Nombre: ____ ***Curso 2º*** Estadística – Mates Aplicadas II – 21/05/2012	

✗ Ejercicio 1 [2,5]:

a) [1,5] Escriba todas las muestras de tamaño 2 que, mediante un muestreo aleatorio simple y con reemplazamiento, se pueden extraer del conjunto { 4 , 6 , 8 } y determine el valor de la varianza de las medias de esas muestras.

b) [1] De una población de 600 mujeres y 300 hombres se desea seleccionar, mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, una muestra de tamaño 60 distribuida en los dos estratos, ¿cuál será la composición de la muestra?

✗ Ejercicio 2 [2,5]: El peso de los alumnos de primaria de un colegio sigue una distribución Normal de media 30 kg y desviación típica 2,5 kg.

Consideremos muestras aleatorias de 16 alumnos.

a) [0.5] ¿Qué distribución sigue la media de las muestras?

b) [2] Si elegimos al azar una de esas muestras, ¿cuál es la probabilidad de que su media sea superior a los 32 kg?

✗ Ejercicio 3 [2,5]: Los jóvenes andaluces duermen un número de horas diarias que se distribuye según una ley normal de media desconocida y una desviación típica de dos horas. A partir de una muestra de 64 jóvenes se ha obtenido una media de 7,5 horas.

a) [1,25] Halle un intervalo de confianza, al 94%, para la media poblacional.

b) [1,25] Manteniendo la misma confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para estimar la media de horas de sueño si cometemos un error máximo de 0,10 horas?

✗ Ejercicio 4 [2,5]: El equipo de gobierno de un ayuntamiento señala que al menos el 50% de los ciudadanos comparte los recortes que está llevando a cabo. Para comprobar esto, se ha realizado una encuesta dirigida a 500 personas; de éstas 220 se mostraron favorables a dichos recortes. Con estos datos y con un nivel de significación del 0,1, ¿qué conclusión podemos sacar?

✗ Ejercicio 1:

a) La variable aleatoria en la población es X = { 4 , 6 , 8 }

El conjunto de las muestras de tamaño n = 2, con reemplazamiento, y las medias muestrales son:

$$\boldsymbol{M}=\begin{pmatrix} 4-4 & 4-6 & 4-8 \\ 6-4 & 6-6 & 6-8 \\ 8-4 & 8-6 & 8-8 \end{pmatrix} \rightarrow \bar{\boldsymbol{X}}=\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

Así, la media y la varianza de las medias muestrales son:

$$\bar{\mu}=\frac{4+5+6+5+6+7+6+7+8}{9}=\frac{54}{9}=6$$

$$\bar{\sigma}^2=\frac{4^2+5^2+6^2+5^2+6^2+7^2+6^2+7^2+8^2}{9}-\bar{\mu}^2=\frac{336}{9}-36=\frac{4}{3}=1{,}3333\ldots$$

Observemos las barras que tienen los parámetros: fundamentales para no confundirlos con los parámetros de la población.

b) Mostremos esquemáticamente las composiciones de la población y de la muestra:

Población	
Mujeres	Hombres
600	300
N = 900	

Muestra	
Mujeres	Hombres
40	20
n = 60	

Mujeres: $\frac{600}{900}\times 60=40$

Hombres: $60-40=20$

Ahora elegimos en cada estrato, mediante muestreo aleatorio simple, el número de individuos señalados anteriormente

✗ Ejercicio 2: La v. a. $\boldsymbol{X}$ = "peso de los alumnos" es normal con $\left|\begin{array}{l}\mu=30\\ \sigma=2{,}5\end{array}\right.$

Tamaño muestral: n = 16

a) La distribución de las medias muestrales $\bar{\boldsymbol{X}}$ es normal (porque $\boldsymbol{X}$ lo es) con $\left|\begin{array}{l}\bar{\mu}=\mu=30\\ \bar{\sigma}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{2,}{\sqrt{16}}=0{,}625\end{array}\right.$

b) La probabilidad pedida es:

$$p(\bar{X}>32)=p(Z>3{,}2)=1-0{,}99931=0{,}00069$$

$$(*)\ z=\frac{\bar{x}-\bar{\mu}}{\bar{\sigma}}=\frac{32-30}{0{,}625}=3{,}2$$

✗ Ejercicio 3: La v. a. X es normal con $\left| \begin{array}{l} \mu = ¿? \\ \sigma = 2 \end{array} \right.$

a) Tamaño muestral: $n = 64$

Media muestral: $\bar{x} = 7{,}5$

Nivel de confianza: $p = 1 - \alpha = 0{,}94$ → Valor crítico: $z_{\alpha/2} = 1{,}88$

El intervalo de confianza, para la media de la población, es:

$$I = \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} , \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = (7{,}5 - 0{,}47 , 7{,}5 + 0{,}47) = (7{,}03 , 7{,}97)$$

b) Ahora, con el mismo nivel de confianza, el error máximo es:

$$E = 0{,}10$$

Del error sacamos el tamaño muestral:

$$E_{máx} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 0{,}10 = 1{,}88 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} = \rightarrow \sqrt{n} = 2 \cdot \frac{2}{0{,}10} = 37{,}6 \rightarrow n = 37{,}6^2 = 1413{,}76 \approx 1414$$

✗ Ejercicio 4: en el contexto del problema, queremos saber si "al menos el 50% comparte los recortes".

A) Hipótesis:

$H_0 : p \geq 0{,}50 \quad (p_0 = 0{,}5 \rightarrow q_0 = 0{,}50)$ ➡ $H_1 : p < 0{,}50$

Es unilateral sobre la proporción.

B) Muestra y estadístico:

Tamaño muestral: $n = 500$ ➡ Proporción muestral: $\tilde{p} = \frac{220}{500} = 0{,}44$

C) Significación y valor crítico:

Significación: $\alpha = 0{,}10$ ➡ Valor crítico: $z_\alpha = 1{,}28$

$p(z > z_\alpha) = 0{,}10 \rightarrow p(z < z_\alpha) = 0{,}90 \rightarrow z_\alpha = 1{,}28$

D) Intervalo de aceptación:

$$I = \left(-\infty \ , \ p_0 + z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{p_0 \cdot q_0}{n}} \right) = \left(0{,}50 - 1{,}28 \cdot \sqrt{\frac{0{,}50 \cdot 0{,}50}{500}} , + \infty \right) = (0{,}4714 , + \infty)$$

E) Conclusión:

$$\tilde{p} \notin I \rightarrow \text{Rechazamos } H_0$$

A la vista de los datos, con el nivel de significación dado, rechazamos que al menos el 50% comparta los recortes.