2021

Modelos De Selectividad – Andalucía

Instrucciones

1. Duración: 1 hora y 30 minutos.
2. Tienes que elegir entre realizar unicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar unicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
3. La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
4. Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
5. Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Tiempo

90 minutos

Criterios de Evaluación

Los criterios esenciales de valoración serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de forma efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración positiva del mismo.

En los ejercicios en los que se pida una deducción razonada, la mera aplicación de un fórmula no será suficiente.

No se prohibirá el uso de calculadoras, aunque durante el examen no se permitirá el préstamo de ellas entre estudiante. En cualquier caso, los procesos que conducen al resultado deben estar razonados.

Los errores cometidos en un apartado no se tendrán en cuenta en la calificación de apartados posteriores que sean afectados.

Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.

La presentación clara y ordenada se valorará positivamente.

Modelo 1

BLOQUE A

EJERCICIO 1

Sabiendo que es finito el límite

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x+1}{\ln(x+1)}-\frac{a}{x}\right)$$

calcula a y obtén el valor del límite.

EJERCICIO 2

Sea f la función definida como

$$f(x)=\frac{ax^2+b}{a-x} \text{ para } x\neq a$$

a) [1,25] Calcula a y b para que la gráfica de f pase por el punto $(2,3)$ y tenga una asíntota oblicua con pendiente -4 .

b) [1,25] Para el caso $a=2, b=3$, obtén la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$.

EJERCICIO 3

Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por:

$$f(x)=x^2+|x-1|$$

a) [1,25] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

b) [1,25] Calcula

$$\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$$

EJERCICIO 4

Considera la función $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=x\,\mathrm{e}^x$$

a) [1] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y las rectas $x=2$, $y=x$.

b) [1,5] Determina el área del recinto anterior.

Modelo 1

BLOQUE B

EJERCICIO 1

Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$A = \begin{pmatrix} m & m & m \\ m & m+1 & m \\ m & m & m+2 \end{pmatrix}$$

a) [1,5] ¿Para qué valores de m existe la inversa de la matriz A? Razona la respuesta.

b) [1] Para $m = 1$, halla $\left(\frac{1}{2}A\right)^{-1}$.

EJERCICIO 2

En una cafetería, tres cafés, una tostada y dos zumos de naranja cuestan 7.50 €. Cuatro cafés, una tostada y un zumo de naranja cuestan 7.20 €.

a) [1,5] Calcula, de forma razonada, el precio total de dos cafés, una tostada y tres zumos de naranja.

b) [1] ¿El precio de un zumo de naranja podría ser de 2 €? Razona la respuesta

EJERCICIO 3

Considera el punto

$$P = (1\,,0\,,1) \quad , \quad \pi : x - y + z + 1 = 0$$

a) [1.25] Halla el simétrico del punto respecto del plano.

b) [1.25] Halla la distancia del punto al plano.

EJERCICIO 4

Consideremos las rectas

$$r : \frac{x-2}{-2} = y - 1 = \frac{z}{-2} \quad , \quad s : \left\{ \begin{array}{l} x + 2y = 3 \\ 2y + z = 2 \end{array} \right.$$

a) [1,25] Estudia la posición relativa de r y s.

b) [1,25] Calcula, si es posible, el plano que contiene a ambas rectas.

Modelo 2

BLOQUE A

EJERCICIO 1

Calcula a, b, c y d sabiendo que la gráfica de la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

tiene un punto de inflexión en $(0\,,4)$ y su recta normal en el punto $(1\,,8)$ es paralela al eje de ordenadas.

EJERCICIO 2

Sea considera la función definida por

$$f(x) = \frac{x^2 - 10}{x^2 + 2x - 3} \qquad (x \neq -3\,, x \neq -1)$$

a) [1,25 Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f .

b) [1,25] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

EJERCICIO 3

Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = x\,\mathrm{e}^x$$

a) [1,25] Calcula a para que la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(a\,, f(a))$ pase por el origen de coordenadas.

b) [1,25] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , la recta tangente a la misma en el punto $(1\,, f(1))$y el eje de ordenadas.

