Nombre:____ ***Curso***:_____

Matemáticas Aplicadas II – Programación Lineal – 12/nov/2012

EJERCICIO 1:

Un empresario fabrica camisas y pantalones para jóvenes. Para hacer una camisa se necesitan 2 metros de tela y 5 botones, y para hacer un pantalón hacen falta 3 metros de tela, 2 botones y 1 cremallera. La empresa dispone de 1050 metros de tela, 1250 botones y 300 cremalleras. El beneficio que se obtiene por la venta de una camisa es de 30 euros y el de un pantalón es de 50 euros.

Suponiendo que se vende todo lo que se fabrica, calcule el número de camisas y de pantalones que debe confeccionar para obtener el máximo beneficio, y determine este beneficio máximo.

EJERCICIO 2:

Un camión puede transportar, como máximo, 12 Tm. por viaje. En cierto viaje se desea transportar al menos, 5 Tm. de la mercancía A y un peso de la mercancía B que no sea inferior a la mitad del peso que se transporte de A. Sabiendo que cobra 4 céntimos por kilo de mercancía A y 3 céntimos por kilo de mercancía B transportadas, ¿cómo se debe cargar el camión para obtener la ganancia máxima?

EJERCICIO 3:

a) [1] Los vértices de un polígono convexo son

$$A\,(-2\,,1)\ ,\ B\,(-2\,,6)\ ,\ C\,(2\,,6)\ ,\ D\,(2\,,4)$$

Calcular los valores extremos de la función objetivo

$$F(x\,,y) = -3x + 4y + 15$$

en la región delimitada por dicho polígono, indicando dónde se alcanzan.

b) [2] Obtenga un sistema de inecuaciones cuya solución sea el recinto anterior.

EJERCICIO 4:

Sea el recinto determinado por las siguientes inecuaciones:

$$3x + 4y \geq 28 \quad , \quad 5x + 2y \leq 42 \quad , \quad x - y \geq 0$$

a) [0,5] Razone, algebraicamente, si el punto de coordenadas $(7\,,3)$ pertenece al recinto.

b) [2] Represente dicho recinto y halle sus vértices.

c) [0,5] Calcule el valor máximo de la función $F(x\,,y) = 3x - 2y + 6$ en el recinto, indicando el punto o puntos donde se alcanza ese máximo.

EJERCICIO 1: Sólo vamos a plantearlo.

Organicemos todos los datos en una tabla:

	Tela (m/u)	***Botones (n/u)***	***Cremalleras (n/u)***	***Beneficio (€/u)***	***Unidades***
Camisas	2	5	0	*30*	*x*
Pantalones	3	2	1	*50*	*y*

- Disponemos de 1050 m de tela: ➡ $2x + 3y \leq 1050$
- Disponemos de 1250 botones: ➡ $5x + 2y \leq 1250$
- Disponemos de 300 cremalleras: ➡ $y \leq 300$
- Queremos el máximo beneficio.

Concluimos de aquí:

✔ Objetivo: maximizar $f = 30x + 50y$

✔ Restricciones: debe cumplirse $\begin{cases} 2x+3y & \leq & 1050 \\ 5x+2y & \leq & 1250 \\ y & \leq & 300 \\ x & \geq & 0 \\ y & \geq & 0 \end{cases}$

EJERCICIO 2: Sólo vamos a plantearlo.

Organicemos todos los datos en una tabla:

Mercancía	***Cobra (€/kg)***	***Kilos***
A	0,04	*x*
B	0,03	*y*

- Mercancía transportada como máximo 12 Tm: ➡ $x + y \leq 12000$
- Mercancía A al menos 5 Tm: ➡ $x \geq 5000$
- Peso mercancía B no inferior a la mitad de peso de A: ➡ $y \geq \dfrac{x}{2}$
- Queremos la máxima ganancia.

  Concluimos de aquí:

  ✔ Objetivo: maximizar $f = 0,04x + 0,03y$

  ✔ Restricciones: debe cumplirse $\begin{cases} x+y & \leq & 12000 \\ x & \geq & 5000 \\ y & \geq & \dfrac{x}{2} \\ x & \geq & 0 \\ y & \geq & 0 \end{cases}$

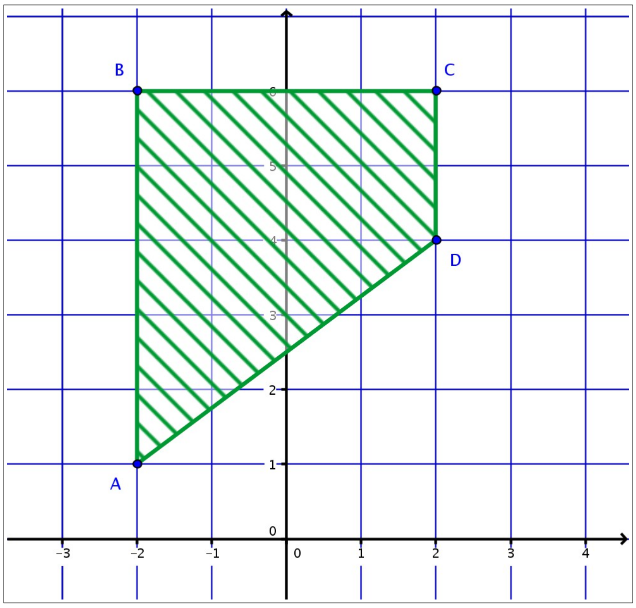
EJERCICIO 3:

a) Como f es lineal y la región es un recinto convexo y acotado, alcanza su valor máximo y su valor mínimo en sus vértices.

