TEMA 6

SISTEMAS DE ECUACIONES

Ejercicios para Selectividad
de
Sistemas de Ecuaciones
(Problemas con planteamiento)

24 modelos resueltos

Cursos
1996 – 2021

Enunciados

EJERCICIO 1: [S/96] [R]

Una ganadera da a su ganado una mezcla de dos tipos de piensos A y B. Un kilo de pienso A proporciona a una res el 6% de sus necesidades diarias de proteínas y el 14% de sus necesidades de carbohidratos. Un kilo del pienso B contiene el 35% del requerimiento diario de proteínas y el 15% de carbohidratos.

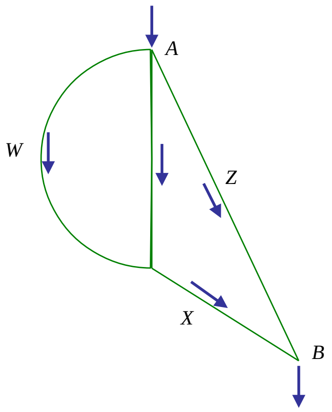
Si la ganadera desea que su ganado tenga cubiertas, pero sin excedentes, sus necesidades diarias de proteínas y carbohidratos, ¿cuántos kilos de cada tipo de pienso deberá proporcionar a cada res?

EJERCICIO 2: [S/97] [R]

Una fabrica de electrodomésticos tiene una producción semanal fija de 42 unidades. La fábrica abastece a tres establecimientos - digamos A, B y C - que demandan toda su producción. En una determinada semana el establecimiento A solicitó tantas unidades como B y C juntos y, por otro lado, B solicitó un 20% más que la suma de la mitad de lo que pidió A más la tercera parte de lo que pidió C.

Plantee y resuelva un sistema que determine el n.º de unidades solicitadas a cada establecimiento.

EJERCICIO 3: [S/97+]



Por la abertura *A* del mecanismo de la figura se introducen 50 bolas que se deslizan hasta salir por *B*. Sabemos que por *W* han pasado 10 bolas.

a) [1] Justifica si es posible hallar el nº de bolas que pasan exactamente por cada uno de los tubos X, Y y Z.

b) [0'5] Supongamos que podemos controlar el nº de bolas que pasan por el tubo Y. Escribe las expresiones que determinan el número de bolas que pasan por los tubos X y Z en función de las que pasas por Y.

c) [1] Un dato nuevo: por Y circulan tres veces más bolas que por Z. ¿Cuántas circulan por X, Y y Z?

EJERCICIO 4: [S/97+] [R]

Una tienda vende una clase de calcetines a 12 € el par. Al llegar las rebajas, durante el primer mes realiza un 30% de descuento sobre el precio inicial, y en el segundo mes un 40% también sobre el precio inicial.

Sabiendo que vende un total de 600 pares de calcetines por 5976 € y que en las rebajas ha vendido la mitad de dicho total, ¿a cuántos pares de calcetines se les ha aplicado el descuento del 40%?

EJERCICIO 5: [S/98+] [R]

Mezclando tres productos, digamos *A*, *B* y *C*, debemos obtener 10 kg. de pienso que contenga 19 unidades de glúcidos y 12 unidades de lípidos.

Sabiendo que cada kilo de *A* contiene una unidad de glúcidos y dos unidades de lípidos, que cada kilo del producto *B* contiene dos unidades de glúcidos y una unidad de lípidos, y que cada kilo del producto *C* contiene cuatro unidades de glúcidos y nada de lípidos, ¿cuántos kilos de cada producto debemos poner?

EJERCICIO 6: [S/98+] [R]

Un estado compra 200 000 barriles de petróleo a tres suministradores diferentes que lo venden a 20, 25 y 30 dólares respectivamente. La factura total asciende a cuatro millones ochocientos mil dólares.

Si del segundo suministrador recibe el 25% de lo que adquiere a los otros dos, ¿cuál es la cantidad comprada a cada suministrador?

EJERCICIO 7: [SS/98]

Alumnos de dos grupos distintos, A y B, realizan un mismo examen de Matemáticas Aplicadas a las CC.SS. de 2º de Bachillerato.

Se sabe que la nota media en el grupo A ha sido de $4'5$ puntos y de $5'4$ puntos en el B.

Calcule el número de alumnos de cada grupo, sabiendo que los dos grupos suman 72 alumnos y que la nota media de los 72 alumnos ha sido $4'95$ puntos.

