Probabilidad

Ejercicio 1.

Sean A y B dos sucesos independientes tales que la probabilidad de que ocurran ambos simultáneamente es 1/3 y la de que no ocurra ninguno de ellos es 1/6 . Calcula P (A) y P (B).

Ejercicio 2.

Consideremos dos sucesos, A y B , de un experimento aleatorio, con probabilidades tales que

$$P(A) = 4/9,\ P(B) = 1/2 \text{ y } P(A \cup B) = 13/18$$

a) [1,25] Averigua si los sucesos A y B son independientes o no.

b) [1,25] Calcula $P(\bar{A} \setminus B)$, donde $\bar{A}$ denota el suceso complementario de A.

Ejercicio 3.

Un dado con las caras numeradas del 1 al 6 está trucado de modo que la probabilidad de obtener un número es directamente proporcional a dicho número. Tiramos el dado una vez.

a) [1,25] Halla la probabilidad de que salga 3 si se sabe que salió un número impar.

b) [1,25] Calcula la probabilidad de que salga un número par si se sabe que salió un número mayor que 3.

Ejercicio 4.

En un club deportivo, el 55 % de los socios practica natación, el 65 % tenis, y el 10 % ninguno de los dos.

a) [1,25] Si el club tiene 1200 socios, ¿cuántos practicarían ambos deportes?

b) [1,25] Tomando al azar una persona de este club que practique natación, calcula la probabilidad de que no juegue al tenis.

Probabilidad total, teorema de Bayes.

Ejercicio 5.

De una urna que contiene cuatro bolas rojas y dos azules, extraemos una bola y, sin devolverla a la urna, extraemos otra a continuación.

a) [0,75] ¿Cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?

b) [0,75] ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola sea azul?

c) [1] Si la segunda bola es azul, ¿cuál es la probabilidad de que la primera sea roja?

Ejercicio 6.

Se tienen dos urnas A y B con bolas de colores con la siguiente composición: la urna A contiene 3 bolas verdes, 4 negras y 3 rojas; mientras que la urna B contiene 6 bolas verdes y 4 bolas negras.

Además, se tiene un dado con 2 caras marcadas con la letra A y 4 caras marcadas con la letra B . Se lanza el dado y se saca una bola al azar de la urna que ha indicado el dado.

a) [0,75] ¿Cual es la probabilidad de que la bola sea verde?

b) [0,75] ¿Cual es la probabilidad de que la bola sea roja?

c) [1] Si la bola extraída es verde, ¿cual es la probabilidad de que ésta proceda de la urna B ?

Ejercicio 7.

Python y JavaScript se encuentran entre los lenguajes de programación más estudiados por los programadores, con un 20 % y un 18 % de desarrolladores que se especializan únicamente en cada uno de ellos. El resto de desarrolladores se especializan entre una decena de lenguajes (HTML-CSS, Java, C,...). La probabilidad de que un desarrollador que se ha especializado en Python obtenga empleo es 0,85, mientras que la de que lo obtenga uno que se ha especializado en JavaScript es 0,9. También se sabe que la probabilidad de que un desarrollador esté desempleado es del 0,15.

a) [1,25] Calcula la probabilidad de que un desarrollador esté empleado si no ha estudiado Python ni JavaScript.

b) [1,25] Calcula la probabilidad de que un desarrollador que está desempleado se haya especializado en Python o JavaScript.

Ejercicio 8.

En el enfermero de la doctora Martínez no se puede confiar, pues durante la ausencia del médico la probabilidad de que no le inyecte un suero a un enfermo es de 0,6. Se sabe que si a un enfermo grave se le inyecta el suero tiene igual probabilidad de mejorar que de empeorar, pero si no se le inyecta entonces la probabilidad de que mejore es de 0,25. A su regreso, la Dra. Martínez se encuentra con que un enfermo ha empeorado. Calcula la probabilidad de que el enfermero olvidara inyectar el suero a este paciente.

Ejercicio 9.

Se estima que solo un 20 % de los que compran acciones en bolsa tienen conocimientos bursátiles. De ellos, el 80 % obtiene beneficios. De los que compran acciones sin conocimientos bursátiles, solo un 10 % obtiene beneficios.

a) [1,25] Calcula el porcentaje de los que obtienen beneficios comprando acciones en bolsa.

b) [1,25] Eligiendo una persona al azar, calcula la probabilidad de que no tenga conocimientos bursátiles y que no tenga beneficios al invertir / jugar en bolsa.

Ejercicio 10.

Una enfermedad puede estar producida por tres virus A, B y C. En el laboratorio hay tres tubos de ensayo con el virus A, 2 tubos de ensayo con el virus B y 5 tubos de ensayo con el virus C. La probabilidad de que el virus A produzca la enfermedad en un animal es de 1/3, que la produzca el virus B es de 2/3, y que la produzca el virus C es de 1/7.

a) [1,5] Si elegimos al azar un tubo de ensayo e inoculamos el virus a un animal, calcula la probabilidad de que contraiga la enfermedad.

b) [1] Si se inocula el virus a un animal y contrae la enfermedad, calcula la probabilidad de que el virus que se ha inoculado sea del tipo C.

Ejercicio 11.

