Nombre:____ ***Curso***:_____

Matemáticas Aplicadas II – Sistemas de Ecuaciones – B

EJERCICIO 1: Consideremos el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{rcl} x-y-z & = & 3 \\ 2x+3y+z & = & 1 \\ x-6y-4z & = & 8 \end{array}\right.$$

a) [2] Resuélvalo por el método de Gauss y clasifíquelo.

b) [0,5] ¿Existe alguna solución en la que sea $x = y$?

c) [0,5] Cambie una ecuación de forma que el sistema S' obtenido sea incompatible..

EJERCICIO 2: Considere el sistema de ecuaciones de tres ecuaciones con dos incógnitas.

$$\left\{\begin{array}{rcr} -3x+2y & = & -1 \\ 2x+7y & = & 34 \\ 3x+2y & = & 17 \end{array}\right.$$

a) [1,5] Resuélvalo y clasifíquelo.

b) [1,5] Interprételo geométricamente.

EJERCICIO 3:

Una fábrica de electrodomésticos tiene una producción semanal fija de 42 unidades. La fábrica abastece a tres establecimientos –digamos A, B y C–, que demandan toda su producción.

En una determinada semana el establecimiento A solicitó tantas unidades como B y C juntos y, por otro lado, B solicitó un 20% más que la suma de la mitad de lo que pidió A más la tercera parte de lo que pidió C.

Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones necesario para averiguar cuántas unidades solicitó cada establecimiento dicha semana.

EJERCICIO 4:

En un comercio de bricolaje se venden listones de madera de tres longitudes: 0,90 , 1,50 y 2,40 metros cuyos respectivos precios son 4 , 6 y 10 euros. Un cliente ha comprado 19 listones, con una longitud total de 30 metros, que le han costado 126 euros en total.

Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones necesario para determinar cuántos listones de cada longitud ha comprado.

EJERCICIO 1:

a) Veamos su resolución por Gauss:

$$\left\{\begin{array}{rcr} x-y-z & = & 3 \\ 2x+3y+z & = & 1 \\ x-6y-4z & = & 8 \end{array}\right. \xrightarrow[\substack{e_2'=-2e_1+e_2 \\ e_3'=-e_1+e_3}]{e_1'=e_1} \left\{\begin{array}{rcr} x-y-z & = & 3 \\ 5y+3z & = & -5 \\ -5y-3z & = & 5 \end{array}\right. \xrightarrow[e_3'=e_3+e_2]{\substack{e_1'=e_1 \\ e_2'=e_2}} \left\{\begin{array}{rcr} x-y-z & = & 3 \\ 5y+3z & = & -5 \\ 0 & = & 0 \end{array}\right.$$

Tenemos que el sistema es compatible indeterminado. Resolvamos escalonadamente:

$$\left\{\begin{array}{l} e_3 : z = t \\ e_2 : y = \dfrac{-5-3t}{5} \\ e_1 : x = 3 + t + \dfrac{-5-3t}{5} = \dfrac{15+5t-5-3t}{5} \to x = \dfrac{10+2t}{5} \end{array}\right.$$

La solución es:

$$(x\,,y\,,z) = \left(\frac{10+2t}{5}\,,\frac{-5-3t}{5}\,,t\right)\ ,t \in \mathbb{R}$$

b) Si deseamos que $x = y$, igualando en la solución:

$$x = y \xrightarrow{igualando} \frac{10+2t}{5} = \frac{-5-3t}{5} \to 10+2t = -5-3t \to t = -3$$
$$\xrightarrow{sustituyendo} (x\,,y\,,z) = \left(\frac{4}{5}\,,\frac{4}{5}\,,-3\right)$$

c) Cambiemos, por ejemplo, la tercera ecuación:

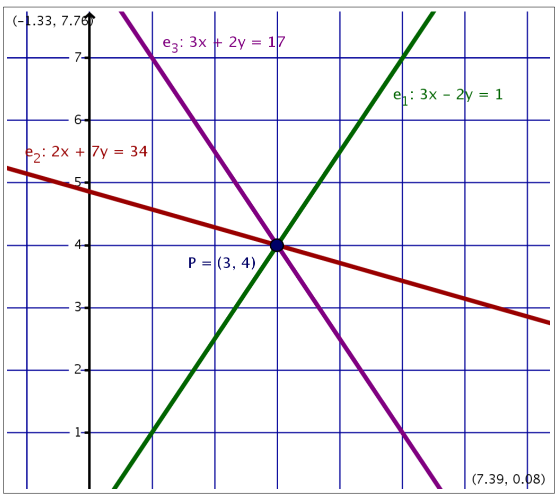
$$\left\{\begin{array}{rcr} x-y-z & = & 3 \\ -2x+3y-z & = & -3 \\ x-y-z & = & 8 \end{array}\right.$$

Este nuevo sistema no tiene solución, pues la primera y la tercera ecuación son claramente incompatibles: las mismas operaciones no pueden dar resultados distintos.

EJERCICIO 2:

a) Resolvemos por reducción el sistema formado por la primera y la tercera ecuaciones:

$$\{e_1\,,e_3\} \to \left\{\begin{array}{rcr} -3x+2y & = & -1 \\ 3x+2y & = & 17 \end{array}\right. \xrightarrow[e_2'=e_2+e_1]{e_1'=e_1} \left\{\begin{array}{rcr} -3x+2y & = & -1 \\ 4y & = & 16 \end{array}\right. \xrightarrow{despejando} \left\{\begin{array}{l} x = 3 \\ y = 4 \end{array}\right.$$



Y ahora comprobamos esa solución en la segunda ecuación:

$$2 \cdot 3 + 7 \cdot 4 = 34$$

Concluimos que el sistema es compatible determinado.

b) Con unas tablas de valores adecuadas obtenemos el gráfico de aquí al lado.

Cada ecuación se representa en el plano como una recta, siendo cada uno de sus puntos es una solución de la correspondiente ecuación.

Se trata de tres rectas secantes en un punto, cuyas coordenadas son la solución del sistema.

EJERCICIO 3:

Llamemos

x al nº de unidades solicitadas a A

y al nº de unidades solicitadas a B

z al nº de unidades solicitadas a C

El total de unidades es 42:

$$x+y+z=42$$

A solicitó tanto como B y C juntos:

$$x=y+z$$

B solicitó un 20% más que la suma de la mitad de A con la tercera parte de C:

$$y=1.20\left(\frac{x}{2}+\frac{z}{3}\right)$$

Simplificando adecuadamente obtenemos el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{rcr} x+y+z & = & 42 \\ x-y-z & = & 0 \\ 0.60x-y+0.40z & = & 0 \end{array}\right.$$

Resolviendo:

$$(x\,,y\,,z)=(21\,,15\,,6)$$

Así, solicitó 21 unidades a A, 15 unidades a B y 6 unidades a C.

EJERCICIO 4:

Llamemos

x al nº de listones cortos

y al nº de listones medios

z al nº de listones largos

El total de listones es 19: $x+y+z=19$

La longitud total es 30 metros: $0.90x+1.50y+2.40z=30$

El costo total es 126€: $4x+6y+10z=126$

Simplificando adecuadamente obtenemos el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{rcr} x+y+z & = & 19 \\ 0.90x+1.50y+2.40z & = & 30 \\ 4x+6y+10z & = & 126 \end{array}\right.$$

Resolviendo:

$$(x\,,y\,,z)=(8\,,4\,,7)$$

Así, ha comprado 8 listones de 4 euros, 4 listones de 6 euros y 7 listones de 10 euros.