

RECTA TANGENTE

Idea intuitiva: la recta que sólo **roza** a una curva en P y a ningún otro en su cercanía se llama **tangente** en P ,

En un recorrido, la tangente es la recta de **escape** ante la salida de un móvil. Requisitos de existencia:

1°. **Continuidad.**

2°. **Suavidad:** pendientes laterales coincidentes.

Cuando en una gráfica hay continuidad pero no suavidad en P se dice que éste es un **punto anguloso**.

La **pendiente** de la tangente está relacionada con ciertas características de las curvas suaves:

- Si la curva crece la pendiente es positiva.
- Si la curva decrece la pendiente es negativa.
- En los extremos la pendiente es cero.

DERIVADA

Decimos que f es **derivable** para $x = a$ si $y = f(x)$ tiene tangente para $x = a$, llamándose entonces a su pendiente **derivada** de f en $x = a$. Y se escribe:

$$f'(a) = m$$

A la función $x \mapsto f'(x)$ se le llama función derivada.

Ideas importantes:

derivable = suaaaave.
derivada = pendiente.

DEFINICIÓN DERIVADA

La **función derivada** de f es la definida como sigue en cada cada valor $x \in \mathbb{D}$ en el que exista el límite:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

DERIVADAS BÁSICAS

Derivada de constante: $D(k) = 0$

Derivada de identidad: $D(x) = 1$

Derivada de potencia: $D(x^n) = n \cdot x^{n-1}$

DERIVADAS Y OPERACIONES

Suma o resta: $D(u \pm v) = u' \pm v'$

Constante por fórmula: $D(ku) = ku'$

Producto: $D(u \cdot v) = u' \cdot v + u \cdot v'$

Cociente: $D\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

OTRAS DERIVADAS

Derivada de función potencial y de raíz cuadrada:

$$\begin{array}{l|l} Dx^n = n \cdot x^{n-1} & Du^n = n \cdot u^{n-1} \cdot u' \\ D\sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}} & D\sqrt{u} = \frac{u'}{2\sqrt{u}} \end{array}$$

Función exponencial y logarítmica:

$$\begin{array}{l|l} De^x = e^x & De^u = e^u \cdot u' \\ D \ln x = \frac{1}{x} & D \ln u = \frac{u'}{u} \end{array}$$

Derivada de funciones trigonométricas

$$\begin{array}{l|l} D \sin x = \cos x & D \sin u = u' \cos u \\ D \cos x = -\sin x & D \cos u = -u' \sin u \end{array}$$

REGLA DE LA CADENA

Es la regla que permite derivar una composición:

$$y = f[u(x)] \xrightarrow{D} y' = f'[u(x)] \cdot u'(x)$$

ECUACIÓN RECTA TANGENTE

La **tangente** a la gráfica $y = f(x)$ para $x = a$ es

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

La **pendiente es la derivada en ese punto:**

$$m = f'(a)$$

CONTINUIDAD Y DERIVABILIDAD

Al estudiar la **derivabilidad** de f en un valor concreto $x = x_0$ primero estudiamos la continuidad en $x = x_0$.

Nos podemos encontrar tres casos:

1. f es **discontinua** en $x = x_0$.

Tenemos que f **no es derivable** en $x = x_0$.

2. f es **continua** en $x = x_0$.

Hallamos las **derivadas laterales:**

$$f'(x_0-) \text{ y } f'(x_0+)$$

Ahora hay dos posibilidades:

– **2A:** Las derivadas laterales **no coinciden**.

Resulta que f **no es derivable** en $x = x_0$

¡Punto anguloso!

– **2B:** Las derivadas laterales **coinciden** (L)

Resulta que f es **derivable** en $x = x_0$:

$$f'(x_0) = L$$