Un ayuntamiento estima que el 60 % de los árboles de su localidad son de hoja caduca, y de ellos un 20 % son autóctonos del área geográfica. Sin embargo, de los árboles de hoja perenne (no caduca) los autóctonos ascienden al 70 %. Elegido al azar un árbol de esta localidad:

a) [0,5] ¿Cuál es la probabilidad de que sea de hoja caduca y no sea autóctono?

b) [1] ¿Qué probabilidad hay de que el árbol sea autóctono?

c) [1] Sabiendo que el árbol es autóctono, ¿cuál es la probabilidad de que sea de hoja caduca?

Ejercicio 12.

Se tiene una prueba diagnóstica para una enfermedad con las siguientes propiedades:

- La probabilidad de que el test dé positivo teniendo la enfermedad es 0,95.

- La probabilidad de que el test dé negativo no teniendo la enfermedad es 0,95.

- La probabilidad de que una persona tenga la enfermedad es 0,05.

Realizada la prueba a una persona al azar, calcular:

a) [1,25] La probabilidad de que el test dé positivo.

b) [1,25] La probabilidad de tener la enfermedad cuando el test ha dado positivo.

Ejercicio 13.

Una empresa automovilística fabrica sus coches en cuatro factorías: F1 , F2 , F3 y F4 .

El porcentaje de producción total de coches que se fabrica en cada factoría es del 40 %, 30 %, 20 % y 10 %, respectivamente, y además el porcentaje de pintado defectuoso en cada factoría es del 1 %, 2 %, 7 % y 4 %, respectivamente. Tomamos un coche al azar. Se pide:

a) [1] ¿Cuál es la probabilidad de que el coche haya sido fabricado en la factoría F1 y esté perfecto?

b) [1,5] ¿Cuál es la probabilidad de que la pintura del coche presente algún desperfecto?

Ejercicio 14.

El 60 % de los coches de una marca se fabrican en su factoría de Valencia, el 25 % en Madrid y el resto en Lisboa. El 1 % de los coches fabricados en Valencia tiene algún defecto de fabricación, mientras que para los coches fabricados en Madrid y en Lisboa estos porcentajes son del 0,5 % y del 2 %, respectivamente.

a) [1,25] Elegido al azar un coche de esa marca, calcule la probabilidad de que no sea defectuoso.

b) [1,25] Si un coche de esa marca resulta ser defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado en Madrid?

Ejercicio 15.

De una baraja española (40 cartas) Carlos y Paula extraen 8 cartas: los cuatro ases y los cuatro reyes. Con esas 8 cartas, Paula da dos cartas a Carlos y posteriormente una para ella. Calcula:

a) [0,75] La probabilidad de que Carlos tenga dos ases,

b) [0,75] La probabilidad de que Carlos tenga un as y un rey.

c) [1] La probabilidad de que Paula tenga un as y Carlos no tenga dos reyes.

Ejercicio 16.

Se estudia una prueba diagnóstica para detectar una enfermedad en un grupo de 200000 personas a las que se ha sometido a dicha prueba y de los que el 0,5 % están enfermos.

Se ha observado que de los enfermos ha dado negativo a 50 personas y, de las sanas, le ha dado positivo a 19900. Si se escoge al azar una de estas persona sometidas a la prueba diagnóstica:

a) [1,5] Calcula la probabilidad de que la prueba dé resultado positivo. ¿Cuál sería la probabilidad de que el resultado de la prueba sea erróneo?

b) [1] Calcula la probabilidad de que la persona padezca la enfermedad, si el resultado de la prueba es negativo.

Binomial.

Ejercicio 17.

Se sabe que la probabilidad de que un dardo impacte en una diana es 0,4. Si se lanzan 9 dardos, determina:

a) [1] Qué tipo de distribución sigue la variable aleatoria que cuenta el número de dardos que dan en la diana.

b) [0,5] La media y la desviación típica de esta distribución.

c) [1] La probabilidad de que al menos 5 dardos impacten en la diana.

Ejercicio 18.

La probabilidad de que un individuo elegido al azar tenga problemas dermatológicos es de 0,15. Dada una muestra de 50 personas:

a) [1] ¿cuál es la probabilidad de que ninguna tenga problemas dermatológicos?

b) [1,5] ¿cuál es la probabilidad de que al menos cuatro tengan problemas dermatológicos?

Ejercicio 19.

En un laboratorio de análisis clínicos, el 5 % de las muestras que llegan no cumplen las condiciones requeridas para obtener resultados concluyentes en el análisis. Si se eligen 5 muestras, calcula:

a) [0,75] La probabilidad de que de todas las muestras se puedan obtener resultados concluyentes.

b) [1,25] La probabilidad de que de al menos dos no se obtengan resultados concluyentes.

c) [0,5] La media y la desviación típica de la distribución.

Ejercicio 20.

En un centro de fertilidad, cada intento de inseminación in vitro para cualquier pareja tiene un porcentaje de éxito del 30 %. Esta semana han acudido 10 parejas para realizar el tratamiento. Nos preguntamos por el número de ellas que consiguen tener hijos.

a) [1,25] ¿De qué tipo de distribución se trata? Calcular su media y su desviación.

b) [1,25] ¿Qué probabilidad hay de que ninguna pareja conciba? ¿y de que alguna conciba?.

Ejercicio 21.

