Modelos De Selectividad – Andalucía

Instrucciones

1. Duración: 1 hora y 30 minutos.
2. Tienes que elegir entre realizar unicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar unicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
3. La puntuación de cada pregunta est´ indicada en la misma.
4. Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
5. Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Tiempo

90 minutos

Criterios de Evaluación

Los criterios esenciales de valoración serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin que se lleve a cabo de forma efectiva no puede ser suficiente para obtener una valoración positiva del mismo.

En los ejercicios en los que se pida una deducción razonada, la mera aplicación de un fórmula no será suficiente.

No se prohibirá el uso de calculadoras, aunque durante el examen no se permitirá el préstamo de ellas entre estudiante. En cualquier caso, los procesos que conducen al resultado deben estar razonados.

Los errores cometidos en un apartado no se tendrán en cuenta en la calificación de apartados posteriores que sean afectados.

Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.

La presentación clara y ordenada se valorará positivamente.

Modelo 1 (Junio específico)

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sea la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\frac{1}{x}+\ln(x)$$

(a) [1,75] Halla los extremos absolutos de f en el intervalo $\left[\frac{1}{\mathrm{e}},\mathrm{e}\right]$.

(b) [0,75] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=\mathrm{e}$.

EJERCICIO 2

Considera las funciones $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definidas por

$$f(x)=\operatorname{sen}(x) \text{ y } g(x)=\cos(x)\,.$$

a) [0,75] Realiza un esbozo de las gráficas de f y g en el intervalo $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

b) [1,75] Calcula el área total de los recintos limitados por ambas gráficas y las rectas $x=0$ y $x=\frac{\pi}{2}$

EJERCICIO 3

Dadas las matrices

$$A=\begin{pmatrix}1&2&0\\0&1&2\\1&2&1\end{pmatrix}\quad,\quad B=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\quad,\quad C=\begin{pmatrix}-1&2&0\\1&1&2\end{pmatrix}$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica $AXB=C^t$

EJERCICIO 4

El punto $M(1,-1,0)$ es el centro de un paralelogramo y $A(2,1,-1)$ y $B(0,-2,3)$ son dos vértices consecutivos del mismo.

a) [1] Halla la ecuación general del plano que contiene al paralelogramo.

b) [1,5] Determina uno de los otros dos vértices y calcula el área de dicho paralelogramo.

Modelo 1 (Junio específico)

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea la función definida por

$$f(x) = \frac{2x^2}{(x+1)(x-2)} \quad \text{si} \quad x \neq -1\,,\ x \neq 2$$

a) [1] Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de la función.

b) [1] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

c) [0,5] Calcula, si existe, algún punto de la gráfica de f donde ésta corta a la asíntota horizontal.

EJERCICIO 2

Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = x^2 \cos(x)$$

Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(\pi, 0)$.

EJERCICIO 3

Dado el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} kx & + & 2y & & & = & 3 \\ -x & & & + & 2kz & = & -1 \\ 3x & - & y & - & 7z & = & k+1 \end{array}\right\}$$

a) [1,75] Estudia el sistema para los distintos valores del parámetro k.

b) [0,75] Resuélvelo para $k = 1$.

EJERCICIO 4

Calcula de manera razonada la distancia del eje $\mathbf{OX}$ a la recta de ecuaciones

$$r \equiv \left\{\begin{array}{rcl} 2x - 3y & = & 4 \\ 2x - 3y - z & = & 0 \end{array}\right.$$

Modelo 2 (Septiembre)

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sea la función $f : [1\,, \mathrm{e}] \;\rightarrow\; \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = x^2 - 8\ln(x)$$

a) [0,75] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

b) [1] Calcula los extremos absolutos y relativos de la función f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

c) [0,75] Estudia los intervalos de concavidad y de convexidad.

EJERCICIO 2

Sea la función $f : \mathbb{R} \;\rightarrow\; \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 - 4x$.

a) [0,75] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

b) [0,75] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta $y = -x - 2$, determinando los puntos de corte de ambas gráficas.

c) [1] Calcula el área del recinto anterior.

