Nombre: ____ ***Curso 2º E*** Estadística – Mates Aplicadas II – 19/05/2010	

✗ Ejercicio 1 [2,5]:

a) [1,5] Sea la población {3, 5, 7}. Escriba todas las muestras de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio simple, y calcule la varianza de las medias muestrales.

b) [1] De una población de 400 hombres y 200 mujeres se desea seleccionar, mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, una muestra de tamaño 80 distribuida en los dos estratos, ¿cuál será la composición de la muestra?

✗ Ejercicio 2 [2,5]: El cociente intelectual de los alumnos de un centro educativo se distribuye según una ley normal de media 110 y desviación típica 15. Se extrae una muestra aleatoria simple de 25 alumnos.

a) [0,5] Razone cómo es la distribución de las medias muestrales.

b) [2]¿Cuál es la probabilidad de que la media del cociente intelectual de los alumnos de esa muestra sea superior a 113?

✗ Ejercicio 3 [2,5]: Una variable aleatoria **X** se distribuye de forma normal, con desviación típica $\sigma = 0{,}9$.

a) [1] Una muestra aleatoria de tamaño 9 ha proporcionado los siguientes valores para **X** :

7,0 ; 6,4 ; 8,0 ; 7,1 ; 7,3 ; 7,4 ; 5,6 ; 8,8 ; 7,2

Obtenga un intervalo de confianza para la media poblacional con un nivel de confianza del 95%.

b) [1,5] Con otra muestra se ha obtenido, al 95%, el intervalo de confianza para la media siguiente:

(7,006 ; 7,594)

¿Cuál ha sido la media muestral?¿Y el tamaño de la muestra utilizada?

✗ Ejercicio 4 [2,5]: El fabricante de electrodomésticos "Adesa" afirma que los lavavajillas que fallan antes de los cinco años no supera al 40%. Una organización de consumidores ha comprobado que 74 de 180, elegidos al azar, fallan antes de los 10 años.

¿Estás de acuerdo con la afirmación del fabricante? (Úsese un nivel de significación del 5%)

✗ Ejercicio 1:

a) La variable aleatoria en la población es X = { 3 , 5 , 7 }

El conjunto de las muestras de tamaño $n = 2$, con reemplazamiento, y las medias muestrales son:

$$\boldsymbol{M}=\begin{pmatrix} 3-3 & 3-5 & 3-7 \\ 5-3 & 5-5 & 5-7 \\ 7-1 & 7-5 & 7-7 \end{pmatrix} \rightarrow \bar{\boldsymbol{X}}=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Así, la media y la varianza de las medias muestrales son:

$$\bar{\mu}=\frac{3+4+5+4+5+6+5+6+7}{9}=\frac{45}{9}=5$$

$$\bar{\sigma}^2=\frac{3^2+4^2+5^2+4^2+5^2+6^2+5^2+6^2+7^2}{9}-\bar{\mu}^2=\frac{237}{9}-25=\frac{4}{3}=1{,}3333\ldots$$

Observemos las barras que tienen los parámetros: fundamentales para no confundirlos con los parámetros de la población.

b) Mostremos esquemáticamente las composiciones de la población y de la muestra:

Población	
Mujeres	Hombres
200	400
$N = 600$	

Muestra	
Mujeres	Hombres
27	53
$n = 80$	

Mujeres: $\frac{200}{600}\times 80=26{,}6\ldots\approx 27$

Hombres: $80-27=53$

✗ Ejercicio 2: La v. a. $\boldsymbol{X}$ es normal con $\left| \begin{array}{l} \mu=110 \\ \sigma=15 \end{array} \right.$

a) La distribución de las medias muestrales $\bar{\boldsymbol{X}}$ es normal (porque $\boldsymbol{X}$ lo es) con $\left| \begin{array}{l} \bar{\mu}=\mu=110 \\ \bar{\sigma}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=3 \end{array} \right.$

b) La probabilidad pedida es:

$$p(\bar{X}>113)=p(Z>1)=1-0{,}8413=0{,}1587$$

$$(*)\, z=\frac{\bar{x}-\bar{\mu}}{\bar{\sigma}}=\frac{113-110}{3}=1$$

✗ Ejercicio 3: La v. a. X es normal con $\left| \begin{array}{l} \mu = ¿? \\ \sigma = 0{,}9 \end{array} \right.$

a) Tamaño muestral: $n = 9$

Media muestral: $\bar{x} = \dfrac{64{,}8}{9} = 7{,}2$

Nivel de confianza: $p = 1 - \alpha = 0{,}95$ → Valor crítico: $z_{\alpha/2} = 1{,}96$

El intervalo de confianza, para la media de la población, es:

$$I = \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \, , \, \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = (7{,}2 - 0{,}588 \, , 7{,}2 + 0{,}588) = (6{,}612 \, , 7{,}788)$$

b) Ahora, con el mismo nivel de confianza, el intervalo es:

$$I = (7{,}006 \, , \, 7{,}594)$$

La media muestral está en el centro del intervalo:

$$\bar{x} = \frac{7{,}006 + 7{,}594}{2} = 7{,}3$$

Para obtener el tamaño muestral (n = ¿?) primero hallamos el error máximo:

$$Amplitud = 7{,}594 - 7{,}006 = 0{,}588 \;\rightarrow\; E = \frac{Amplitud}{2} = \frac{0{,}588}{2} = 0{,}294$$

Del error sacamos el tamaño muestral:

$$E_{máx} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \;\rightarrow\; 0{,}294 = 1{,}96 \cdot \frac{0{,}9}{\sqrt{n}} = \;\rightarrow\; \sqrt{n} = 1{,}96 \cdot \frac{0{,}9}{0{,}294} = 6 \;\rightarrow\; n = 6^2 = 36$$

✗ Ejercicio 4: en el contexto del problema, queremos saber si “no supera al 40% los lavavajillas que fallan”.

A) Hipótesis:

$H_0 : p \leq 0{,}40 = p_0$ → $q_0 = 0{,}60$ ➞ Es unilateral sobre la proporción.

B) Muestra y estadístico:

Tamaño muestral: $n = 180$ ➞ Proporción muestral: $\tilde{p} = \dfrac{74}{180} = 0{,}41111\ldots$

C) Significación y valor crítico:

Significación: $\alpha = 0{,}05$ ➞ Valor crítico: $z_{\alpha} = 1{,}645$

$p(z > z_{\alpha}) = 0{,}05 \;\rightarrow\; p(z < z_{\alpha}) = 0{,}95 \;\rightarrow\; z_{\alpha} = 1{,}645$

D) Intervalo de aceptación:

$$I = \left(-\infty \;,\; p_0 + z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{p_0 \cdot q_0}{n}} \right) = \left(-\infty \;,\; 0{,}40 + 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}40 \cdot 0{,}60}{180}} \right) = (-\infty \;,\; 0{,}4601)$$

E) Conclusión:

$$\tilde{p} \in I \;\rightarrow\; \text{Aceptamos } H_0$$

A la vista de los datos, con el nivel de significación dado, no podemos rechazar que el porcentaje de lavavajillas que fallan antes de los 10 años es menor o igual al 40%.