Vértices		***Función***
$A\,(-2\,,1)$	➡	$f(-2,1) = -3\cdot(-2)+4\cdot 6+15 = 25$
$B\,(-2\,,6)$	➡	$f(-2,6) = -3\cdot(-2)+4\cdot 6+15 = 45$
$C\,(2\,,6)$	➡	$f(2,6) = -3\cdot 2+4\cdot 6+15 = 33$
$D\,(2\,,4)$	➡	$f(2,4) = -3\cdot 2+4\cdot 4+15 = 25$

Tenemos así que es $\min\limits_R f = 25$ y se alcanza en cada punto del lado $\overline{AD}$, y $\max\limits_R f = 45$ alcanzándose en el vértice B.

b) El recinto lo tenemos aquí dibujado.



c) Organicemos todo:

Lado	***Ecuación***	***Semiplano***	***Inecuación***
AB	$x=-2$	Derecho	$x\geq -2$
BC	$y=6$	Inferior	$y\leq 6$
CD	$x=2$	Izquierdo	$x\leq 2$
AD	$y=0.75x+2.5$	Superior	$y\geq 0.75x+2.5$

Concluimos que el recinto es el determinado por el conjunto de restricciones anteriores.

Veamos detenidamente la ecuación del lado AD:

$$\left.\begin{array}{c} m=\dfrac{\Delta\, y}{\Delta\, y}=\dfrac{3}{4}=0.75 \\ P\,(2\,,4) \end{array}\right\} \xrightarrow{y-y_0=m\cdot(x-x_0)} y-4=0.75\cdot(x-2) \;\rightarrow\; y=0.75x+2.5$$

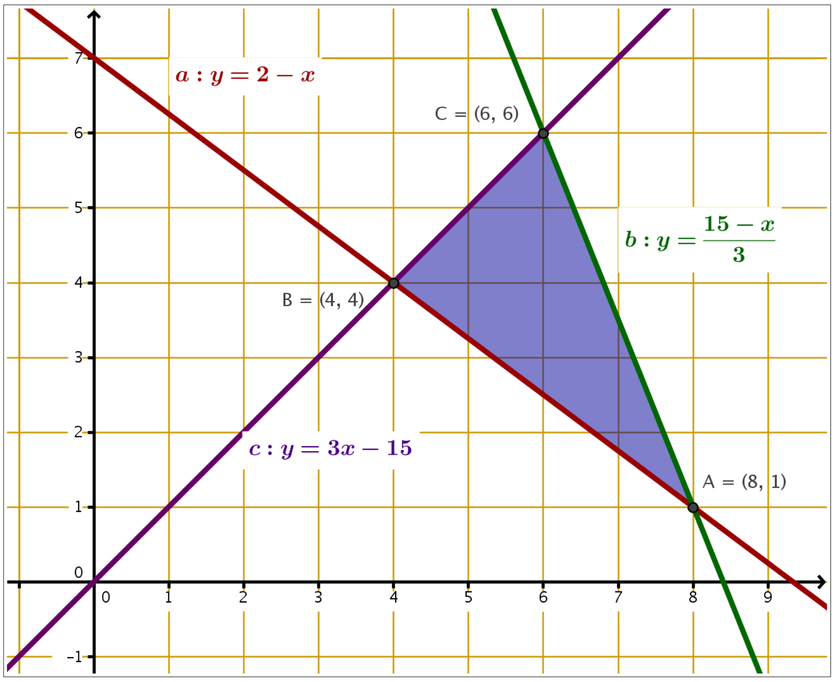
EJERCICIO 4:

a) Veamos si las coordenadas del punto satisfacen las tres inecuaciones:

$$\underbrace{3\cdot 7+4\cdot 3}_{33}\geq 28 \quad ; \quad \underbrace{5\cdot 7+2\cdot 3}_{41}\leq 42 \quad ; \quad \underbrace{7-3}_{4}\geq 0$$

Como se cumplen todas, deducimos que el punto sí está en el recinto.

b) A continuación representamos el recinto, apreciando claramente las coordenadas de sus vértices:



c) Como f es lineal y la región es un recinto convexo y acotado, alcanza su valor máximo y su valor mínimo en sus vértices.

Vértices		***Función***
$A\,(4\,,4)$	➡	$f(4,4)=3\cdot 4-2\cdot 4+6=10$
$B\,(6\,,6)$	➡	$f(6,6)=3\cdot 6-2\cdot 6+6=12$
$C\,(8\,,1)$	➡	$f(8,1)=3\cdot 8-2\cdot 1+6=28$

Tenemos así que es $\max_R f = 28$ y se alcanza en el vértice C.