EJERCICIO 3

Sea el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} x & + & (k+1)y & + & 2z & = & -1 \\ kx & + & y & + & z & = & 2 \\ x & - & 2y & - & z & = & k+1 \end{array}\right\}$$

a) [1,75] Clasifícalo según los distintos valores de k.

b) [0,75] Resuélvelo para el caso $k = 2$.

EJERCICIO 4

Dadas las rectas

$$r \equiv \frac{x+3}{-6} = \frac{y-9}{4} = \frac{z-8}{4} \quad , \quad s \equiv \frac{x-3}{3} = \frac{y-9}{-2} = \frac{z-8}{-2}$$

a) [1] Determina la posición relativa de las rectas r y s.

b) [1,5] Calcula la distancia entre r y s.

Modelo 2

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \mathrm{e}^x \left(x^2 - x + 1\right)$$

a) [0,75] Calcula $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

a) [1,25] Halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan), determinando si son máximos o mínimos.

b) [0,5] Determina las abscisas de los puntos de inflexión de la gráfica de f.

EJERCICIO 2

Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por

$$f(x) = x^2 - 2x \qquad g(x) = -x^2 + 4x$$

(a) [0,75] Halla los puntos de corte de sus gráficas y realiza un esbozo del recinto que limitan.

(b) [1,75] Calcula el área de dicho recinto.

EJERCICIO 3

Encuentra la matriz X que satisface la ecuación $XA + A^3B = A$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

EJERCICIO 4

Los puntos $A(1\,,1\,,5)$ y $B(1\,,1\,,2)$ son vértices consecutivos de un rectángulo $ABCD$. El vértice C, consecutivo a B, está en la recta

$$r \equiv x = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+1}{2}$$

Determina los vértices C y D.

Modelo 3 (Septiembre)

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sea la función continua $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x + k & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \dfrac{e^{x^2} - 1}{x^2} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

a) [1,25] Calcula el valor de k.

b) [1,25] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 1$.

EJERCICIO 2

Sea

$$I = \int \frac{x}{1 + \sqrt{1-x}} \, dx$$

a) [1,75] Expresa la integral I aplicando el cambio de variable $t = \sqrt{1-x}$.

b) [0,75] Calcula el valor de I.

EJERCICIO 3

Considera el siguiente sistema de ecuaciones con dos incógnitas:

$$\left.\begin{array}{rcrcr} kx & + & 2y & = & 2 \\ 2x & + & ky & = & k \\ x & - & y & = & -1 \end{array}\right\}$$

a) [0,5] Prueba que el sistema es compatible para cualquier valor del parámetro k.

b) [1] Especifica para qué valores del parámetro k es determinado y para cuáles indeterminado.

c) [1] Halla las soluciones en cada caso.

EJERCICIO 4

Sean los puntos $A(0,0,1)$, $B(1,0,-1)$, $C(0,1,-2)$, $D(1,2,0)$.

a) [1] Halla la ecuación del plano π determinado por los puntos A, B y C.

b) [0,5] Demuestra que los cuatro puntos no son coplanarios.

c) [1] Calcula la distancia del punto D al plano π.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea la función f definida por

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{1-x} \quad \text{si} \quad x \neq 1$$

a) [1,25] Estudia las asíntotas de la gráfica de la función f .

b) [1,25] Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

EJERCICIO 2

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \frac{9-x^2}{4}$$

a) [0,75] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

b) [1,75] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, la recta $x + 2y = 5$ y el eje de abscisas. Calcula el área de dicho recinto.

EJERCICIO 3

Considera el sistema de ecuaciones con tres incógnitas

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & & & = & \lambda \\ & & 2\lambda y & + & \lambda z & = & \lambda \\ -x & - & y & - & \lambda z & = & 0 \end{array}\right\}$$

a) [1,25] Clasifícalo según los distintos valores del parámetro λ .

b) [1,25] Resuélvelo para $\lambda = 0$ y $\lambda = -1$.

EJERCICIO 4

Halla el punto simétrico de $P\,(2\,,1\,,-5)$ respecto de la recta definida por

$$r \equiv \left\{\begin{array}{rcr} x - z & = & 0 \\ x + y & = & -2 \end{array}\right.$$

Modelo 4 (Junio general)

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \mathrm{e}^x (x-2)$$

a) [1] Calcula las asíntotas de f .

b) [1] Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

c) [0,5] Determina, si existen, los puntos de inflexión de la gráfica de f .

