplicaciones a la resolución de problemas sociales, económicos y demográficos. Interpretación de las soluciones.

2. ANÁLISIS

Aproximación al concepto de límite a partir de la interpretación de la tendencia de una función.

Concepto de continuidad. Interpretación de los diferentes tipos de discontinuidad y de las tendencias asintóticas en el tratamiento de la información.

Derivada de una función en un punto. Aproximación al concepto e interpretación geométrica.

Aplicación de las derivadas al estudio de las propiedades locales de funciones habituales y a la resolución de problemas de optimización relacionados con las ciencias sociales y la economía.

Estudio y representación gráfica de una función polinómica o racional sencilla a partir de sus propiedades globales.

3. PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Profundización en los conceptos de probabilidades a priori y a posteriori, probabilidad compuesta, condicionada y total.

Teorema de Bayes.

Implicaciones prácticas de los teoremas: Central del límite, de aproximación de la Binomial a la Normal y Ley de los Grandes Números.

Problemas de muestreo. Condiciones de representatividad. Parámetros de una población.

Distribuciones de probabilidad de las medias y proporciones muestrales.

Intervalo de confianza para una proporción y para la media de una distribución normal de desviación típica conocida.

Contraste de hipótesis para una proporción y para una media con desviación típica conocida.

Objetivos

La elaboración de la prueba se realizará teniendo en cuenta los siguientes objetivos:

1. ÁLGEBRA

Utilizar el lenguaje matricial y aplicar las operaciones con matrices como instrumento para el tratamiento de situaciones que manejen datos estructurados en forma de tablas o grafos.

Conocer el vocabulario básico para el estudio de matrices: elemento, fila, columna, diagonal, diferentes tipos de matrices, traspuesta, simétrica, triangular, diagonal, etc.

Calcular sumas de matrices, productos de escalares por matrices y productos de matrices. Se insistirá en la no conmutatividad del producto de matrices.

Resolver ecuaciones matriciales.

Conocer la terminología básica de la programación lineal: función objetivo, región factible y solución óptima. Determinar los vértices de la región factible de un problema de programación lineal y dibujarla.

Resolver problemas de programación lineal de dos variables, procedentes de diversos ámbitos, sociales, económicos o demográficos, por medios analíticos y gráficos con regiones factibles acotadas. Interpretar las soluciones. En los problemas de Programación Lineal se utilizarán, a lo sumo, tres inecuaciones además de las restricciones de no negatividad si las hubiere.

Si las variables que intervienen son enteras, podrán ser consideradas como continuas en todo el proceso de resolución

2. ANÁLISIS

Conocer el lenguaje básico asociado al concepto de función.

A partir de la expresión analítica o gráfica de una función, que puede provenir de un contexto real, estudiar las propiedades globales y locales de la función, identificando intervalos de monotonía, extremos relativos, curvatura, puntos de inflexión, asíntotas verticales y horizontales.

Conocer las nociones de límite y continuidad e identificar, a partir de la expresión analítica o gráfica de una función, los puntos donde ésta es continua y los puntos donde no lo es, indicando en su caso el tipo de discontinuidad.

Conocer el concepto de derivada de una función en un punto y sus interpretaciones, como tasa de variación local y como pendiente de la recta tangente.

Identificar, a partir de la expresión analítica o gráfica de una función, los puntos donde ésta es derivable y los puntos donde no lo es.

Conocer el concepto de función derivada.

Conocer las derivadas de las funciones habituales: polinómicas, exponenciales, logarítmicas y de proporcionalidad inversa.

Conocer y aplicar las reglas de derivación: derivada de la suma, derivada del producto, derivada del cociente y derivada de la función compuesta (regla de la cadena).

Reconocer propiedades analíticas y gráficas de una función a partir de la gráfica de su derivada.

Analizar cualitativa y cuantitativamente funciones, que pueden provenir de situaciones reales, tales como: polinómicas de grado menor o igual que tres, cocientes de polinomios de grado menor o igual que uno, y funciones definidas a trozos cuyas expresiones estén entre las citadas.

