| *Nombre*:__________________________________________________________ *Curso*:_____ | |
|---|---|
| *Matemáticas Aplicadas II – Muestreo, Inferencia e Hipótesis – 14/05/2013* | |

EJERCICIO 1: [2]

a) [1,25] El número de aparatos de TV que tienen cuatro personas en sus hogares es **X** = { 0 , 2 , 4 , 6 }. Escribe todas las muestras de tamaño 2 y obtén la desviación típica de las medias muestrales.

b) [0,75] De una población de 1200 mujeres y 800 hombres se desea seleccionar, mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, una muestra de tamaño 120 distribuida en los dos estratos, ¿cuál será la composición de la muestra?

EJERCICIO 2: [2,5]

Las manzanas de una cosecha tienen un peso medio de 250 gr. y una desviación típica de 25 gr. Las naranjas se ponen a la venta en cajas de 64 naranjas.

a) [1] ¿Cómo es la distribución de las medias muestrales?

b) [1,5] ¿Cuál es la probabilidad de que el peso medio de las manzanas de una caja sea superior a 260 gr.?

EJERCICIO 3: [3]

La estatura de los habitantes de una población sigue una ley Normal con media desconocida y desviación típica 10 cm. Para estimar la media poblacional se toma una muestra de cien individuos, cuya estatura media resulta ser 170 cm.

a) Obtén un intervalo de confianza a un nivel del 96%

b) ¿Qué error, como máximo, cometemos con la estimación anterior?

c) Si mantenemos el mismo nivel de confianza, ¿cómo conseguir que el error máximo cometido sea inferior?

EJERCICIO 4: [2,5]

Según un estudio botánico, al menos el 70% de los geranios atacados por el taladro muere. Se desea contrastar ese porcentaje, con un nivel de significación del 1%.

Para ello se hizo el seguimiento de 200 geranios atacados por el taladro, de los que 130 murieron.

a) Escribe la hipótesis nula e indica la hipótesis alternativa.

b) Halla el intervalo de aceptación y dibujalo junto con la región crítica.

c) ¿Hay evidencias estadísticas que nos permitan rechazar las conclusiones del estudio, o por el contrario la confirman?

EJERCICIO 1:

a) La variable aleatoria en la población es X = { 0 , 2 , 4 , 6 }

El conjunto de las muestras de tamaño $n = 2$, con reemplazamiento, y las medias muestrales son:

$$\mathfrak{M} = \left\{ \begin{array}{cccc} (0,0) & (0,2) & (0,4) & (0,6) \\ (2,0) & (2,2) & (2,4) & (2,6) \\ (4,0) & (4,2) & (4,4) & (4,6) \\ (6,0) & (6,2) & (6,4) & (6,6) \end{array} \right\} \xrightarrow[medias]{} \overline{\mathbf{X}} = \left\{ \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \right\}$$

Así, la media y la desviación típica de las medias muestrales son:

$$\overline{\mu} = \frac{48}{16} = 3$$

$$\overline{\sigma} = \sqrt{\frac{184}{16} - 3^2} = \sqrt{2.5} \approx 1.5811$$

Observemos las barras que tienen los parámetros: fundamentales para no confundirlos con los parámetros de la población.

b) Mostremos esquemáticamente las composiciones de la población y de la muestra:

| Población | |
|---|---|
| Mujeres | Hombres |
| 1200 | 800 |
| *N* = 2000 | |

| Muestra | |
|---|---|
| Mujeres | Hombres |
| 72 | 48 |
| *n* = 120 | |

Mujeres: $\dfrac{1200}{2000} \times 120 = 72$

Hombres: $120 - 72 = 48$

Ahora elegimos en cada estrato, mediante muestreo aleatorio simple, el número de individuos señalados anteriormente.

EJERCICIO 2:

La variable **X** = "peso de las manzanas" tiene $\left\{ \begin{array}{rcr} \mu & = & 250 \\ \sigma & = & 25 \end{array} \right.$.

Tamaño muestral: *n* = 64

a) La distribución de las medias muestrales $\overline{\mathbf{X}}$ es normal ($n > 30$) con $\left\{ \begin{array}{l} \overline{\mu} = \mu = 250 \\ \overline{\sigma} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{25}{\sqrt{64}} = 3.125 \end{array} \right.$

b) La probabilidad pedida es:

$$\mathrm{p}\left(\overline{x} \geq 260\right) \overset{(*)}{=} \mathrm{p}\left(z \geq 3.2\right) = 1 - 0.99931 = 0.00069$$

$(*)\ z = \dfrac{\overline{x} - \overline{\mu}}{\overline{\sigma}} = \dfrac{260 - 250}{3.125} = 3.2$

EJERCICIO 3:

La v.a. **X** = "estatura de los habitantes" es normal con $\begin{cases} \mu = ¿? \\ \sigma = 10 \end{cases}$

Nivel de confianza: $p = 1 - \alpha = 0.96$ $\rightarrow$ Valor crítico: $z_{\alpha/2} \approx 2.05$

a) Tamaño muestral: $n = 64$

Media muestral: $\overline{x} = 170$

El intervalo de confianza, para la media de la población, es:

$$I = \left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \,, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (170 - 2.05 \,, 170 + 2.05) = (167.95 \,, 172.05)$$

b) El error máximo cometido es

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.05 \cdot \frac{10}{\sqrt{100}} = 2.05$$

EJERCICIO 4:

a) Hipótesis:

$\mathrm{H}_0 \,:\, p \geq 0.70$ (hipótesis nula) $\rightarrow$ $\mathrm{H}_1 \,:\, p < 0.70$ (hipótesis alternativa)

Es unilateral sobre la proporción.

b) Muestra y estadístico:

Tamaño muestral: $n = 200$ ➡ Proporción muestral: $\widetilde{p} = \dfrac{130}{200} = 0.65$

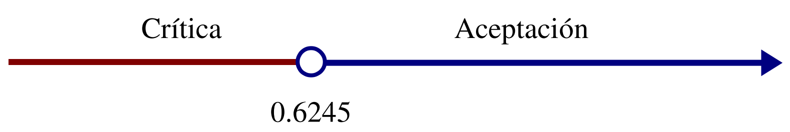
Significación y valor crítico:

Significación: $\alpha = 0.01$ ➡ Valor crítico: $z_\alpha \approx 2.33$

$\mathrm{p}\,(z > z_\alpha) = 0.01 \rightarrow \mathrm{p}\,(z < z_\alpha) = 0.99 \rightarrow z_\alpha \approx 2.33$

Intervalo de aceptación:

$$I = \left(p_0 - z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{p_0\, q_0}{n}} \,, +\infty\right) = (0.70 - 0.0755 \,, +\infty) = (0.6245 \,, +\infty)$$




c) Conclusión:

$$\widetilde{p} \in I \quad \rightarrow \quad \text{Aceptamos } \mathrm{H}_0$$

A la vista de los datos, con el nivel de significación dado, aceptamos que al menos el 70% de los geranios atacados por el taladro mueren.