La variedad de naranjas Navel se suele dedicar a naranja de mesa por su tamaño y aspecto. Pero aquellas que no cumplen con los estándares de calidad exigidos, son utilizadas para hacer zumo.

En una finca, una de cada tres naranjas de la variedad Navel recolectadas se destina a hacer zumo. Si se elige un cargamento de 90 naranjas de esa finca, calcula la probabilidad de que entre ellas haya por lo menos 30 que se destinen a hacer zumo. [*Sugerencia*: aproximar mediante la normal].

Ejercicio 22.

La probabilidad de que un pez de una determinada especie sobreviva más de 6 meses es del 20 %. Se pide:

a) [1] Si en un acuario tenemos 15 peces de esta especie nacidos este mes, halla la probabilidad de que al menos 2 de ellos sigan vivos dentro de 6 meses.

b) [1,5] Si en un tanque de una piscifactoría hay 300 peces de esta especie nacidos este mismo mes, halla la probabilidad de que al cabo de 6 meses hayan sobrevivido al menos 50 de ellos. [*Sugerencia*: aproximar mediante la normal].

Ejercicio 23.

Un modelo de avión tiene capacidad para 260 pasajeros. Sin embargo, la compañía aérea a la que pertenece ha decidido vender más billetes que asientos hay en el avión. La probabilidad de que un pasajero se presente en el aeropuerto el día del vuelo es del 95 %. Si ese día la compañía ha vendido 280 billetes, ¿cuál es la probabilidad de que ese día se presenten 270 pasajeros?

Ejercicio 24.

Una fábrica de baterías para móviles ha detectado que una de sus máquinas produce un 10 % de baterías defectuosas. Si se han seleccionado al azar y de forma independiente 6 baterías:

a) [1] Calcula la probabilidad de que exactamente cuatro baterías sean defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad de que como máximo la mitad sean defectuosas?.

b) [1,5] ¿Qué es más probable que ninguna sea defectuosa o que lo sean las seis?

Normal

Ejercicio 25.

La altura de los individuos de una población sigue una distribución normal de media 175 cm y desviación típica 4 cm.

a) [0,75] Calcula la probabilidad de que un individuo elegido al azar mida más de 170 cm.

b) [0,75] Calcula qué porcentaje de la población mide entre 170 y 185 cm.

c) [1] Calcula la altura máxima que es superada por el 33 % de la población.

Ejercicio 26.

La edad de los habitantes de cierta ciudad se distribuye normalmente, con una media de 40 años. Se sabe además que el 2,28 % de los habitantes de esa ciudad tiene más de 60 años.

a) [1,5] Calcula la desviación típica de la distribución.

b) [1] Si la edad de la población siguiera una distribución N(40,10), calcula el porcentaje de habitantes con menos de 35 años.

Ejercicio 27.

El peso de los estudiantes de una localidad sigue una distribución Normal de media 75 kg y varianza 36 kg^2 .

a) [1,25] Calcula el porcentaje de alumnado cuyo peso está comprendido entre 68 y 80 kg.

b) [1,25] Si se sabe que uno de los estudiantes pesa más de 76 kg, ¿cuál es la probabilidad de que pese más de 80 kg?

Ejercicio 28.

El peso de las lubinas vendidas en una cadena de hipermercados sigue una distribución normal de media 6706 gramos. Sabiendo que el 20 % de las lubinas pesan más de 7386 gramos, calcula el porcentaje de lubinas que pesan entre 6 y 8 kg.

Ejercicio 29.

El peso de una población de elefantes africanos macho sigue una distribución normal de media 6 toneladas y desviación típica 1500 kg.

a) [0,5] Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar pese exactamente 6 toneladas.

b) [1] Calcule qué porcentaje de la población pesa entre 5 y 8 toneladas.

c) [1] Calcule qué peso es superado por el 33 % de la población.

1

PROBABILIDAD

1 A, B independientes $\Leftrightarrow p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B)$

$p(\text{"ocurran ambos"}) = \frac{1}{3} \longrightarrow p(A\cap B) = \frac{1}{3} \xrightarrow{IND} p(A)\cdot p(B) = \frac{1}{3}$

$p(\text{"no ocurre ninguno"}) = \frac{1}{6} \longrightarrow p(\bar{A}\cap \bar{B}) = \frac{1}{6} \longrightarrow p(\bar{A})\cdot p(\bar{B}) = \frac{1}{6}$

Llamando $p(A) = x$, $p(B) = y$:

$$\begin{cases} x\cdot y = 1/3 \\ (1-x)\cdot(1-y) = 1/6 \Rightarrow 1-x-y+xy = 1/6 \to 1-x-y+1/3 = 1/6 \end{cases}$$

La ec2 queda limpita:

ec2: $x+y = 1+\frac{1}{3}-\frac{1}{6} \Rightarrow x+y = \frac{7}{6} \Rightarrow y = \frac{7}{6} - x$

Susti en ec1 :

ec1: $x\cdot\left(\frac{7}{6} - x\right) = \frac{1}{3} \to \frac{7}{6}x - x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x^2 - \frac{7}{6}x + \frac{1}{3} = 0$

Resolviendo (GGB):

Op1: $x = \frac{1}{2} \longrightarrow y = \frac{2}{3}$

Op2: $x = \frac{2}{3} \longrightarrow y = \frac{1}{2}$

Debe ser $p(A) = \frac{1}{2}$ y $p(B) = 2/3$ ó $p(A) = 2/3$ y $p(B) = \frac{1}{2}$