Representar gráficamente las funciones descritas en el párrafo anterior.

Utilizar los conocimientos anteriores para resolver problemas de optimización, procedentes de situaciones reales de carácter económico y sociológico, descritas por una función cuya expresión analítica vendrá dada en el texto.

Analizar e interpretar fenómenos habituales en las ciencias sociales susceptibles de ser descritos mediante una función, a partir del estudio de sus propiedades más características.

3. PROBABILIDAD

Conocer la terminología básica del Cálculo de Probabilidades.

Construir el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio simple. Describir sucesos y efectuar operaciones con ellos.

Asignar probabilidades a sucesos aleatorios simples y compuestos, dependientes o independientes, utilizando técnicas personales de recuento, diagramas de árbol o tablas de contingencia.

Calcular probabilidades de sucesos utilizando las propiedades básicas de la probabilidad, entre ellas la regla de Laplace para sucesos equiprobables.

Construir el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio, dado un suceso condicionante. Calcular probabilidades condicionadas.

Determinar si dos sucesos son independientes o no.

Calcular probabilidades para experimentos compuestos. Calcular la probabilidad de la realización simultánea de dos o tres sucesos dependientes o independientes.

Conocer y aplicar el teorema de la probabilidad total y el teorema de Bayes, utilizando adecuadamente los conceptos de probabilidades a priori y a posteriori.

4. INFERENCIA

Conocer el vocabulario básico de la Inferencia Estadística: población, individuos, muestra, tamaño de la población, tamaño de la muestra, muestreo aleatorio.

Conocer algunos tipos de muestreo aleatorio: muestreo aleatorio simple y muestreo aleatorio estratificado.

Conocer empíricamente la diferencia entre los valores de algunos parámetros estadísticos de la población y de las muestras (proporción, media).

Conocer la distribución en el muestreo de la media de las muestras de una población que sigue una ley Normal.

Aplicar el resultado anterior al cálculo de probabilidades de la media muestral, para el caso de poblaciones Normales con media y varianza conocidas.

Conocer cómo se distribuye, aproximadamente, la proporción muestral para el caso de muestras de tamaño grande.

Conocer el concepto de intervalo de confianza.

A la vista de una situación real de carácter económico o social, modelizada por medio de una distribución Normal (con varianza conocida) o Binomial, el alumno debe saber:

Determinar un intervalo de confianza para la proporción en una población o para la media de una población Normal con varianza conocida, a partir de una muestra aleatoria.

Determinar el tamaño muestral mínimo necesario para acotar el error cometido al estimar, por un intervalo de confianza, la proporción poblacional o la media de una población Normal con varianza conocida, para cualquier valor dado del nivel de confianza.

Conocer el Teorema Central del límite y aplicarlo para hallar la distribución de la media muestral de una muestra de gran tamaño, siempre que se conozca la desviación típica de la distribución de la variable aleatoria de la que procede la muestra.

Conocer el concepto de contraste de hipótesis y de nivel de significación de un contraste.

A la vista de una situación real de carácter económico o social, modelizada por medio de una distribución Normal (con varianza conocida) o Binomial, el alumno debe saber:

Determinar las regiones de aceptación y de rechazo de la hipótesis nula en un contraste de hipótesis, unilateral o bilateral, sobre el valor de una proporción y decidir, a partir de una muestra aleatoria adecuada, si se rechaza o se acepta la hipótesis nula a un nivel de significación dado.

Determinar las regiones de aceptación y de rechazo de la hipótesis nula en un contraste de hipótesis, unilateral o bilateral, sobre la media de una distribución Normal con varianza conocida, y decidir, a partir de una muestra aleatoria adecuada, si se rechaza o se acepta la hipótesis nula a un nivel de significación dado.

