Modelos De Selectividad – Andalucía

Instrucciones

1. Duración: 1 hora y 30 minutos.
2. Tienes que elegir entre realizar unicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar unicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
3. La puntuación de cada pregunta est´ indicada en la misma.
4. Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
5. Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Tiempo

90 minutos

Criterios de Evaluación

Los criterios esenciales de valoración serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de forma efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración positiva del mismo.

En los ejercicios en los que se pida una deducción razonada, la mera aplicación de un fórmula no será suficiente.

No se prohibirá el uso de calculadoras, aunque durante el examen no se permitirá el préstamo de ellas entre estudiante. En cualquier caso, los procesos que conducen al resultado deben estar razonados.

Los errores cometidos en un apartado no se tendrán en cuenta en la calificación de apartados posteriores que sean afectados.

Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.

La presentación clara y ordenada se valorará positivamente.

Modelo 1

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Halla las dimensiones del rectángulo de área máxima inscrito en un triángulo isósceles de 6 metros de base (el lado desigual) y 4 metros de alto.

EJERCICIO 2

Considera las funciones f y g definidas por

$$f(x) = 2 - x \quad , \quad g(x) = \frac{2}{x+1}\ (x \neq -1)$$

a) [0,5] Calcula los puntos de corte entre las gráficas de f y g.

b) [0,5] Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes.

c) [1,5] Halla el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

EJERCICIO 3

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & + & z & = & 0 \\ x & - & y & + & mz & = & m-2 \\ mx & + & y & + & 3z & = & m-2 \end{array}\right\}$$

a) [1,75] Discute el sistema según los valores del parámetro m.

b) [0,75] Resuélvelo, si es posible, para $m = 2$.

EJERCICIO 4

Determina el punto de la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = z+1$$

que equidista de los planos

$$\pi_1 \equiv x - y + 3z + 2 = 0 \quad , \quad \pi_2 \equiv \left\{\begin{array}{l} x = -4 + \lambda - 3\mu \\ y = 1 + \lambda \\ z = \mu \end{array}\right.$$

Modelo 1

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea f la función definida por

$$\mathrm{f}(x) = x\,\mathrm{e}^{1/x} \quad (x \geq -1\,, x \neq 0)$$

a) [1] Calcula los límites laterales de f en $x = 0$.

b) [1,5] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

EJERCICIO 2

Calcula

$$\int_2^4 \frac{\mathrm{e}^x}{1 + \sqrt{\mathrm{e}^x}}\,\mathrm{d}x$$

Sugerencia: $t = \sqrt{\mathrm{e}^x}$

EJERCICIO 3

Sea M una matriz cuadrada de orden 3 tal que su determinante es $\det(M) = 2$. Calcula:

a) [0,5] El rango de M^3.

b) [0,75] El determinante de $2M^t$.

c) [0,75] El determinante de $(M^{-1})^2$.

d) [0,5] El determinante de N , donde N es la matriz resultante de intercambiar la primera y la segunda filas de M.

EJERCICIO 4

Considera los puntos $A(0\,,5\,,3)$, $B(-1\,,4\,,3)$, $C(1\,,2\,,1)$, $D(2\,,3\,,1)$.

a) [1,75] Comprueba que los cuatro puntos son coplanarios y que $ABCD$ es un rectángulo.

b) [0,75 puntos] Calcula el área de dicho rectángulo.

Modelo 2 (S)

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Un alambre de 10 metros de longitud se divide en dos trozos. Con uno de ellos se forma un triangulo equilátero y con el otro un cuadrado. Halla la longitud de dichos trozos para que la suma de las áreas sea mínima.

EJERCICIO 2

a) [2] Determina una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f'(x) = (2x+1)\,\mathrm{e}^{-x}$ y cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas.

b) [0,5] Calcula la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 3

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

a) [1] Halla, si es posible, A^{-1} y B^{-1} .

b) [0,25] Halla el determinante de $AB^{2013}A^t$.

c) [1,25] Calcula la matriz X que satisface $AX - B = AB$.

EJERCICIO 4

Considera el plano π de ecuación $2x + y + 3z - 6 = 0$.

a) [1,5] Calcula el área del triangulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano con los ejes coordenados.

b) [1] Calcula el volumen del tetraedro determinado por el plano y los planos coordenados.

Modelo 2 (S)

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea $f:(0\,,+\infty)\ \rightarrow\ \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x)=\frac{2\ln(x)}{x^2}$$

a) [1,75] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de la función (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) [0,75] Estudia y determina las asíntotas de la grafica de f .

EJERCICIO 2

Sea $g:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por

$$g(x)=-x^2+6x-5$$

a) [0,75] Halla la ecuación de la recta normal a su gráfica en el punto de abscisa $x=4$.

b) [1,75] Esboza el recinto limitado por la gráfica de g y la recta $x-2y+2=0$. Calcula el área de este recinto.