---

2 $p(A) = \frac{4}{9}$ $p(B) = \frac{1}{2}$ $p(A\cup B) = 13/18$

a) Tenemos $p(A\cap B) = p(A) + p(B) - p(A\cup B) = \frac{4}{9} + \frac{1}{2} - \frac{13}{18} = \frac{2}{9}$

y es $p(A)\cdot p(B) = \frac{4}{9}\cdot\frac{1}{2} = \frac{2}{9}$

Como $p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B) \Rightarrow$ Son indepes.

b) Del apartado anterior se deduce que $\bar{A}$ y B son indepes:

$p(\bar{A}/B) = p(\bar{A}) = 1 - 4/9 \Rightarrow p(\bar{A}/B) = 5/9$

3 Nos dice que hay un k de modo que:

$$p(\{x\}) = k \cdot x$$

Antes de nada, calculemos ese k. La suma de todas las probabilidades elementales es 1 (100%):

$$\sum_{x=1}^{6} p(\{x\}) = 1 \Rightarrow k + 2k + 3k + 4k + 5k + 6k = 1 \Rightarrow 21k = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = 1/21$$

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

a) $T =$ "sale 3" $= \{3\}$

$I =$ "sale impar" $= \{1, 3, 5\}$

$T \cap I = \{3\} \Rightarrow$

$$p(T/I) = \frac{p(T \cap I)}{p(I)} = \frac{\frac{1}{21} \cdot 3}{\frac{1}{21} + \frac{3}{21} + \frac{5}{21}} = \frac{3}{1+3+5} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

b) $P =$ "sale par" $= \{2, 4, 6\}$

$M =$ "sale mayor 3" $= \{4, 5, 6\}$

$P \cap M = \{4, 6\}$

$$p(P/M) = \frac{p(P \cap M)}{p(M)} = \frac{\frac{4}{21} + \frac{6}{21}}{\frac{4}{21} + \frac{5}{21} + \frac{6}{21}} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}.$$

---

4 $N =$ "prac. natación"

$T =$ "prac. tenis"

$p(N) = 0'55 \quad p(T) = 0'65 \quad p(\bar{T} \cap \bar{N}) = 0'10$

Organicemos:

	T	$\bar{T}$	
N	0'30	0'25	0'55
$\bar{N}$	0'35	0'10	0'45
	0'65	0'35	

a) $p(\text{"ambos"}) = p(T \cap N) = 0'30 \Rightarrow E = n \cdot p = 1200 \cdot 0'30 = 360$ socios

b) $p(\bar{T}/N) = p(\bar{T} \cap N) / p(N) = \dfrac{0'25}{0'55} = \dfrac{5}{11}.$

PROB. TOTAL, TEOREMA DE BAYES

5 $\boxed{\begin{matrix} R \to 4 \\ A \to 2 \end{matrix}}$ Esquema árbol desarrollo:

$\frac{4}{6}$ R_1 $\xrightarrow{\frac{3}{5}}$ $R_2 \to p(R_1 \cap R_2) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{30}$

$\frac{4}{6}$ R_1 $\xrightarrow{\frac{2}{5}}$ $A_2 \to p(R_1 \cap A_2) = \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{30}$

$\frac{2}{6}$ A_1 $\xrightarrow{\frac{4}{5}}$ R_2

$\frac{2}{6}$ A_1 $\xrightarrow{\frac{1}{5}}$ $A_2 \to p(A_1 \cap A_2) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{30}$

a) Total:

p("mismo color") =

$p(R_1 \cap R_2) + p(A_1 \cap A_2) =$

$\frac{12}{30} + \frac{2}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$

b) $p(A_2) = p(R_1 \cap A_2) + p(A_1 \cap A_2) = \frac{8}{30} + \frac{2}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

c) Condicionada "a posteriori": $p(R_1 / A_2) = \frac{p(R_1 \cap A_2)}{p(A_2)} = \frac{8/30}{10/30} = \frac{4}{5}$.

---

6 Dado: $\left\{ \begin{matrix} 2A \\ 4B \end{matrix} \right\}$

$\frac{2}{6}$ A $\boxed{\begin{matrix} 3V \\ 4N \\ 3R \end{matrix}}$ $\xrightarrow{\frac{3}{10}}$ $V \to p(A \cap V) = \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{10} = \frac{6}{60}$

$\frac{2}{6}$ A $\xrightarrow{\frac{3}{10}}$ $R \to p(A \cap R) = \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{10} = \frac{6}{60}$

$\frac{4}{6}$ B $\boxed{\begin{matrix} 6V \\ 4N \end{matrix}}$ $\xrightarrow{\frac{6}{10}}$ $V \to p(B \cap V) = \frac{4}{6} \cdot \frac{6}{10} = \frac{24}{60}$

$\frac{4}{6}$ B $\xrightarrow{0}$ $R \to p(B \cap R) = 0$

a) $p(V) = \frac{6}{60} + \frac{24}{60} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$ (Total)

b) $p(R) = \frac{6}{60} + 0 = \frac{1}{10}$

c) Condic. a "posteriori": $p(B/V) = \frac{p(B \cap V)}{p(V)} = \frac{24/60}{30/60} = \frac{4}{5}$.