Propuesta de trabajo

Repasar los apuntes y los ejercicios trabajados en clase a lo largo del curso, así como resolver los ejercicios de todos los exámenes realizados. Puedes encontrar esquemas, texto de las lecciones y exámenes resueltos en

http://pealfadh.blogspot.com.es/p/carpetas-de-recursos.html

Cerrar la preparación realizando modelos de selectividad que puedes encontrar resueltos en

http://www.emestrada.net

Dirección de contacto: pealfadh@gmail.com

Modelo de Prueba

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 3/4 & 0 \end{pmatrix}$$

a) [1] Obtenga la matriz A^{2014}.

b) [1,5] Para $a = 2$, resuelva la ecuación matricial $A^3 \cdot X - 4B = \mathrm{O}$.

EJERCICIO 2

La función de beneficios f, en miles de euros, de una empresa depende de la cantidad invertida x, en miles de euros, en un determinado proyecto de innovación y viene dada por

$$f(x) = -2x^2 + 36x + 138 \quad , \quad x \geq 0$$

a) [1] Determine la inversión que maximiza el beneficio de la empresa y calcule dicho beneficio óptimo.

b) [0,5] Calcule $f'(7)$ e interprete el signo del resultado.

c) [1] Dibuje la función de beneficios $f(x)$. ¿Para qué valor o valores de la inversión el beneficio es de 138 mil euros?

EJERCICIO 3

Una urna, A, contiene siete bolas numeradas del 1 al 7. Otra urna, B, contiene cinco bolas numeradas del 1 al 5. Lanzamos una moneda equilibrada, de forma que si sale cara, extraemos una bola de la urna A, y, si sale cruz, la extraemos de la urna B.

Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) [0,5] “La bola haya sido extraída de la urna A y el número sea par”.

b) [1] El número de la bola extraída sea par”.

c) [1] “La bola sea de la urna A, si ha salido un número par”.

EJERCICIO 4

Se quiere hacer un estudio de mercado para conocer el precio medio de los libros de narrativa que se venden en la actualidad. Para ello se elige una muestra aleatoria de 121 libros, encontrando que tienen un precio medio de 23 €. Se sabe que el precio de los libros de narrativa sigue una distribución Normal con media desconocida y desviación típica 5 €.

a) [1,5] Obtenga un intervalo de confianza, al 98.8%, para el precio medio de esos libros.

b) [0,75] ¿Cuántos libros habría que elegir como muestra para que, con la misma confianza, el error máximo de la estimación no excediera de 1 €?

Modelo de Prueba

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) [1,8] Dadas las inecuaciones

$$y \leq x+5\,;\; 2x+y \geq -4\,;\; 4x \leq 10-y\,;\; y \geq 0$$

represente el recinto que limitan y calcule sus vértices.

b) [0,7] Obtenga el máximo y el mínimo de función $f(x,y) = x + \dfrac{y}{2}$ en el recinto anterior, así como los puntos en los que se alcanza.

EJERCICIO 2

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} -bx^2 - bx + a & \text{si} \quad x \leq 2 \\ \dfrac{60}{x} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

a) [1,5] Obtenga los valores de a y b para que la función sea continua y derivable.

b) [1] Para $a = 48$ y $b = 3$, estudie la monotonía de $f(x)$ y calcule sus extremos.

EJERCICIO 3

Antonio va de compras dos días de cada cinco. A lo largo del tiempo, ha observado que la fruta está de oferta la tercera parte de los días que va de compra y la mitad de los días que no va. Elegido un día al azar:

a) [1.5] ¿Cuál es la probabilidad de que la fruta esté de oferta ese día?

b) [1] Calcule la probabilidad de que ese día Antonio vaya a la compra o la fruto esté de oferta.

EJERCICIO 4

Un titular de prensa afirma que el 70% de los jóvenes de una ciudad utilizan las redes sociales para comunicarse. Para contrastar la veracidad de tal afirmación se toma una muestra aleatoria de 500 jóvenes de esa ciudad, y se obtiene que 340 de ellos utilizan la red para comunicarse.

Analice mediante un contraste de hipótesis bilateral, ($H_0 : p = 0.7$), si se puede aceptar, con un nivel de significación del 1%, que dicha afirmación es cierta.