Nombre: ____ ***Curso 2º*** ___ Muestreo e Inferencia – Mates Aplicadas II – 31/03/2006	

✗ Ejercicio 1: Los tres valores que toma una variable en una población son los números 1, 3, 5.

a) Obtenga la media y la varianza poblacionales.

b) Escriba todas las muestras de tamaño 2 que podrían formarse si el muestreo se hace sin reposición y obtenga la distribución de las medias muestrales.

c) Calcule la media y la varianza de la distribución de las medias muestrales antes calculada.

d) Compare los resultados obtenidos en (a) y (c).

✗ Ejercicio 2: La media de edad de los alumnos que se presentan a las pruebas de acceso a la Universidad es de 18'1 años y la desviación típica 0'6 años.

De los alumnos anteriores se elige, al alzar, una muestra de 100, ¿cuál es la probabilidad de que la media de la edad de la muestra esté comprendida entre 17'9 y 18'2 años?

✗ Ejercicio 3: El tiempo de vida de un insecto sigue una distribución normal con media desconocida y desviación típica 25 días. Para estimar la vida media se hace un seguimiento a la duración de la vida de una muestra de n insectos.

Calcule el valor de n para que el intervalo de confianza de esta media, con un nivel de confianza del 95%, tenga una amplitud como máximo de 5 días.

✗ Ejercicio 4: Tomada una muestra de 300 personas mayores de edad en una gran ciudad, se obtuvo que 105 habían votado a un determinado partido X .

Halle, con un nivel de confianza del 90%, entre qué porcentajes estimamos que debe estar la proporción de votantes del partido X en la ciudad.

✗ Ejercicio 1:

a) La media y la desviación típica poblaciones son, respectivamente:

$$\mu=\frac{\sum x_i}{N}=\frac{9}{3}=3$$

$$\sigma^2=\frac{\sum x_i^2}{N}-\mu^2=\frac{35}{3}-3^2=\frac{8}{3}$$

b) El conjunto de todas las muestras de tamaño dos que pueden formarse es:

{ 1-3 , 1-5 , 3-1 , 3-5 , 5-1 , 5-3 }

Si hallamos las medias de todas las muestras obtendremos la denominada "distribución de las muestras muestrales":

$$\overline{X}=\{2,3,2,4,3,4\}$$

c) Hallemos la media y la desviación típica de la distribución de las medias muestrales ($\overline{X}$):

Media: $\bar{\mu}=\frac{\sum \bar{x}_i}{6}=\frac{18}{6}=3$

Varianza: $\bar{\sigma}^2=\frac{\sum \bar{x}_i^2}{6}-\bar{\mu}^2=\frac{58}{6}-3^2=\frac{2}{3}$

Observemos las barras que tienen los parámetros: fundamentales para no confundirlos con los

d) Comparemos ambas.

Sobre las medias, es evidente que ambas coinciden. Y eso ocurre en general:

$$\bar{\mu}=\mu$$

En cuanto a las varianzas, no coinciden; veamos que se cumple la conocida relación:

$$\bar{\sigma}^2=\frac{\sigma^2}{n}\cdot\frac{N-n}{N-1}=\frac{8/3}{2}\cdot\frac{3-2}{3-1}=\frac{8}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{3}$$

✗ Ejercicio 2:

La v. a. X = "edad de los alumnos" tiene $\left|\begin{array}{l}\mu=¿?\\ \sigma=0'6\end{array}\right.$

Como $n = 100 > 30$, la distribución $\overline{X}$ es casi normal con $\left|\begin{array}{l}\bar{\mu}=18'1\\ \bar{\sigma}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=0'06\end{array}\right.$

La probabilidad pedida es:

$$p(17'9<\overline{X}<18'2)=p(-3'33<Z<1'67)=p(Z<1'67)-[1-p(Z<3'33)]=0'95207$$

✗ Ejercicio 3: La v. a. X = "tiempo de vida" es normal con $\left|\begin{array}{l}\mu=¿?\\ \sigma=25\end{array}\right.$

Muestra de tamaño: n = ¿?

Nivel de confianza: $p=1-\alpha=0'95$ $\rightarrow$ Valor crítico: $z_{\alpha/2}=1'96$

Error máximo admisible $E_{máx}=\frac{5}{2}=2'5$

Del error máximo obtendremos n:

$$E_{máx}=z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 2'5=1'96\cdot\frac{25}{\sqrt{n}}= \rightarrow n=\left(\frac{1'96\cdot 25}{2'5}\right)^2=384'16$$

Tenemos así que n debe ser mayor que 384.

✗ Ejercicio 4:

Estudiamos la característica

C = "ciudadanos mayores de 18 años que votan a X"

Tamaño muestral: $n = 300$

Proporción muestral: $\tilde{p}=\frac{105}{300}=0'35$ $\rightarrow$ $\tilde{q}=1-p=0'65$

Nivel de confianza: $p=1-\alpha=0'90$ $\rightarrow$ Valor crítico: $z_{\alpha/2}=1'645$

El intervalo de confianza es:

$$I=\left(\tilde{p}-\ z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\tilde{p}\cdot\tilde{q}}{n}}\ ,\ \tilde{p}+z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\tilde{p}\cdot\tilde{q}}{n}}\right)=(0'3047, 0'3953)$$

Así, estimamos que la proporción de votantes del partido X en la ciudad debe estar entre el 30'47% y el 39'53%.