7 P = "esp. Python" J = "esp. Javas" O = "en otros" E = "empleado"

M1

	P	J	O	
E	0'170	0'162	0'518	0'85
$\bar{E}$	0'03	0'018	0'102	0'15
	0'20	0'18	0'62	1

$$p(E/O) = [\text{TABLA}] = \frac{0'518}{0'62} \approx 0'8355$$

$$p(J \cup P/\bar{E}) = [\text{TABLA}] = \frac{0'03 + 0'018}{0'15} = \frac{0'048}{0'15} = 0'32.$$

$0'85 \cdot 0'20 = 0'17$

$0'90 \cdot 0'18 = 0'162$

M2

P (0'2): $\xrightarrow{0'85} E \rightarrow p(P \cap E) = 0'2 \cdot 0'85 = 0'17$; $\bar{E}$

J (0'18): $\xrightarrow{0'9} E \rightarrow p(J \cap E) = 0'18 \cdot 0'9 = 0'162$; $\bar{E}$

O (0'62): $\xrightarrow{x} E \rightarrow p(O \cap E) = 0'62x$; $\bar{E}$

TOTAL:

$p(E) = 0'85$

$0'17 + 0'162 + 0'62x = 0'85$

$\downarrow$

$x = \frac{0'518}{0'62} \approx 0'8355$

$p(E/O) = x \longrightarrow p(E/O) = 0'8355$

$p(P \cup J/\bar{E})$ es el contrario de $p(O/\bar{E}) = \frac{p(O \cap E)}{p(E)}$. Así:

$$p(P \cup J/\bar{E}) = 1 - \frac{\cancel{0'62} \cdot 0'518/\cancel{0'62}}{0'15} = \frac{0'048}{0'15} = 0'32.$$

---

8 ¡Vaya basura de enunciado!

I = "inyecta" M = "Mejora el enfermo grave" $E = \bar{M}$ (?)

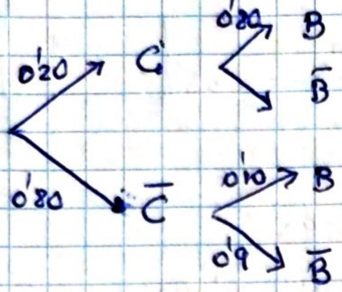
I (0'4): $\xrightarrow{0'5} M$; $\xrightarrow{0'5} \bar{M} \rightarrow p(\bar{M} \cap I) = 0'4 \cdot 0'5 = 0'20$

$\bar{I}$ (0'6): $\xrightarrow{0'25} M$; $\xrightarrow{0'75} \bar{M} \rightarrow p(\bar{I} \cap \bar{M}) = 0'6 \cdot 0'75 = 0'45$

$p(\bar{M}) = 0'65$

$$p(\bar{I}/\bar{M}) = \frac{p(\bar{I} \cap \bar{M})}{p(\bar{M})} = \frac{0'45}{0'65} = \frac{9}{13} \approx 0'6923$$

9 C = "tener conocimientos" B = "obtener beneficios"



$p(C \cap B) = 0'2 \cdot 0'8 = 0'16$

$p(\bar{C} \cap B) = 0'8 \cdot 0'1 = 0'08$

$p(\bar{C} \cap \bar{B}) = 0'8 \cdot 0'9 = 0'72$ (b)

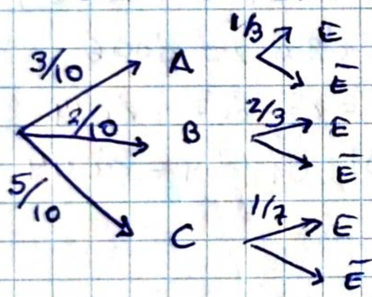
a) TOTAL: $p(B) = 0'16 + 0'08 = 0'24$ → El 24%

b) $p(\bar{C} \cap \bar{B}) = 0'72$

---

10 E = "contraer enfermedad" [3A, 2B, 5C]

"Tener virus X" = X



$p(A \cap E) = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{30}$

$p(B \cap E) = \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{30}$

$p(C \cap E) = \frac{5}{10} \cdot \frac{1}{7} = \frac{5}{70}$

a) TOTAL:

$p(E) = \frac{3}{30} + \frac{4}{30} + \frac{5}{70} = \frac{32}{105}$

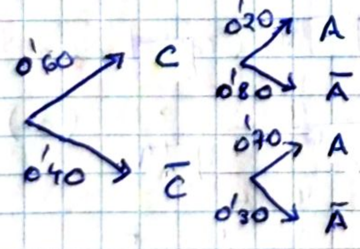
$= 0'3047...$

b) CONDIC. A POSTERIORI

$p(C/E) = \frac{p(C \cap E)}{p(E)} = \frac{5/70}{32/105} = \frac{15}{64}$

---

11 A = "ser árbol autóctono", C = "ser de hoja caduca"



$p(C \cap A) = 0'6 \cdot 0'2 = 0'12$

$p(C \cap \bar{A}) = 0'6 \cdot 0'8 = 0'48$ (a)

