Nombre: ____ *Curso 2º* ___	
Cálculo de Probabilidades – Mates Aplicadas II – 16/02/2006	

✗ Ejercicio 1: Sean A y B dos sucesos del mismo espacio muestral tales que

$$p(A)=0'7 \ , p(B)=0'6 \ \text{ y } \ p(A\cup B)=0'9$$

a) [1'25] Justifique si A y B son independientes.

b) [1'25] Calcule $p(A/\overline{B})$ y $p(B/\overline{A})$

✗ Ejercicio 2: Una bolsa contiene tres cartas: una es roja por las dos caras, otra tiene una cara blanca y otra roja, y la tercera tiene una cara negra y otra blanca. Se saca una carta al azar y se muestra, también al azar, una de sus caras.

a) [0'75] ¿Cuál es la probabilidad de que la cara mostrada sea roja?

b) [0'75] ¿Cuál es la probabilidad de que la cara mostrada sea blanca?

c) [1] Si la cara mostrada es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la otra cara sea roja?

✗ Ejercicio 3: En un centro de enseñanza secundaria se sabe que el 70% de los alumnos practican atletismo, que el 50% juega al fútbol, y que el 40% de los que practican atletismo juega al fútbol.

a) [1] Razone si los sucesos "jugar al fútbol" y "practicar atletismo" son independientes.

b) [1'5] Si se elige al azar un alumno de ese centro, ¿cuál es la probabilidad de que no participe en ninguno de estos dos deportes?

✗ Ejercicio 4 :La tabla adjunta muestra los resultados de una encuesta realizada entre varias personas con estudios primarios (*P*), medios (*M*) y superiores (*S*), sobre la pregunta de si fuman (*F*) o no fuman (F^c):

	P	***M***	***S***
F	190	120	12
F^c	60	280	138

a) [1] ¿Cuál es la probabilidad de que una persona encuestada con estudios primarios fume? ¿Y si tiene estudios superiores?

b) [1] ¿Son independientes los sucesos "tener estudios superiores" y "no fumar"?

c) [0'5] ¿Cuál es la probabilidad de que una persona encuestada que fume no tenga estudios superiores?

✗ Ejercicio 1:

a) Comprobaremos si la probabilidad de la intersección coincide con el producto de sus probabilidades. Para ello obtendremos la probabilidad de la intersección de la fórmula de la probabilidad de la unión:

$$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B) \rightarrow 0'9=0'7+0'6-p(A\cap B) \rightarrow p(A\cap B)=0'4$$

Ahora:

$$\left.\begin{array}{l} p(A\cap B)=0'4 \\ p(A)\cdot p(B)=0'7\cdot 0'6=0'42 \end{array}\right\} \rightarrow p(A\cap B)\neq p(A)\cdot p(B) \rightarrow A \text{ y } B \text{ son dependientes}$$

b) Organicemos todas las probabilidades en una tabla:

	A	$\overline{A}$	
B	0'42	0'18	0'6
$\overline{B}$	0'28	0'12	0'4
	0'70	0'30	1

Ahora no tenemos más que aplicar la fórmula de la probabilidad condicionada y mirar en la tabla:

$$p(A/\overline{B})=\frac{p(A\cap\overline{B})}{p(\overline{B})}=\frac{0'28}{0'4}=0'7$$

$$p(B/\overline{A})=\frac{p(B\cap\overline{A})}{p(\overline{A})}=\frac{0'18}{0'3}=0'6$$

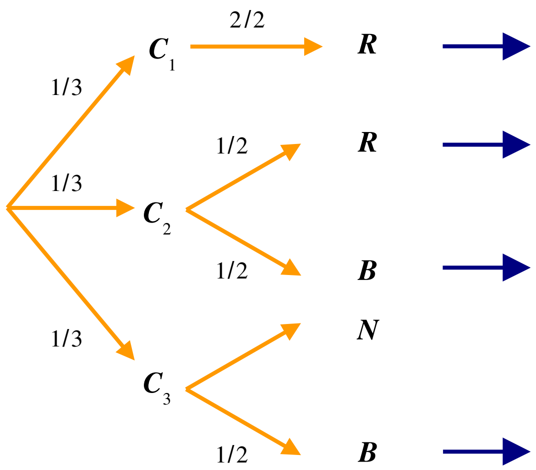
✗ Ejercicio 2:

