Nombre: ____ ***Curso 2ºE*** Programación Lineal – Mates Aplicadas II – 14/12/2011	

✗ Ejercicio 1: [2] Una empresa fabrica camisas de dos tipos, A y B. El beneficio que obtiene es de 8 euros por cada camisa que fabrica del tipo A, y de 6 euros por cada una del tipo B. La empresa puede fabricar, como máximo, 100000 camisas, y las del tipo B han de suponer, al menos, el 60% del total.

¿Cuántas camisas debe fabricar de cada tipo para obtener el máximo beneficio?

✗ Ejercicio 2: [2] Una empresa pastelera dispone semanalmente de 160 kg de azúcar y de 240 kg de almendra para hacer tortas de almendra y tabletas de turrón.

Se necesitan 150 g de almendra y 50 g de azúcar para hacer una torta de almendra y 100 g de almendra y 100 g de azúcar para cada tableta de turrón. El beneficio neto por la venta de cada torta es de 1,75 euros, y por cada tableta de turrón es de 1 euro.

Determine cuántas tortas de almendra y cuántas tabletas de turrón han de elaborarse para obtener la máxima ganancia. ¿Cuál es el beneficio máximo semanal?

✗ Ejercicio 3:

a) [1] Los vértices de un polígono convexo son

$$A=(-2,1)\ ,\ B=(-2,6)\ ,\ C=(2,4)\ \text{y}\ D=(2,6)$$

Calcule los valores extremos de la función objetivo

$$F(x,y)=-3x+4y+10$$

en la región delimitada por dicho polígono, indicando dónde se alcanzan.

b) [2] Obtenga un sistema de inecuaciones cuya solución sea el recinto anterior.

✗ Ejercicio 4 : Sea el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x+y\leq 6\ ,\ x-2y\leq 13\ ,\ x+3y\geq -3\ ,\ x\geq 0$$

a) [2] Dibuje la región que definen y calcule sus vértices.

b) [1] Halle los puntos de esa región en los que la función $F(x,y)=4x-6y+15$ alcanza los valores máximo y mínimo y calcule dichos valores.

✗ Ejercicio 1: Sólo vamos a plantearlo.

Organicemos todos los datos en una tabla:

Camisas	***Beneficio (€/u)***	***Unidades***
A	8	x
B	6	y

- Fabrica hasta 100 000 camisas: ➞ $x+y\leq 100000$
- Del tipo B al menos el 60% del total ➞ $y\geq 0{,}60\cdot(x+y)$
- Queremos el máximo beneficio.

Concluimos de aquí:

✔ Objetivo: maximizar $f=8x+6y$

✔ Restricciones: debe cumplirse $\begin{cases} x\geq 0,\ y\geq 0 \\ x+y\leq 100\,000 \\ y\geq 0{,}60(x+y) \end{cases}$

✗ Ejercicio 2: Sólo vamos a plantearlo. Organicemos todos los datos en una tabla:

Tortas	***Almendra (kg/u)***	***Azúcar (kg/u)***	***Beneficio(€/ u)***	***Unidades***
Almendra	0,150	0,050	1,75	x
Turrón	0,100	0,100	1	y

- Tenemos hasta 160 kg de azúcar: ➞ $0{,}050x+0{,}100y\leq 160$
- Tenemos hasta 240 kg de almendra: ➞ $0{,}150x+0{,}100y\leq 240$
- Queremos el máximo beneficio.

Concluimos de aquí:

✔ Objetivo: maximizar $f=1{,}75x+y$

✔ Restricciones: debe cumplirse $\begin{cases} x\geq 0\ ,\ y\geq 0 \\ 0{,}050x+0{,}100y\leq 160 \\ 0{,}150x+0{,}100y\leq 240 \end{cases}$

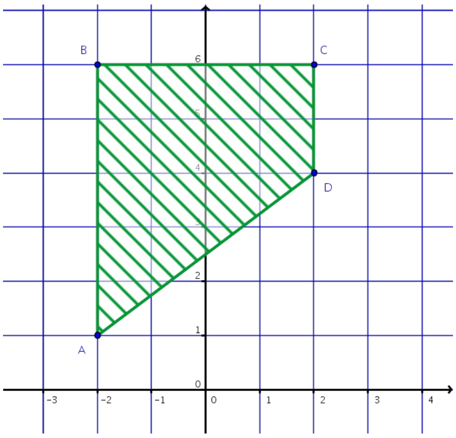
✗ Ejercicio 3:

a) Como F es lineal y la región es un recinto convexo y acotado, alcanza su valor máximo y su valor mínimo en sus vértices.

