Nombre: ____ ***Curso 2ºD*** Matemáticas Aplicadas II – Sistemas de Ecuaciones – 14/Oct/2011	

✗ Ejercicio 1: Consideremos el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x+y-z &= 4 \\ x+3z &= 1 \\ 4x+y+5z &= 6 \end{cases}$$

a) [2] Resuélvalo por el método de Gauss y clasifíquelo.

b) [0,5] ¿Existe alguna solución en la que sea $y=-5$?

c) [0,5] Cambie una ecuación de forma que el sistema S' obtenido sea incompatible.

✗ Ejercicio 2: Considere el sistema de ecuaciones de tres ecuaciones con dos incógnitas.

$$\begin{cases} 2x-y &= -1 \\ 3x+2y &= 9 \\ 5x+y &= 8 \end{cases}$$

a) [1,5] Resuélvalo y clasifíquelo.

b) [1,5] Interprételo geométricamente.

✗ Ejercicio 3 [2]: Una tienda ofrece tres tipos de portátiles a sus clientes, con unos precios de 300, 400 y 600 euros, respectivamente. El mes pasado vendió 22 de ellos, ingresando un total de 8500 euros. Consiguió vender tantos ordenadores económicos como de los otros dos tipos, más caros, juntos.

¿Cuántos ordenadores portátiles vendió de cada clase?

✗ Ejercicio 4 [2]: Un cine ha proyectado una determinada película sólo tres días: el lunes, el martes y el miércoles de la semana pasada. Se sabe que el número de espectadores del martes se incrementó en un 12% respecto del lunes, que el miércoles ese número disminuyó un 12% respecto del martes y que el lunes ese número superó en 36 espectadores al del miércoles.

Calcule el número de espectadores que vieron la película cada uno de los tres días.

✗ Ejercicio 1:

a) Veamos su resolución por Gauss:

$$S:\begin{cases}2x+y-z&=&4\\ x+3z&=&1\\ 4x+y+5z&=&6\end{cases}\left|\begin{matrix}e_2'=-e_1+3e_2\\ e_3'=-2e_1+e_3\end{matrix}\right\rangle\begin{cases}2x+y-z&=&4\\ y-7z&=&2\\ -y+7z&=&-2\end{cases}\left|e_3'=e_3+e_2\right\rangle\begin{cases}2x+y-z&=&4\\ y-7z&=&2\\ 0&=&0\end{cases}$$

Tenemos que el sistema es compatible indeterminado. Obtengamos la solución:

$$\begin{cases}x=4\\ y=2+7t\\ z=t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$$

b) $y=-5 \rightarrow 2+7t=-5 \rightarrow t=-1$

Vemos que sí, la solución que se obtiene para $t=-1$. Ahora, sustituyendo en la solución:

$$x=4\ ,\ y=-5\ ,\ z=-1$$

c) Cambiamos la tercera ecuación dejando:

$$S'':\begin{cases}2x+y-z&=&4\\ x+3z&=&1\\ 2x+y-z&=&5\end{cases}$$

Las ecuaciones 1ª y 3ª son claramente incompatibles entre sí, pues las mismas operaciones no pueden dar resultados distintos. Por ello el sistema no tiene solución.

✗ Ejercicio 2:

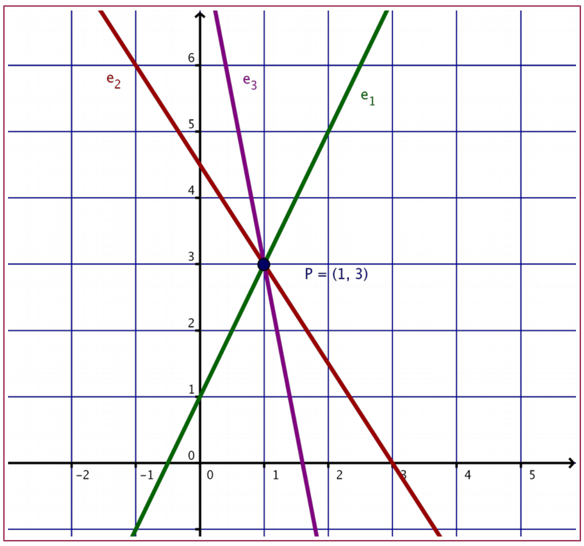
a) Resolvemos por reducción el sistema formado por las dos primeras ecuaciones:

$$\begin{cases}2x-y&=-1\\ 3x+2y&=\ 9\end{cases}\left|e_2'=e_2+2e_1\right\rangle\begin{cases}2x-y=-1\\ 7x=7\end{cases}\left|\begin{matrix}e_2\rightarrow x=\frac{-7}{7}\rightarrow x=1\\ e_1\rightarrow y=2x+1\rightarrow y=3\end{matrix}\right\rangle\Rightarrow\begin{cases}x=1\\ y=3\end{cases}$$

Y ahora comprobamos esa solución en la tercera ecuación:

$$5\cdot1+3=8 \rightarrow 8=8 \text{ ¡SÍ!}$$

Como vemos, el sistema es compatible determinado.



b) Con unas tablas de valores adecuadas obtenemos el gráfico de aquí al lado.

Cada ecuación se representa en el plano como una recta.

Cada uno de sus puntos es una solución de la correspondiente ecuación.

Se trata de tres rectas secantes en un punto. Dicho punto es la solución del sistema:

$$(x,y)=(1,3)$$

✗ <u>Ejercicio 3</u>: Llamemos

x al nº de portátiles vendidos a 300 €

y al nº de portátiles vendidos a 400 €

z al nº portátiles vendidos a 600 €

El total de portátiles vendidos es 22:

$$x+y+z=22$$

El total de dinero ingresado es 8000€:

$$300x+400y+600z=8500$$

El número de portátiles económicos es igual al de los otros dos juntos:

$$x=y+z$$

Simplificando adecuadamente obtenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x+y+z=22 \\ 3x+4y+6z=85 \\ x-y-z=0 \end{cases}$$

Resolviendo:

$$(x,y,z)=(11,7,4)$$

Así, ha vendido 11 portátiles a 300 € , 7 portátiles a 400 € y 4 portátiles a 600 €.

✗ <u>Ejercicio 4</u>: Llamemos

x al nº de espectadores del lunes

y al nº de espectadores del martes

z al nº de espectadores del miércoles

El número de espectadores del martes es un 12% más (100% + 12% = 112%) que los del lunes :

$$y=1{,}12x$$

El número de espectadores del miércoles es un 12% menos (100% – 12% = 88%) que los del martes:

$$z=0{,}88y$$

El número de espectadores del lunes supera en 36 a los del miércoles:

$$x=z+36$$

Obtenemos así el siguiente sistema:

$$\begin{cases} y=1{,}12x \\ z=0{,}88y \\ x=z+36 \end{cases}$$

Resolviendo:

$$(x,y,z)=(2500,2800,2464)$$

El número de espectadores fue de 2500 el lunes, 2800 el martes y de 2464 el miércoles.