EJERCICIO 3

Consideremos el sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{array}{rcrcrcc} 2x & - & 4y & + & 6z & = & 6 \\ & & my & + & 2z & = & m+1 \\ -3x & + & 6y & - & 3mz & = & -9 \end{array}\right\}$$

a) [1,75] Discute el sistema según los valores del parámetro m.

b) [0,75] Resuélvelo para $m=3$. Para dicho valor de m, calcula, si es posible, una solución en la que $y=0$.

EJERCICIO 4

Considera los puntos $A(1\,,0\,,2)$, $B(-1\,,3\,,1)$, $C(2\,,1\,,2)$, $D(1\,,0\,,4)$.

a) [1] Halla la ecuación del plano que los contiene.

b) [1,5] Halla el punto simétrico de D respecto del plano $x-y-5z+9=0$.

Modelo 3

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sea f la función definida por

$$f(x) = \frac{x}{\ln x} \quad \text{para} \quad x > 0\,, x \neq 1$$

a) [1,25] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

b) [1,25] Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = \mathrm{e}$.

EJERCICIO 2

De la función $g : (0\,,+\infty) \to \mathbb{R}$ definida por

$$g(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$$

Determina la primitiva de g cuya gráfica pasa por el punto $P(1\,0)$.

Sugerencia: se puede hacer el cambio de variable $t = \sqrt{x}$.

EJERCICIO 3

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -1 & m & m-2 \\ m & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) [1,25] Determina el rango de A según los valores del parámetro m.

b) [0,75] Discute el sistema $AX = B$ según los valores del parámetro m.

c) [0,5] Resuelve el sistema $AX = B$ para $m = 1$.

EJERCICIO 4

Considera los puntos $A(1\,,2\,,1)$, $B(-1\,,0\,,2)$, $C(3\,,2\,,0)$ y el plano π determinado por ellos.

a) [1,75] Halla la ecuación de la recta r que está contenida en π y tal que A y B son simétricos respecto de r.

b) [0,75] Calcula la distancia de A a r.

Modelo 3

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea f la función definida por

$$f(x) = \frac{k}{(x-a)(2x-1)} \quad \text{para } x \neq a\,, x \neq \frac{1}{2}$$

a) [1] Halla a y k sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(0\,,2)$ y que la recta $x = 2$ es una asíntota de dicha gráfica.

b) [1,5] Para $k = 4$ y $a = 2$, halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen valores que se alcanzan) y sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

EJERCICIO 2

Calcula

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,\mathrm{sen}(2x)\,\mathrm{d}x$$

EJERCICIO 3

Sean A y B las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -9 & 5 \end{pmatrix}$$

a) [1,25] Calcula las matrices X e Y para las que $2X - Y = A$ y $X - 3Y = B$.

b) [1,25] Halla la matriz Z que verifica $B^2 + ZA + B^t = 3I$.

EJERCICIO 4

Dadas las rectas

$$r \equiv \left\{ \begin{array}{rcr} x & = & 2-3\lambda \\ y & = & 3+5\lambda \\ z & = & \lambda \end{array} \right. \quad , \quad s \equiv \left\{ \begin{array}{r} x+y-1=0 \\ z-5=0 \end{array} \right.$$

a) [1] Determina la posición relativa de ambas.

b) [1,5] Calcula la distancia entre ellas.

Modelo 4

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Un rectángulo está inscrito en un semicírculo de $\sqrt{5}$ cm de radio, de forma que uno de sus lados está contenido en el diámetro del semicírculo y el lado opuesto tiene sus vértices sobre la semicircunferencia.

Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que es el de mayor perímetro posible.

EJERCICIO 2

Calcula

$$\int \frac{x+1}{1+\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$$

Sugerencia : puede hacerse el cambio $t = \sqrt{x}$

EJERCICIO 3

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & + & z & = & 0 \\ 2x & + & 3y & - & z & = & 3 \end{array}\right\}$$

a) [1,5] Determina el valor de m para el que al añadir la ecuación

$$x + my + 4z = -3$$

al sistema anterior se obtenga un sistema con las mismas soluciones.

b) [1] Calcula la solución del sistema para la que la suma de los valores de las incógnitas sea 6.

EJERCICIO 4

Del paralelogramo $ABCD$ se conocen los vértices $A(-1\,,0,3)$, $B(2\,,-1\,,1)$, $C(3\,,2\,,-3)$.

a) [1] Halla la ecuación del plano que contiene al paralelogramo.

b) [1] Halla la ecuación de la recta que contiene a la diagonal AC del paralelogramo.

c) [0,5] Calcula las coordenadas del vértice D.

Modelo 4

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por

$$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$$

Determina a, b y c sabiendo que la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$ es $y+x=-3$ y que el punto de inflexión tiene abscisa $x=1$.

EJERCICIO 2

Sea $g:(0\,,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función definida por

$$g(x)=|\ln(x)|$$

a) [1,25] Esboza el recinto limitado por la gráfica de g y la recta $y=1$. Calcula los puntos de corte entre ellas.

b) [1,25] Calcula el área del recinto anterior.

EJERCICIO 3

Sean

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}\quad,\quad B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$$

a) [1,25] Calcula X e Y tales que $X-Y=A^t$ y $2X-Y=B$.

b) [1,25] Calcula Z tal que $AZ=BZ+A$.