EJERCICIO 2

Sea f una función continua en el intervalo $[2\,,3]$ y F una función primitiva de f tal que $F(2) = 1$ y $F(3) = 2$. Calcula:

a) [0,75] $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x$

b) [0,75] $\displaystyle\int_2^3 (5f(x) - 7)\,\mathrm{d}x$

c) [1] $\displaystyle\int_2^3 (F(x))^2 f(x)\,\mathrm{d}x$

EJERCICIO 3

Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & k & 1 \end{pmatrix}$$

a) [1] ¿Para qué valores del parámetro k no existe la inversa de la matriz A?

b) [1,5] Para $k = 0$, resuelve la ecuación matricial $(X + I) \cdot A = A^t$.

EJERCICIO 4

De un paralelogramo $ABCD$ conocemos tres vértices consecutivos:

$$A\,(2\,,-1\,,0)\ ,\ B\,(-2\,,1\,,0)\ ,\ C\,(0\,,1\,,2)$$

a) [1] Calcula la ecuación de la recta que pasa por el centro del paralelogramo y es perpendicular al plano que lo contiene.

b) [0,75] Halla el área de dicho paralelogramo.

c) [0,75] Calcula el vértice D.

Modelo 4 (Junio general)

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sabiendo que

$$\lim_{x\to 0} \frac{a\,\mathrm{sen}(x) - x\,\mathrm{e}^x}{x^2}$$

es finito, calcula el valor de a y el valor de dicho límite.

EJERCICIO 2

Sea f una función definida por

$$f(x) = \frac{2}{x^2-1} \text{ si } x \neq 1\,, x \neq -1$$

a) [1,25] Halla una primitiva de f .

b) [1,25] Calcula el valor de k para que el área del recinto limitado por el eje de abscisas y la gráfica de f en el intervalo $[2\,, k]$ sea $\ln(2)$.

EJERCICIO 3

Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{array}{rcrcrcc} x & + & y & + & z & = & \lambda+1 \\ & & 3y & + & 2z & = & 2\lambda+3 \\ 3x & + & (\lambda-1)y & + & z & = & \lambda \end{array}\right\}$$

a) [1] Resuelve el sistema para $\lambda = 1$.

b) [1] Halla los valores de λ para los que el sistema tiene una unica solución.

c) [0,5] ¿Existe algún valor de λ para el que el sistema admite la solución $\left(-\frac{1}{2}\,, 0\,, \frac{1}{2}\right)$.

EJERCICIO 4

Sean r y s las rectas dadas por

$$r \equiv \left\{ \begin{array}{r} x+y-z=6 \\ x+z=3 \end{array} \right. \qquad s \equiv \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{6} = \frac{z}{2}$$

a) [1,25] Determina el punto de intersección de ambas rectas.

b) [1,25] Calcula la ecuación general del plano que las contiene.

Modelo 5

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Un alambre de 2 m de longitud se divide en dos trozos. Con uno de los trozos se construye un cuadrado y con el otro un rectángulo cuya base es doble que su altura. Calcula las longitudes de cada uno de los trozos con la condición de que la suma de las áreas de estas dos figuras sea mínima.

EJERCICIO 2

Se considera el recinto del plano situado en el primer cuadrante limitado por las líneas

$$y = 4x \quad , \quad y = 8 - 4x \quad , \quad y = 2x - x^2$$

a) [0,5] Realiza un esbozo de dicho recinto.

(b) [2] Calcula su área.

EJERCICIO 3

Se considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} x & + & ky & + & 2z & = & k+1 \\ x & + & 2y & + & kz & = & 3 \\ (k+1)x & + & y & + & z & = & k+2 \end{array}\right\}$$

a) [1,25] Determina los valores de k para los que el sistema tiene más de una solución.

b) [0,5] ¿Existe algún valor de k para el cual el sistema no tiene solución?

c) [0,75] Resuelve el sistema para $k = 0$.

