5 Aplicaciones de las Derivadas

Recta Tangente

La tangente a la gráfica $y=f(x)$ para $x=a$ es la recta de ecuación

$$y-y_0=m\cdot(x-x_0)$$

Donde tenemos el punto

$$\begin{cases} x_0=a \\ y_0=f(a) \end{cases}$$

Y **la pendiente es la derivada en ese punto**:

$$m=f'(a)$$

En definitiva:

$$y-f(a)=f'(a)\cdot(x-a)$$

Monotonía

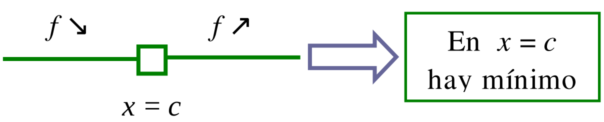
Sea $y=f(x)$ una función **derivable** en todo punto del intervalo I.

1. Si $f'>0$ en I entonces f es **creciente** en I $(f\uparrow$ en $I)$.
2. Si $f'<0$ en I entonces f es **decreciente** en I $(f\downarrow$ en $I)$.

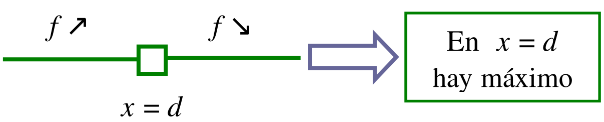
Extremos

Del análisis de la **monotonía** deducimos dónde están los **extremos relativos** de $y=f(x)$:

Para el mínimo:



Para el máximo:



Si $y=f(x)$ es **derivable** en el intervalo I y el extremo se alcanza para $x=a$ en el **interior** de I entonces es $f'(a)=0$.

Curvatura

Sea $y=f(x)$ una función **dos veces derivable** en el intervalo I.

1. Si $f''>0$ en I entonces f es **convexa** en I.
2. Si $f''<0$ en I entonces f es **cóncava** en I.

Inflexión

Diremos que $x=a$ es un **punto de inflexión** para la función $y=f(x)$ cuando en él se produce un **cambio de curvatura**.

Si $y=f(x)$ es dos veces derivable en el intervalo I y la inflexión tiene lugar para $x=a$ en el interior de I entonces es $f''(a)=0$.

Optimización

Para obtener los **extremos absolutos** de una función derivable $y=f(x)$ en un **intervalo cerrado** I procedemos así:

1. Derivamos la función y estudiamos el signo de la derivada.
2. Deducimos la monotonía y la situación de los extremos relativos.
3. Formamos un **esquema de variación** que incluya: valor inicial, valor final y extremos relativos.
4. El mayor de todos ellos es el máximo absoluto y el menor de todos ellos el mínimo absoluto.

Asíntotas

Dada $y=f(x)$:

$x=a$ es una **asíntota vertical** significa que

$$\text{si } x\to a \text{ es } y\to\pm\infty$$

$y=b$ es una **asíntota horizontal** significa que

$$\text{si } x\to\pm\infty \text{ es } y\to b$$