EJERCICIO 4

Considera los puntos $A(1\,,2\,,3)$, $B(-1\,,0\,,4)$.

a) [1,25] Calcula las coordenadas de los puntos que dividen al segmento AB en tres partes iguales.

b) [1,25] Halla la ecuación del plano que pasa por el punto A y es perpendicular al segmento AB.

Modelo 5(J2)

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sea g la función definida por

$$g(x) = \frac{mx^3}{(x-n)^2} \quad \text{para} \quad x \neq n$$

a) [1,75] Halla m y n sabiendo que la recta $y = 2x - 4$ es una asíntota de la gráfica de g.

b) [0,75] Determina si la gráfica de g es simétrica respecto al origen.

EJERCICIO 2

De la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

se sabe que alcanza un máximo relativo en $x = 1$, que la gráfica tiene un punto de inflexión en $(0\,,0)$ y que

$$\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = \frac{5}{4}$$

Calcula a, b, c y d.

EJERCICIO 3

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$$

a) [0,75] Halla A^{-1}.

b) [1.25] Calcula la matriz X que satisface $AX = B^tC$.

c) [1] Halla el determinante de $A^{2013}B^tB(A^{-1})^{2013}$

EJERCICIO 4

Calcula la distancia entre las rectas

$$r \equiv x = y = z \quad \text{y} \quad s \equiv x - 1 = y - 2 = z - 3.$$

Modelo 5 (J2)

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$$

Se sabe que un punto de inflexión de la grafica de f tiene abscisa $x=1$ y que f tiene un mínimo relativo en $x=2$ de valor -9. Calcula a, b y c.

EJERCICIO 2

Calcula

$$\int_2^4 \frac{x^2}{x^2-6x+5}\,\mathrm{d}x$$

EJERCICIO 3

Sabiendo que el determinante de una matriz

$$A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ p & q & r \end{pmatrix}$$

es 4, calcula indicando, en cada caso, las propiedades que utilizas:

a) [1] $\det(-2A)$ y $\det(A^{-1})$.

d) [1,5] Los determinantes

$$\begin{vmatrix} a & -b & c \\ 2d & -2e & 2f \\ p & -q & r \end{vmatrix} \quad , \quad \begin{vmatrix} -3d & -3e & -3f \\ a & b & c \\ -p & -q & -r \end{vmatrix}$$

EJERCICIO 4

Dadas las rectas

$$r\equiv x=y=z \qquad s\equiv\left\{\begin{array}{l} x=2 \\ y=1 \end{array}\right. \qquad t\equiv\left\{\begin{array}{rcr} x & = & 1+2\lambda \\ y & = & 3\lambda \\ z & = & -1+\lambda \end{array}\right.$$

Halla la recta que corta a r y a s y es paralela a t.

Modelo 6 (J1)

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sabiendo que existe y es finito el límite

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\cos(x) + b\,\mathrm{sen}(x)}{x^3}$$

calcula b y el valor del límite.

EJERCICIO 2

Sean las funciones $f\,,g:\mathbb{R}\;\to\;\mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = |x(x-2)| \quad , \quad g(x) = x+4$$

a) [1,25] Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes. Calcula el punto de corte entre ambas gráficas.

b) [1,25] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de ambas.

EJERCICIO 3

Sea

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m+1 & 0 \\ 1 & 1 & m-1 \end{pmatrix}$$

a) [0,75] Determina los valores de m para que los vectores fila de M sean linealmente independientes.

b) [1] Estudia el rango de M según los valores de m.

c) [0,75] Para $m=1$, calcula la inversa de M.

EJERCICIO 4

Sea r la recta que pasa por el punto $(1\,,0\,,0)$ y tiene como vector dirección $(a\,,2a\,,1)$ y sea s la recta dada por

$$s \equiv \left\{ \begin{array}{rcr} -2x+y & = & -2 \\ -ax+z & = & 0 \end{array} \right.$$

a) [1] Calcula los valores de a para los que r y s son paralelas.

b) [1,5] Calcula para $a=1$, la distancia entre ambas rectas.

Modelo 6 (J1)

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea $f : (-\infty\,, 1) \;\to\; \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} x + 2\,\mathrm{e}^{-x} & \text{si} \quad x \leq 0 \\ a\sqrt{b-x} & \text{si} \quad 0 < x < 1 \end{cases}$$

a) [1,5] Determina a y b sabiendo que f es derivable en todo su dominio.

b) [1] Halla la ecuación de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 2

Sea $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$g(x) = \ln(x^2 + 1)$$

Calcula la primitiva de g cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas.

EJERCICIO 3

Sea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

a) [1,75] Comprueba que $A^2 = 2 \cdot I$ y calcula A^{-1}.

b) [1] Calcula A^{2013} y su inversa.

EJERCICIO 4

Considera los puntos $P\,(2\,,3\,,1)$ y $Q\,(0\,,1\,,1)$.

a) [1,75] Halla la ecuación del plano π respecto del cual los puntos son simétricos.

b) [0,75] Calcula la distancias de P a π.