EJERCICIO 4

Calcula

$$\int_1^3 |x^2 - 3x + 2|\,\mathrm{d}x$$

Modelo 2

BLOQUE B

EJERCICIO 5

Consideremos esta matriz con determinante igual a 5.

$$A = \begin{pmatrix} a & 2 & 1 \\ b & -1 & 1 \\ c & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) [0,5] Calcula razonadamente el determinante de la matriz $2A^3$.

b) [2] Calcula razonadamente los determinantes

$$\begin{vmatrix} 2a & -1 & 3 \\ 2b & 1/2 & 3 \\ 2c & -1/2 & 3 \end{vmatrix} \quad , \quad \begin{vmatrix} a & b & c \\ a+4 & b-2 & c+2 \\ a+1 & b+1 & c+1 \end{vmatrix}$$

EJERCICIO 6

Consideremos el sistema

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} x & + & my & + & mz & = & 1 \\ x & + & 2my & + & (m+1)\,z & = & 1 \\ 2x & + & my & + & mz & = & 2 \end{array}\right\}$$

a) [1,75] Estudia según los valores de m.

b) [0,75] Resuelve el sistema, si es posible, para $m = 1$.

EJERCICIO 7

Considera el punto y el plano

$$P\,(1\,,2\,,6) \quad , \quad \pi : 2x - y + z = 0$$

a) [1,25] Halla las ecuaciones de los planos paralelos a π cuya distancia a éste sea $\sqrt{6}$ unidades.

b) [1,25] Halla el simétrico del punto P respecto al plano π. (1.25 puntos)

EJERCICIO 8

Consideremos los puntos y la recta

$$B\,(-1\,,0\,,-1) \quad , \quad C\,(0\,,1\,,-3) \quad , \quad r : \left\{\begin{array}{rcr} x & = & -\lambda \\ y & = & 1+2\lambda \\ z & = & -1+\lambda \end{array}\right.$$

a) [1,25] Calcula un punto que esté en r y equidiste de B y C.

b) [1,25] Siendo $D\,(1\,,-1\,,-2)$, calcula el área del triángulo con vértices en los puntos B , C y D.

Modelo 3 Julio

BLOQUE A

EJERCICIO 1

Calcula a y b sabiendo que

$$\lim_{x\to 0} \frac{a\,(1-\cos x)+b\,\mathrm{sen}\,x-2\,(\mathrm{e}^x-1)}{x^2}=7$$

EJERCICIO 2

Halla $a>0$ y $b>0$ sabiendo que la gráfica de la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por:

$$f\,(x)=\frac{bx^2}{1+ax^4}$$

tiene en el punto $(1\,,2)$ un punto crítico.

EJERCICIO 3

Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f\,(x)=1+\int_0^x t\,\mathrm{e}^t\mathrm{d}t$$

Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f y sus puntos de inflexión (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

EJERCICIO 4

Considera la función f definida por

$$f\,(x)=\frac{x^2+1}{x^2-1}\qquad (x\neq -1\,,x\neq 1)$$

Halle una primitiva suya que pase por el punto $(2\,,4)$.

Modelo 3 Julio

BLOQUE B

EJERCICIO 5

Consideremos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \quad , \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

a) [1,25] Comprueba que $A^2 = -A^{-1}$.

b) [1,25] Calcula la matriz X que verifica $A^4X + B = AC$.

EJERCICIO 6

Una empresa de mensajería opera en tres rutas distintas A, B y C. Semanalmente hace un total de 70 viajes, y el número de viajes por la ruta B es igual a la suma de los viajes por las rutas A y C.

a) [1,25] Si sabemos que el doble de la suma de los viajes por las rutas A y C es 70, ¿podemos deducir el número de viajes por cada ruta? Razona la respuesta.

b) [1,25] Si el doble de viajes por la ruta C es igual al número de viajes por la ruta B menos 5, ¿cuántos viajes hace por cada ruta?

EJERCICIO 7

La recta perpendicular desde el punto $A\,(1\,,1\,,0)$ a un cierto plano π corta a éste en el punto $B\left(1\,,\dfrac{1}{2}\,,\dfrac{1}{2}\right)$.

a) [1,5] Calcula la ecuación del plano π.

b) [1,5] Halla la distancia del punto A a su simétrico respecto a π.