$p(\bar{C} \cap A) = 0'4 \cdot 0'7 = 0'28$

a) $p(C \cap \bar{A}) = 0'48$

b) $p(A) = 0'12 + 0'28 = 0'4$ [TOTAL]

c) $p(C/A) = \frac{p(C \cap A)}{p(A)} = \frac{0'12}{0'4} = 0'3$ [Condicionada A Posteriori]

12 P = "dar positivo" N = "dar negativo" E = "tener enfermedad"

$\xrightarrow{0'05} E \xrightarrow{0'95} P \longrightarrow p(E\cap P) = 0'05 \cdot 0'95 = 0'0475$

$\qquad\qquad E \xrightarrow{0'05} N$

$\xrightarrow{0'95} \bar{E} \xrightarrow{0'05} P \longrightarrow p(\bar{E}\cap P) = 0'95 \cdot 0'05 = 0'0475$

$\qquad\qquad \bar{E} \xrightarrow{0'95} N$

a) [TOTAL] $p(P) = 0'0475 + 0'0475 = 0'095$

b) [COND. A POSTERIORI] $p(E/P) = \dfrac{p(E\cap P)}{p(P)} = \dfrac{0'0475}{0'095} = 0'5$

---

13 F_j = "ser coche de factoría F_j" D = "tener pintado defectuoso"

$\xrightarrow{0'4} F_1 \xrightarrow{0'01} D \longrightarrow p(F_1\cap D) = 0'4 \cdot 0'01 = 0'004$

$\qquad\qquad F_1 \xrightarrow{0'99} \bar{D} \longrightarrow p(F_1\cap \bar{D}) = 0'4 \cdot 0'99 = 0'396$ (a)

$\xrightarrow{0'3} F_2 \xrightarrow{0'02} D \longrightarrow p(F_2\cap D) = 0'3 \cdot 0'02 = 0'006$

$\xrightarrow{0'2} F_3 \xrightarrow{0'07} D \longrightarrow p(F_3\cap D) = 0'2 \cdot 0'07 = 0'014$

$\xrightarrow{0'1} F_4 \xrightarrow{0'04} D \longrightarrow p(F_4\cap D) = 0'1 \cdot 0'04 = 0'004$

a) $p(F_1\cap \bar{D}) = 0'396$

b) $p(D) = 0'004 + 0'006 + 0'014 + 0'004 = 0'028$

---

15 1º) Sólo hay 8 cartas: 4 Ases (A) y 4 reyes (R)

2º) No importan los nombres. Es: 1ª, 2ª carta (Carlos) y 3ª carta (Paula)

$\xrightarrow{4/8} A_1 \xrightarrow{3/7} A_2 \longrightarrow p(A_1\cap A_2) = \frac{4}{8}\cdot\frac{3}{7} = \frac{3}{14}$ (a)

$\qquad\qquad A_1 \xrightarrow{4/7} R_2 \longrightarrow p(A_1\cap R_2) = \frac{4}{8}\cdot\frac{4}{7} = \frac{2}{7}$

$\xrightarrow{4/8} R_1 \xrightarrow{4/7} A_2 \longrightarrow p(R_1\cap A_2) = \frac{4}{8}\cdot\frac{4}{7} = \frac{2}{7}$

$\qquad\qquad R_1 \xrightarrow{3/7} R_2$

(b) $p($"Carlos un as y un rey"$) = p(A_1\cap R_2) + p(A_2\cap R_1) = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$

(c) Ahora añadimos una rama más (sea "p" la prob. pedida)

$A_1 \to A_2 \xrightarrow{2/6} A_3 \to p(A_1A_2A_3) = \frac{4}{8}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6} = \frac{1}{14}$

$A_1 \to R_2 \xrightarrow{3/6} A_3 \to p(A_1R_2A_3) = \frac{4}{8}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6} = \frac{2}{14}$

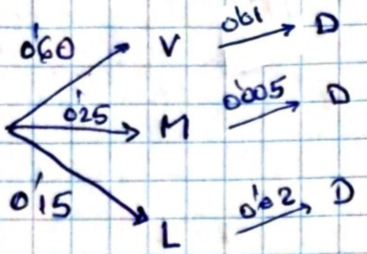
$R_1 \to A_2 \xrightarrow{3/6} A_3 \to p(R_1A_2A_3) = \frac{4}{8}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6} = \frac{2}{14}$

$\oplus$

$p = 5/14$

14 V = "coche de Valencia", M = "... de Madrid", L = "... Lisboa"

D = "tiene defecto"



$\rightarrow p(V \cap D) = 0'6 \cdot 0'01 = 0'006$

$\rightarrow p(M \cap D) = 0'25 \cdot 0'005 = 0'00125$

$\rightarrow p(L \cap D) = 0'15 \cdot 0'02 = 0'003$

ⓐ (TOTAL) $p(D) = 0'006 + 0'00125 + 0'003 = 0'01025 \Rightarrow p(\bar{D}) = 0'98975$

ⓑ (COND. A POSTERIORI) $p\left(M/_D\right) = \dfrac{p(M \cap D)}{p(D)} = \dfrac{0'00125}{0'01025} = \dfrac{5}{41} \approx 0'1220$

---

16 E = "estar enfermo" S = "estar sano" P = "da +" N = "da −"

$200000 \cdot 0'5\% = 1000$

	E	S	
P	950	19900	20850
N	50	179100	179150
	1000	199000	200000

ⓐ $p(P) = \dfrac{20850}{200\,000} = 0'10425$

Atención: enunciado impreciso. No dice "este resultado", refiriéndose a que dé P. Así que no sabemos si se refiere a este caso particular o al global. Global:

