Nombre: ____ **_Curso 2º_**	
Cálculo de Derivadas – Mates Aplicadas II – 22/02/2012	

✗ Ejercicio 1 [2]: Obtén la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x^2+x-1}$

b) $g(x)=\mathrm{e}^{4x}\cos x$

c) $h(x)=\sqrt{x^4+\operatorname{sen} x}$

d) $p(x)=L(1-x^2)$

✗ Ejercicio 2 [3]: Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} x^2-2x & \text{si} \quad x\leq 3 \\ \dfrac{3}{x-2} & \text{si} \quad x>3 \end{cases}$$

a) Dibuje su gráfica.

b) Analiza gráficamente su continuidad y derivabilidad.

c) Corrobora lo anterior estudiando algebraicamente su continuidad y su derivabilidad.

✗ Ejercicio 3 [2]: De la función $y=x^4+ax^2+bx$ se sabe que pasa por el punto $(-1,4)$ y que en él se anula su derivada segunda.

¿Cuáles son los valores de a y de b ?

✗ Ejercicio 4 [3]: Se sabe que la función

$$f(x)=\begin{cases} 2x+a & \text{si} \quad x\leq -1 \\ \operatorname{sen}(2x+2) & \text{si} \quad x>-1 \end{cases}$$

es continua en todo punto.

a) Averigua el valor de a.

b) Halla la derivada de f.

✗ <u>Ejercicio 1</u>:

a) Derivamos un cociente:

$$f(x)=\frac{x^2-x}{x^2+x-1} \quad \overset{D}{\to} \quad f'(x)=\frac{(2x-1)\cdot(x^2+x-1)-(2x+1)\cdot(x^2-x)}{(x^2+x-1)^2}=\frac{2x^2-2x+1}{(x^2+x-1)^2}$$

b) Derivamos un producto:

$$g(x)=e^{4x}\cdot\cos x \quad \overset{D}{\to} \quad g'(x)=e^{4x}\cdot 4\cdot\cos x-\operatorname{sen} x\cdot e^{4x}=e^{4x}\cdot(4\cos x-\operatorname{sen} x)$$

c) Es la derivada de una raíz (regla de la cadena):

$$h(x)=\sqrt{x^4+\operatorname{sen} x} \quad \overset{D}{\to} \quad h'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x^4+\operatorname{sen} x}}\cdot(4x^3+\cos x)=\frac{(4x^3+\cos x)}{2\sqrt{x^4+\operatorname{sen} x}}$$

d) Es la derivada de una exponencial (regla de la cadena):

$$p(x)=L(1-x^2) \quad \overset{D}{\to} \quad p'(x)=\frac{1}{1-x^2}\cdot(-2x)=\frac{-2x}{(1-x^2)}$$

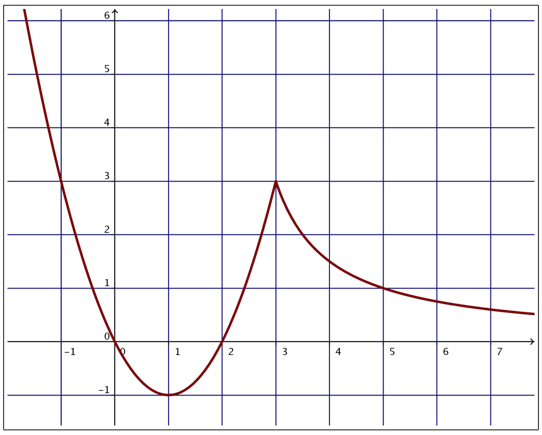
✗ <u>Ejercicio 2</u>:

a) La forman un trozo de parábola ($y=x^2-2x$ si $x\leq 3$) + un trozo de curva ($y=\frac{3}{x-2}$ si $x>3$).

El vértice de la parábola lo encontramos para

$$x_V=\frac{-b}{2a}=\frac{2}{2}=1$$

Con unas tablas de valores adecuada obtenemos:



b) Apreciamos en la gráfica que es continua en todo punto, y derivable para todo valor salvo para $x = 3$ (conexión), donde vemos un punto anguloso.

c) Vamos a estudiar su continuidad y su derivabilidad algebraicamente:

<u>Continuidad</u>: f sólo puede ser discontinua para $x = 3$:

$\boxed{x=3}$

VALOR: si $x=3$ es $y=3$

TENDENCIAS: $\begin{cases} \text{si} \quad x\to 3- \quad \text{es} \quad y=x^2-2x\to 3 \\ \text{si} \quad x\to 3+ \quad \text{es} \quad y=3/(x-2)\to 3 \end{cases}$

Concluimos que es continua en $x = 2$.

<u>Derivabilidad</u>: directamente

$$f'(x)=\begin{cases} 2x-2 & \text{si} \quad x<3 \\ \dfrac{-3}{(x-2)^2} & \text{si} \quad x>3 \end{cases}$$

Veamos ahora detenidamente

$\boxed{x=3}$

Como f es continua, puede ser derivable:

DERIVADAS LATERALES: $\begin{cases} \text{si} \quad x\to 3- \quad \text{es} \quad y'=2x-2\to 4 \\ \text{si} \quad x\to 3+ \quad \text{es} \quad y'=\dfrac{-3}{(x-2)^2}\to -3 \end{cases}$

Como no coinciden concluimos que es no es derivable para este valor (es un *punto anguloso*).

✗ <u>Ejercicio 3</u>: Es

$$y=x^4+ax^2+bx \quad \xrightarrow{D} \quad y'=4x^3+2ax+b \quad \xrightarrow{D} \quad y''=12x^2+2a$$

Pasa por el punto $(-1,3)$ ⇨ si $x=-1$ es $y=3$ ⇨ $1+a-b=4$ $(*)$

Derivada segunda cero en $(-1,3)$ ⇨ si $x=-1$ es $y''=0$ ⇨ $12+2a=0$ $(**)$

De (**) obtenemos $a=-6$, y sustituyendo ese valor en (*) obtenemos $b=-9$.

✗ <u>Ejercicio 4</u>:

a) Tenemos que, en particular, f es continua en $x=-1$:

$\boxed{x=-1}$

VALOR: si $x=-1$ es $y=-2+a$

TENDENCIAS: $\begin{cases} \text{si} \quad x\to -1- \quad \text{es} \quad y=2x+a\to -2+a \\ \text{si} \quad x\to -1+ \quad \text{es} \quad y=\text{sen}(2x+2)\to \text{sen}(0)=0 \end{cases}$

Concluimos que debe ser

$$-2+a=0 \quad \to \quad a=2$$

b) Podemos derivar directamente:

$$f(x)=\begin{cases} 2x+2 & \text{si} \quad x\le -1 \\ \text{sen}(2x+2) & \text{si} \quad x>-1 \end{cases} \quad \xrightarrow{D} \quad f'(x)=\begin{cases} 2 & \text{si} \quad x<-1 \\ 2\cos(2x+2) & \text{si} \quad x>-1 \end{cases}$$

$\boxed{x=-1}$

Como f es continua en $x=-1$, puede ser derivable en este valor. Veamos

DERIVADAS LATERALES: $\begin{cases} \text{si} \quad x\to -1- \quad \text{es} \quad y'=2\to 2 \\ \text{si} \quad x\to -1+ \quad \text{es} \quad y'=2\cos(2x+2)\to 2 \end{cases}$

Concluimos que f es derivable con $f'(-1)=2$.

Definitivamente nos queda:

$$f'(x)=\begin{cases} 2 & \text{si} \quad x\le -1 \\ 2\cos(2x+2) & \text{si} \quad x>-1 \end{cases}$$