EJERCICIO 4

Se consideran los vectores $\vec{\mathbf{u}} = (k\,,1\,,1)$, $\vec{\mathbf{v}} = (2\,,1\,,-2)$ $\vec{\mathbf{w}} = (1\,,1\,,k)$, donde k es un número real.

a) [0,75] Determina los valores de k para los que $\vec{\mathbf{u}}$, $\vec{\mathbf{v}}$ y $\vec{\mathbf{w}}$ son linealmente dependientes.

b) [1] Determina los valores de k para los que $\vec{\mathbf{u}} + \vec{\mathbf{v}}$ y $\vec{\mathbf{v}} - \vec{\mathbf{w}}$ son ortogonales.

c) [0,75] Para $k = -1$, determina aquellos vectores ortogonales a $\vec{\mathbf{v}}$ y $\vec{\mathbf{w}}$ y que tienen módulo 1.

Modelo 5

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \ln\left(x^2 + 3x + 3\right) - x$$

a) [1,5] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) [1] Determina la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -2$.

EJERCICIO 2

Calcula los valores de a y b sabiendo que la función $f : (0 + \infty) \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = ax^2 + b\ln(x)$$

tiene un extremo relativo en $x = 1$ y que

$$\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 27 - 8\ln(4)$$

EJERCICIO 3

Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

sea B la matriz tal que

$$AB = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$$

a) [1] Comprueba que las matrices A y B poseen inversas.

b) [1,5] Resuelve la ecuación matricial $A^{-1}XB = BA$.

EJERCICIO 4

Encuentra los puntos de la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{4} = \frac{2-y}{2} = z - 3$$

cuya distancia distancia al plano

$$\pi \equiv x - 2y + 2z = 1$$

vale cuatro unidades.

Modelo 6

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Se considera la función derivable definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \dfrac{a}{x-2} & \text{si} \quad x < 1 \\ \\ a + \dfrac{b}{\sqrt{x}} & \text{si} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

Calcula los valores de a y b.

EJERCICIO 2

Sea la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \left(1 - x^2\right) \mathrm{e}^{-x}$$

Determine la primitiva de f que pasa por el punto $(-1\,,0)$.

EJERCICIO 3

Un estudiante ha gastado 57 euros en una papelería por la compra de un libro, una calculadora y un estuche. Sabemos que el libro cuesta el doble que el total de la calculadora y el estuche juntos.

a) [1,25] ¿Es posible determinar de forma única el precio del libro? ¿Y el de la calculadora? Razona las respuestas.

b) [1,25] Si el precio del libro, la calculadora y el estuche hubieran sufrido un 50%, un 20% y un 25% de descuento respectivamente, el estudiante habría pagado un total de 34 euros. Calcula el precio de cada artículo.

EJERCICIO 4

Determina el punto P de la recta

$$r \equiv \frac{x+3}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z+4}{3}$$

que equidista del origen de coordenadas y del punto $A\,(3\,,2\,,1)$.

Modelo 6

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

De entre todos los triángulos rectángulos de hipotenusa 10 unidades, determina las dimensiones del de área máxima.

EJERCICIO 2

Sean las funciones $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g : [0\,,+\infty) \to \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = \frac{x^2}{4} \quad , \quad g(x) = 2\sqrt{x}$$

a) [0,75] Halla los puntos de corte de las gráficas de f y g. Realiza un esbozo del recinto que limitan.

b) [1,75] Calcula el área de dicho recinto.

EJERCICIO 3

Consideremos el sistema

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & kz & = & 1 \\ 2x & + & ky & & & = & 1 \\ & & y & + & 2z & = & k \end{array}\right\}$$

a) [1] Clasifica el sistema según los valores del parámetro k.

b) [0,75] Resuélvelo para $k = 1$.

c) [0,75] Resuélvelo para $k = -1$.

EJERCICIO 4

Considera el punto $P\,(1\,,0\,,2)$ así como la recta dada por

$$r \equiv \left\{ \begin{array}{l} 2x - y = 4 \\ y + 2z = 8 \end{array} \right.$$

a) [1] Calcula la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a r.

b) [1,5] Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r.