$p(\text{"resultado prueba erróneo"}) = p(P \cap S) + p(N \cap E) =$

$= \dfrac{19900}{200\,000} + \dfrac{50}{200\,000} = \dfrac{399}{4000} = 0'09975$

ⓑ $p\left(E/_N\right) = \dfrac{p(E \cap N)}{p(N)} = \dfrac{50/200000}{1000/20000} = 0'05.$

(Tb. directo en la tabla, claro: 50/1000)

BINOMIAL

17 $X=$ "nº de dardos que dan en diana" es binomial $\begin{cases} n=9 \\ p=0'4=\frac{2}{5} \end{cases}$

a) Esto es: $X \sim \mathcal{B}(9; 0'4)$

b) $\mu = n \cdot p = 9 \cdot 0'4 = \frac{18}{5}$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{9 \cdot 0'4 \cdot 0'6} = \sqrt{\frac{54}{25}} = \frac{3}{5}\sqrt{6}$$

c) $p[X \geq 5] = \sum_{k=5}^{9} \binom{9}{k} \cdot \left(\frac{4}{10}\right)^k \cdot \left(\frac{6}{10}\right)^{9-k} = \{GGB\} \simeq 0'26656768$

---

18 $X=$ "nº personas con pb. dermatológicos" $\rightarrow X \sim \mathcal{B}(n=50; p=0'15)$

$n=50$

$p=\frac{15}{100}=\frac{3}{20} \longrightarrow q=\frac{17}{20}$

ⓐ $p[X=0] = \binom{50}{0} \cdot \left(\frac{3}{20}\right)^0 \cdot \left(\frac{17}{20}\right)^{50} \approx \{GGB\} \approx 0'0002957646637$

$p[X \geq 4] = 1 - p[X \leq 3] = 1 - p[X=0] - p[X=1] - p[X=2] - p[X=3]$

$= \{GGB\} \approx 0'9539534211$

---

20 $X=$ "nº parejas con hijo" $\rightarrow X \sim \mathcal{B}(n=10; p=0'30)$

$n=10$

$p=0'30$, $q=0'70$

a) Binomial con parámetros indicados arriba

$\mu = n \cdot p = 10 \cdot 0'3 = 3$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{10 \cdot 0'3 \cdot 0'7} = \frac{1}{10}\sqrt{210} \approx 1'4491$

b) $p[X=0] = \binom{10}{0} \cdot 0'30^0 \cdot 0'70^{10} = \{GGB\} \approx 0'0282475249$

$p[X \geq 1] = 1 - p[X=0] \approx 0'9717524751$.

19 $X =$ "nº muestras <u>no</u> concluyentes" $\longrightarrow X \sim B(n=5\,;\ p=0'05)$

$n=5$

$p=0'05\ ,\ q=0'95$

a) $p[\text{"todas concluyentes"}] = p[X=0] = \binom{5}{0} 0'05^0\, 0'95^5 \approx 0'77378093$

b) $p[X \geq 2] = 1 - p[X=0] - p[X=1] = \{GGB\} \approx 0'0225925$

c) $\mu = n \cdot p = 5 \cdot 0'05 = 1/4$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{5 \cdot \frac{5}{100} \cdot \frac{95}{100}} = \frac{1}{20}\sqrt{95}$

---

21 $X =$ "nº naranjas para zumo" $\longrightarrow X \sim B\left(n=90\,;\ p=\frac{1}{3}\right)$

$n=90$

$p=1/3\ ,\ q=2/3$

- Se pide $p[X \geq 30] = \{GGB\} \approx 0'5395675321 4$
- Manualmente debemos aproximar con la Normal:

$$\left.\begin{array}{l} n \cdot p = 90 \cdot \frac{1}{3} > 5 \\ n \cdot q = 90 \cdot \frac{2}{3} > 5 \end{array}\right\} \quad X \approx X' \sim N\left(\mu = np = 30\ ;\ \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{20}\right)$$

$$p[X \geq 30] \cong p[X' \geq 29'5] = p\left[Z \geq \frac{29'5 - 30}{\sqrt{20}}\right] \approx 0'5445$$

---

22 $X =$ "nº peces que sobrevive"

a) $X \sim B(n=15\ ;\ p=0'20)$

$$p[X \geq 2] = 1 - p[X=0] - p[X=1] =$$
$$= 1 - \binom{15}{0} 0'2^0 \cdot 0'8^{15} - \binom{15}{1} 0'2^1 \cdot 0'8^{14} = 0'83287423$$

b) $X \sim B(n=300\,;\ p=0'2) \rightsquigarrow \left\{\begin{array}{l} \mu = np = 60 \\ \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \end{array}\right\}$

Aproximamos con la Normal ($np>5$, $nq>5$):

$$p(X \geq 50) = p(X' \geq 49'5) = p\left[Z \geq \frac{49'5 - 60}{4\sqrt{3}}\right] \approx 0'9358$$
$\{GGB\}$