Vértices		$\boldsymbol{F(x,y)=-3x+4y+10}$
$A=(-2,1)$	➞	20
$B=(-2,6)$	➞	40
$C=(2,4)$	➞	20
$D=(2,6)$	➞	28

Tenemos así que es min F = 20 -se alcanza en cada punto del lado $\overline{AC}$ - y max F = 40 -se alcanza en el vértice B.

b) El recinto lo tenemos aquí dibujado.



Organicemos todo:

Lado	***Ecuación***	***Semiplano***	***Inecuación***
AB	$x=-2$	Derecho	$x\geq -2$
BD	$y=6$	Inferior	$y\leq 6$
CD	$x=2$	Izquierdo	$x\leq 2$
AC	$y=0{,}75\,x+2{,}5$	Superior	$y\geq 0{,}75\,x+2{,}5$

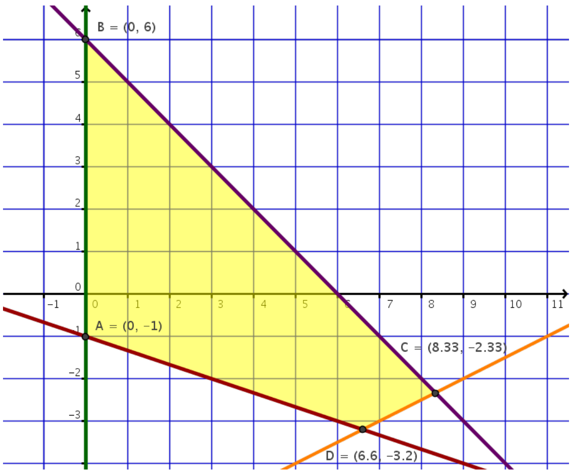
Concluimos que el recinto es el determinado por el conjunto de restricciones anteriores.

Veamos detenidamente la ecuación del lado A*C*:

$$\left.\begin{matrix} m=\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{3}{4}=0{,}75 \\ P=(2,4) \end{matrix}\right\} \rightarrow y=4+0{,}75\cdot(x-2)=0{,}75\,x+2{,}5$$

✗ <u>Ejercicio 4</u>:

a) Aquí tenemos el gráfico (realizado con GeoGebra) que nos muestra el recinto. Es un cuadrilátero:



Apreciamos claramente en el dibujo las coordenadas del vértice $A=(0,-1)$ y del vértice $B=(0,6)$. Para obtener las coordenadas exactas de los vértices C y D resolvemos los sistemas:

$$\left\{\begin{matrix} x=13+2y \\ x=6-y \end{matrix}\right| \rightarrow C=\left(\frac{25}{3},-\frac{7}{3}\right)$$

$$\left\{\begin{matrix} x=13+2y \\ x=-3-3y \end{matrix}\right| \rightarrow D=\left(\frac{33}{5},-\frac{16}{5}\right)$$

c) Como F es lineal y la región es un recinto convexo y acotado, alcanza su valor máximo y su valor mínimo en sus vértices.

Vértices		$\boldsymbol{F(x,y)=4x-6y+15}$
$A=(0,-1)$	➡	21
$B=(0,6)$	➡	–21
$C=(25/3,-7/3)$	➡	187 / 3 ≃ 62,3
$D=(33/5,-16/5)$	➡	303 / 5 = 60,6

Tenemos así que es min *F* = –21 -se alcanza en el vértice *B*- y max *F* = 187 / 3 ≃ 62,3 -se alcanza en el vértice *C*-.