EJERCICIO 8

Consideremos las rectas dadas por:

$$r : \begin{cases} x = \ \ 3 + \lambda \\ y = \ \ 1 \\ z = -3 - \lambda \end{cases} \quad , \quad s : \begin{cases} x + y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

a) [1,25] Estudia la posición relativa de r y s.

b) [1,25] Halla la recta que corta perpendicularmente a r y a s.

Modelo 4

BLOQUE A

EJERCICIO 1

Sea la función derivable $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ f definida por

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{ax+b}{x-1} & \text{si} \quad x\leq 0 \\ \ln(1+x) & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$$

a) [1,5] Determina a y b.

b) [1] Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=2$.

EJERCICIO 2

Halla a, b y c sabiendo que la función $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x)=a+b\,\mathrm{sen}(x)+c\,\mathrm{sen}(2x)$$

tiene un punto crítico en el punto de abscisa $x=\pi$ y la recta $y=-\dfrac{1}{2}x+3$ es normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$.

EJERCICIO 3

Considera la función $f:(0,+\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=(\ln x)^2$$

a) [1] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f, así como sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) [1,5] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f y las rectas $y=0$, $x=1$, $x=\mathrm{e}$.

EJERCICIO 4

Calcula

$$\int_0^2 \frac{1}{1+\sqrt{\mathrm{e}^x}}\,\mathrm{d}x$$

Sugerencia: realiza el cambio $t=\sqrt{\mathrm{e}^x}$

Modelo 4

OPCIÓN B

EJERCICIO 5

Consideremos el sistema

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & 2z & = & 0 \\ 3x & - & y & - & 2z & = & 0 \\ -x & + & 2y & + & mz & = & 0 \end{array}\right\}$$

a) [1,5] Calcula m para que el sistema tenga infinitas soluciones y hállalas.

b) [1] Para $m = 2$, ¿existe alguna solución tal que $z = 1$? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta.

EJERCICIO 6

Consideremos esta matriz con determinante igual a 2

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

a) [0,5] Calcula razonadamente $\left|\frac{1}{3}A^{-1}A^t\right|$.

b) [2] Calcula razonadamente los determinantes

$$\begin{vmatrix} 6c & 2b & 2a \\ 3f & e & d \\ 9 & 2 & 1 \end{vmatrix} \quad , \quad \begin{vmatrix} 2a-2b & c & b \\ 2d-2e & f & e \\ -2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

EJERCICIO 7

Considera las rectas

$$r : \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1} \quad , \quad s : \left\{ \begin{array}{rcr} x - y + z & = & 2 \\ 3x - y - z & = & -4 \end{array} \right.$$

Sabiendo que dos de los lados de un cuadrado están en las rectas r y s, calcula su área.

EJERCICIO 8

Sean

$$r : \left\{ \begin{array}{l} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 2 + m\lambda \end{array} \right. \quad , \quad s : \left\{ \begin{array}{r} x - y + 2z = 3 \\ x + z = 2 \end{array} \right.$$

a) [1,5] Estudia la posición relativa de las rectas según los valores de m.

b) [1] Para $m = 1$, calcula el coseno del ángulo que forman las rectas.

Modelo 5 - Junio

BLOQUE A

EJERCICIO 1

Se sabe que la gráfica de la función f definida por

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + 2}{x - 1} \qquad (\text{para } x \neq 1)$$

tiene una asíntota oblicua que pasa por el punto $(1\,,1)$ y tiene pendiente 2. Calcula a y b.

EJERCICIO 2

Se considera la función continua $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} (3x-6)\,\mathrm{e}^x & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \dfrac{36\,(\operatorname{sen} x - ax)}{x^3} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

a) [1,5] Calcula a.

b) [1] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1$.

EJERCICIO 3

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x) = 4x^3 + x^4$$

a) [1] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función.

b) [1,5] Esboza la gráfica de f y calcula el área del recinto limitado por dicha gráfica y el eje de abscisas.

EJERCICIO 4

Sea $F : [0\,,+\infty) \to \mathbb{R}$ definida por

$$F(x) = \int_0^x \left(2t + \sqrt{t}\right) \mathrm{d}t$$

Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de F en el punto de abscisa $x = 1$.