Podemos considerarlo una experiencia compuesta de dos fases:

Fase 1: "elegimos una carta (C_1 , C_2 , C_3)"

Fase 2: "mostramos una cara (R = roja , B = blanca , N = negra) de la carta elegida"

El diagrama de árbol nos muestra esquemáticamente la estructura de la prueba:



$$p(C_1\cap R)=\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{2}=\frac{1}{3}$$

$$p(C_2\cap R)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

$$p(C_2\cap B)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

$$p(C_3\cap B)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

a) Por el Teorema de la Probabilidad Total:

$$p(R)=p(C_1\cap R)+p(C_2\cap R)=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$$

b) Por el Teorema de la Probabilidad Total:

$$p(B)=p(C_2\cap B)+p(C_3\cap B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$$

c) Sabemos que la cara mostrada es blanca y pretendemos saber si es la segunda carta (la única que tiene una cara blanca y la otra roja). Es una probabilidad condicionada “a posteriori”:

$$p(C_2/B)=\frac{p(C_2\cap B)}{p(B)}=\frac{1/6}{1/3}=\frac{1}{2}$$

Ésto es lógico: si ha salido blanca, sólo puede ser la segunda o la tercera. La otra cara puede ser roja (carta 2) o negra (carta 3), ambas en idéntica situación. Así, un 50% para cada caso.

✗ <u>Ejercicio 3</u>: Llamemos:

A = "practicar atletismo" → $p(A)=0'7$

F = "jugar al fútbol" → $p(F)=0'5$

Conocemos también la probabilidad $p(F/A)=0'4$

De ésta sacaremos la probabilidad de la intersección:

$$p(F/A)=\frac{p(F\cap A)}{p(A)} \rightarrow p(F\cap A)=0'4\cdot 0'7=0'28$$

Organicemos todo en una tabla:

	A	$\overline{A}$	
F	0'28	0'22	0'50
$\overline{F}$	0'42	0'08	0'50
	0'70	0'30	1

a) Veamos si A y F son independientes:

$$\left.\begin{array}{r} p(A\cap F)=0'28 \\ p(A)\cdot p(F)=0'70\cdot 0'50=0'35 \end{array}\right\} \rightarrow p(A\cap F)\neq p(A)\cdot p(F) \rightarrow A \text{ y } F \text{ son dependientes}$$

b) La probabilidad pedida es:

$$p(\overline{A}\cap\overline{F})\overset{tabla}{=}0'08$$

✗ <u>Ejercicio 4</u>:

Primero completaremos los totales en la tabla, para facilitar los cálculos.

	P	**M**	**S**	
F	190	120	12	322
F^c	60	280	138	478
	250	400	150	800

Hay dos formas de proceder:

– Aplicar directamente la Regla de Laplace a los casos mostrados en la tabla.

– Aplicar primero la fórmula de la probabilidad condicionada, y luego aplicar la Regla de Laplace.

¡Cuidado con mezclar! Aquí está hecho de la segunda forma.

a) Son un par de probabilidades condicionadas:

$$p(F/P)=\frac{p(F\cap P)}{p(P)}=\frac{190/800}{250/800}=\frac{190}{250}=\frac{19}{25}=0'76$$

$$p(F/S)=\frac{p(F\cap S)}{p(S)}=\frac{12/800}{150/800}=\frac{12}{150}=\frac{6}{125}=0'048$$

b) Comprobaremos si la probabilidad de la intersección coincide con el producto de sus probabilidades:

$$\left.\begin{array}{l} p(S\cap\overline{F})=\dfrac{138}{800}=0'1725 \\ p(S)\cdot p(\overline{F})=\dfrac{150}{800}\cdot\dfrac{478}{800}=0'1120\ldots \end{array}\right\} \rightarrow\ p(S\cap\overline{F})\neq p(S)\cdot p(\overline{F})\ \rightarrow\ S \text{ y } \overline{F} \text{ son dependientes}$$

c) Otra probabilidad condicionada:

$$p(\overline{S}/F)=\frac{p(\overline{S}\cap F)}{p(F)}=\frac{\dfrac{190+120}{800}}{\dfrac{322}{800}}=\frac{310}{322}=\frac{155}{161}=0'9627\ldots$$