Nombre: ____ **_Curso 2º_**	
Estadística – Mates Aplicadas II – 21/05/2012	

✗ Ejercicio 1 [2,5]:

a) [1,5] Escriba todas las muestras de tamaño 2 que, mediante un muestreo aleatorio simple y con reemplazamiento, se pueden extraer del conjunto { 8 , 10 , 12 } y determine el valor de la varianza de las medias de esas muestras.

b) [1] De una población de 500 mujeres y 400 hombres se desea seleccionar, mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, una muestra de tamaño 80 distribuida en los dos estratos, ¿cuál será la composición de la muestra?

✗ Ejercicio 2 [2,5]: El peso de los alumnos de primaria de un colegio sigue una distribución Normal de media 28 kg y desviación típica 2,7 kg.

Consideremos muestras aleatorias de 9 alumnos.

a) [0.5] ¿Qué distribución sigue la media de las muestras?

b) [2] Si elegimos al azar una de esas muestras, ¿cuál es la probabilidad de que su media sea superior a los 29 kg?

✗ Ejercicio 3 [2,5]: Los jóvenes andaluces duermen un número de horas diarias que se distribuye según una ley normal de media desconocida y una desviación típica de dos horas. A partir de una muestra de 64 jóvenes se ha obtenido una media de 7 horas.

a) [1,25] Halle un intervalo de confianza, al 96%, para la media poblacional.

b) [1,25] Manteniendo la misma confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para estimar la media de horas de sueño si cometemos un error máximo de 0,25 horas?

✗ Ejercicio 4 [2,5]: El equipo de gobierno de un ayuntamiento señala que al menos el 50% de los ciudadanos comparte los recortes que está llevando a cabo. Para comprobar esto, se ha realizado una encuesta dirigida a 400 personas; de éstas 180 se mostraron favorables a dichos recortes. Con estos datos y con un nivel de significación del 0,05, ¿qué conclusión podemos sacar?

✗ <u>Ejercicio 1</u>:

a) La variable aleatoria en la población es X = { 8 , 10 , 12 }

El conjunto de las muestras de tamaño n = 2, con reemplazamiento, y las medias muestrales son:

$$\boldsymbol{M}=\begin{Bmatrix} 8-8 & 8-10 & 8-12 \\ 10-8 & 10-10 & 10-12 \\ 12-8 & 12-10 & 12-12 \end{Bmatrix} \rightarrow \bar{\boldsymbol{X}}=\begin{Bmatrix} 8 & 9 & 10 \\ 9 & 10 & 11 \\ 10 & 11 & 12 \end{Bmatrix}$$

Así, la media y la varianza de las medias muestrales son:

$$\bar{\mu}=\frac{8+9+10+9+10+11+10+11+12}{9}=\frac{90}{9}=10$$

$$\bar{\sigma}^2=\frac{8^2+9^2+10^2+9^2+10^2+11^2+10^2+11^2+12^2}{9}-\bar{\mu}^2=\frac{912}{9}-100=\frac{4}{3}=1{,}3333\ldots$$

Observemos las barras que tienen los parámetros: fundamentales para no confundirlos con los parámetros de la población.

b) Mostremos esquemáticamente las composiciones de la población y de la muestra:

Población	
Mujeres	Hombres
500	400
N = 900	

Muestra	
Mujeres	Hombres
44	36
n = 80	

Mujeres: $\frac{500}{900}\times 80=44{,}4\ldots\approx 44$

Hombres: $80-44=36$

Ahora elegimos en cada estrato, mediante muestreo aleatorio simple, el número de individuos señalados anteriormente

✗ <u>Ejercicio 2</u>: La v. a. $\boldsymbol{X}$ es normal con $\left|\begin{array}{l}\mu=28\\ \sigma=2{,}7\end{array}\right.$

Tamaño muestral: n = 9

a) La distribución de las medias muestrales $\bar{\boldsymbol{X}}$ es normal (porque $\boldsymbol{X}$ lo es) con $\left|\begin{array}{l}\bar{\mu}=\mu=28\\ \bar{\sigma}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{2{,}7}{\sqrt{9}}=0{,}9\end{array}\right.$

b) La probabilidad pedida es:

$$p(\bar{X}>29)=p(Z>1{,}11)=1-0{,}8665=0{,}1335$$

$$(*)\ z=\frac{\bar{x}-\bar{\mu}}{\bar{\sigma}}=\frac{29-28}{0{,}9}\approx 1{,}11$$

✗ Ejercicio 3: La v. a. X es normal con $\left| \begin{matrix} \mu = ¿? \\ \sigma = 2 \end{matrix} \right.$

a) Tamaño muestral: $n = 64$

Media muestral: $\bar{x} = 7$

Nivel de confianza: $p = 1 - \alpha = 0{,}96$ → Valor crítico: $z_{\alpha/2} = 2{,}05$

El intervalo de confianza, para la media de la población, es:

$$I = \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = (7 - 0{,}5125, 7 + 0{,}5125) = (6{,}4825, 7{,}5125)$$

b) Ahora, con el mismo nivel de confianza, el error máximo es:

$$E = 0{,}25$$

Del error sacamos el tamaño muestral:

$$E_{máx} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 0{,}25 = 2{,}05 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} = \rightarrow \sqrt{n} = 20{,}5 \cdot \frac{2}{0{,}25} = 15{,}4 \rightarrow n = 15{,}4^2 = 268{,}96 \approx 269$$

✗ Ejercicio 4: en el contexto del problema, queremos saber si "al menos el 50% comparte los recortes".

A) Hipótesis:

$H_0 : p \geq 0{,}50 = p_0$ → $q_0 = 0{,}50$ → $H_1 : p < 0{,}50$

Es unilateral sobre la proporción.

B) Muestra y estadístico:

Tamaño muestral: $n = 400$ → Proporción muestral: $\tilde{p} = \frac{180}{400} = 0{,}45$

C) Significación y valor crítico:

Significación: $\alpha = 0{,}05$ → Valor crítico: $z_\alpha = 1{,}645$

$p(z > z_\alpha) = 0{,}05 \rightarrow p(z < z_\alpha) = 0{,}95 \rightarrow z_\alpha = 1{,}645$

D) Intervalo de aceptación:

$$I = \left(-\infty \ , \ p_0 + z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{p_0 \cdot q_0}{n}} \right) = \left(0{,}50 - 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}50 \cdot 0{,}50}{400}}, + \infty \right) = (0{,}4589, + \infty)$$

E) Conclusión:

$$\tilde{p} \notin I \rightarrow \text{Rechazamos } H_0$$

A la vista de los datos, con el nivel de significación dado, rechazamos que al menos el 50% comparta los recortes.