Modelo 5 - Junio

BLOQUE B

EJERCICIO 5

Consideremos el sistema

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} mx & + & 2y & - & z & = & 1 \\ 5x & - & 4y & + & 2z & = & 0 \\ x & + & 3my & & & = & m+\dfrac{5}{2} \end{array}\right\}$$

a) [1,5] Discútelo según los valores del parámetro m.

b) [1] Resuelve el sistema para $m = 0$. ¿Hay alguna solución en la que $x = 0$? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta.

EJERCICIO 2

En una empresa se fabrican tres tipos de productos plásticos: botellas, garrafas y bidones. Se utiliza como materia prima 10 kg de polietileno cada hora. Se sabe que para fabricar cada botella se necesitan 50 gramos, para cada garrafa 100 gramos y 1 kg para cada bidón.

El gerente también nos dice que se debe producir el doble de botellas que de garrafas. Por último, se sabe que por motivos de capacidad de trabajo, en las máquinas se producen en total 52 productos cada hora.

¿Cuántas botellas, garrafas y bidones se producen cada hora?

EJERCICIO 3

Dadas las rectas

$$r:\left\{\begin{array}{r} 2x-3y+\ \ z-2=0 \\ -3x+2y+2z+1=0 \end{array}\right. \quad , \quad s:\left\{\begin{array}{l} x=\ \ \ 3-2\lambda \\ y=-1+\ \ \lambda \\ z=-2+2\lambda \end{array}\right.$$

a) [1,5] Calcula el plano perpendicular a la recta s que pasa por el punto $P\,(1\,,0\,,-5)$.

b) [1] Calcula el seno del ángulo que forma la recta r con el plano $\pi\,:\,-2x+y+2z=0$.

EJERCICIO 4

La recta $r:\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ y la recta s que pasa por los puntos $P\,(1\,,0\,,2)$ y $Q\,(a\,,1\,,0)$ se cortan en un punto.

Calcula el valor de a y dicho punto de corte

Modelo 6

BLOQUE A

EJERCICIO 1

Halla los coeficientes a y b sabiendo que es continua la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln\left(e^x + x^3\right)}{x} & \text{si} \quad x < 0 \\ 4x^2 + a & \text{si} \quad 0 \leq x < 1 \\ b + \operatorname{sen}(\pi x) & \text{si} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

EJERCICIO 2

Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

a) [1,25] Estudia y halla las asíntotas de su gráfica.

b) [1,25] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

EJERCICIO 3

Calcula

$$\int_0^{\pi/2} \left(2\operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x\right) \mathrm{d}x$$

EJERCICIO 4

Considera las funciones $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = |x| - 2 \quad , \quad g(x) = 4 - x^2$$

a) [1] Halla los puntos de corte de las gráficas de ambas funciones y esboza el recinto que delimitan.

b) [1.5] Determina el área del recinto anterior.

BLOQUE B

EJERCICIO 5

Consideremos

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

a) [0,75] Estudia, según los valores de λ, el rango de la matriz $A - \lambda I$.

b) [1.75] Resuelve el sistema

$$(A - \lambda \mathrm{I}) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

y halla, si existe, una solución en la que $x = 2$.

EJERCICIO 6

Consideremos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & m & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ m & -1 \end{pmatrix}$$

a) [1] Calcula m para que AB no tenga inversa.

b) [1,5] Estudia el rango de la matriz BA según los valores de m.

EJERCICIO 7

Dadas las rectas

$$r: \begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 3 + \lambda \end{cases} \quad , \quad s: \begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ y + 2z - 4 = 0 \end{cases}$$

a) [1,5] Halla el plano que contiene a *r* y es paralelo a *s*.

b) [1] Deduce razonadamente que ningún plano perpendicular a *s* contiene a *r* .

EJERCICIO 8

Consideremos los puntos

$$A(1, 2, 3) \ , \ B(-2, 4, -3) \ , \ C(-10, 1, 0)$$

a) [1,25] Halla el área del triángulo cuyos vértices son esos puntos.

b) [1,25] Halla el plano que equidista de los dos primeros puntos.