Directo GGB $p[X \geq 50] \approx 0'9378$

23 X = "nº pasajeros presentes" $\rightarrow X \sim \mathcal{B}(n = 280 ; p = 0'95)$

$$p[X=270] = \binom{280}{270} \cdot 0'95^{270} \cdot 0'05^{10} \approx 0'065507484747$$

---

24 X = "nº baterías defectuosas" $\rightarrow X \sim \mathcal{B}(n=6 ; p = 0'1)$

a) $p[X=4] = \binom{6}{4} 0'1^4 \cdot 0'9^2 = 0'001215$

$p[X \leq 3] = 1 - p[X=4] - p[X=5] - p[X=6] = \ldots \approx 0'99873$

b)

$\left.\begin{array}{l} p[X=0] = \binom{6}{0} 0'1^0 \cdot 0'9^6 = 0'9^6 \\ p[X=6] = \binom{6}{6} 0'1^6 \cdot 0'9^6 = 0'1^6 \end{array}\right\}$ Evidente: ninguna es más

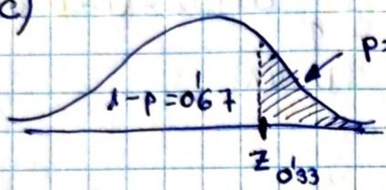
NORMAL

25 X = "altura de los individuos" es normal con $\begin{cases} \mu = 175 \text{ cm} \\ \sigma = 4 \text{ cm} \end{cases}$

a) $p[X>170] = p\left[Z > \frac{170-175}{4}\right] = p[Z>-1'25] = p[Z<1'25] = 0'8944$

b) $p[170<X<175] = p[-1'25<Z<0] = 0'5-(1-0'8944) = 0'3944$

c)



$p(Z>z_{0'33}) = 0'33 \rightarrow$

$p(Z<z_{0'33}) = 0'6700 \rightarrow z_{0'33} = 0'44$

Así $p[X>h] = 0'33 \Rightarrow p\left[Z > \frac{h-175}{4}\right] = 0'33 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{h-175}{4} = 0'44 \Rightarrow h = 176'76$ cm.

26 X = "edad de habitantes" es normal con $\begin{cases} \mu = 40 \text{ años} \\ \sigma = ? \end{cases}$

a) $p[X>60] = 0'0228 \Rightarrow p[X<60] = 0'9772 \Rightarrow$

$\Rightarrow p\left[Z < \frac{60-40}{\sigma}\right] = 0'9772 \overset{\text{TABLA}}{\Rightarrow} \frac{20}{\sigma} = 2 \Rightarrow \sigma = 10$ años

b) Si ahora $X \sim N(40,10)$:

$p[X<35] = p\left[Z < \frac{35-40}{10}\right] = p[Z<-0'5] = p[Z>0'5] =$

$= 1-0'6915 = 0'3085 \rightarrow$ El $30'85\%$

27 X = "peso de estudiantes" $\rightarrow X \sim N(75;6)$

$VAR = \sigma^2 = 36 \text{ kg}^2 \rightarrow \sigma = \sqrt{VAR} = \sqrt{36} = 6$ kg.

a) $p[68<X<80] = p\left[\frac{68-75}{6} < Z < \frac{80-75}{6}\right] = p[-1'17<Z<0'83] =$

$= 0'7967-(1-0'8790) = 0'6757 \rightarrow$ El $67'57\%$

b) $p\left[X>80 / X>76\right] = \frac{p([X>80]\cap[X>76])}{p[X>76]} = \frac{p[X>80]}{p[X>76]} = \frac{p(Z>0'83)}{p(Z>0'17)}$

$= \frac{1-0'7967}{1-0'5675} \simeq 0'4701$

28 X = "peso de lubinas..." es normal con $\begin{cases} \mu = 6706 \text{ gr} \\ \sigma = ? \end{cases}$

- $p[X > 7386] = 0'20 \rightarrow p[X < 7386] = 0'80 \rightarrow$

  $\rightarrow p\left[Z < \frac{7386-6706}{\sigma}\right] = 0'80 \xrightarrow{\boxed{\text{TABLA}}} \frac{7386-6706}{\sigma} = 0'84$ (aprox)

  $\sigma = 809'5238$ (aprox)

- $p[6000 < X < 8000] \underset{\boxed{\text{TIPIFICO}}}{=} p[-0'87 < Z < 1'60] \underset{\boxed{\text{TABLA}}}{=} 0'9452 - (1 - 0'8078) =$

  $= 0'753 \rightsquigarrow$ El $75'3\%$

---

29 X = "peso de elefantes..." es normal con $\left| \begin{array}{l} \mu = 6000 \text{ kg} \\ \sigma = 1500 \text{ kg} \end{array}\right.$

a) $p[X = 6000] = 0$

b) $p[5000 < X < 8000] \underset{\boxed{\text{TIPIFICO}}}{=} p[-0'67 < Z < 1'33] \underset{\boxed{\text{TABLA}}}{=}$

$= 0'9082 - (1 - 0'7486) = 0'6568 \rightsquigarrow$ El $65'68\%$

c) $p[X > p] = 0'33 \Rightarrow p[X < p] = 0'67 \Rightarrow p\left[Z < \frac{p-6000}{1500}\right] = 0'67$

$\xrightarrow{\boxed{\text{TABLA}}} \frac{p-6000}{1500} = 0'44 \Rightarrow p = 6600$ kg.