EJERCICIO 8: [SS/98] [R]

De tres cantidades distintas $r < s < t$ se sabe que la suma de las tres es igual a 113, que al dividir la mayor entre la menor se obtiene un cociente igual a 6 y un resto igual a 4, y que al dividir la mayor entre la cantidad intermedia se obtiene un cociente igual a 2 y un resto igual a 6.

Calcule el valor de cada cantidad.

EJERCICIO 9: [SS/98] [R]

Un vendedor dispone de tres tipos de piensos: A, B y C.

A cierto ganadero le cobra 0,62 € el kilo de una mezcla formada por una parte de pienso A, dos de B y tres de C. A otro ganadero le cobra 0,48 € el kilo de una mezcla formada por dos partes del pienso A y una del tipo B.

a) Averigüe el precio del kilo de una mezcla, a partes iguales, de cada tipo de pienso.

b) Determine el precio del kilo de cada tipo de pienso sabiendo que la mezcla, a partes iguales, de los tipos B y C cuesta 0,65 € el kilo.

EJERCICIO 10: [S/99]

En un supermercado se ofrecen dos lotes formados por distintas cantidades de los mismos productos.

– El primer lote está compuesto por una botella de cerveza, tres bolsas de cacahuetes y siete vasos, con un precio de 5.65 Ptas.

– El segundo lote está compuesto por una botella de cerveza, cuatro bolsas de cacahuetes y diez vasos, con un precio de 740 Ptas.

Con estos datos, ¿se podría averiguar cuánto debería valer un lote formado por una botella de cerveza, una bolsa de cacahuetes y un vaso? Justifica la respuesta.

EJERCICIO 11: [S/99]

Una persona trata de adivinar, mediante ciertas pistas, el coste de tres productos A, B y C que un amigo suyo ha comprado:

Pista 1: si compro una unidad de A, dos de B y una de C me gasto 9000 ptas.

Pista 2: Si compro k unidades de A, k+3 de B y 3 de C me gasto 2.950 ptas.

a) ¿Hay algún valor de k para el que estas dos pistas no son compatibles?

b) Si en la pista 2 se toma $k = 4$, ¿ es posible saber el coste de cada uno de los productos?

Pista 3: El amigo le dice finalmente que el producto C vale cinco veces lo que vale el producto A y que en la pista 2 se tiene $k = 4$.

c) ¿Cuánto valen A, B y C?

EJERCICIO 12: [SS/99]

Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones necesario para dar solución al siguiente problema:

“Un comerciante ha vendido 600 camisetas por un total de 638.000 Pta. Su precio original era de 1.200 Pta. por camiseta, pero ha vendido en las rebajas una parte de ellas con un descuento del 30% del precio original y otra parte con un descuento del 40%. Sabiendo que el número total de camisetas rebajadas fue la mitad del número de las que vendió a 1.200 Pta., ¿cuántas camisetas vendió a cada precio?”

EJERCICIO 13: [SS/99]

En una tienda, un cliente se ha gastado 15.000 Pta. en la compra de 12 artículos entre discos, libros y carpetas. Cada disco le ha costado 2.000 Pta., cada libro 1.500 Pta. y cada carpeta 500 Pta. Se sabe que entre libros y carpetas hay el triple que de discos.

a) Formule un sistema de ecuaciones asociado al enunciado anterior.

b) Determine cuántos artículos ha comprado de cada tipo.

EJERCICIO 14: [SS/99]

Una heladería prepara helados de tres tamaños, 125 gr., 250 gr. y 500 gr., cuyos precios son 150 pta., 270 pta. y 495 pta., respectivamente. Un cliente compra 10 helados, con un peso total de 2´5 Kg., y paga por ellos 2.670 pta. Se desea conocer el número de helados que ha comprado de cada tipo.

- Formule el sistema de ecuaciones asociado al enunciado del problema.

- Halle el número de helados de cada tipo.

EJERCICIO 15: [SS/00]

Plantee, son resolver, el sistema de ecuaciones necesario para dar solución al siguiente problema:

“Una empresa de repostería tiene 10 vehículos entre motocicletas (2 ruedas), turismos (4 ruedas) y pequeños camiones de reparto (6 ruedas). El impuesto municipal, por vehículo es de 2000 pta., 5000 pta. y 8000 ptas, respectivamente. Sabiendo que ha pagado un total de 41000 pta por este concepto y que el total de ruedas de sus vehículos es de 34, ¿cuántos vehículos tiene de cada tipo?

EJERCICIO 16: [S/00] [R]

Un mayorista de café dispone de tres tipos base (Moka, Brasil y Colombia) para preparar tres tipos de mezcla (A, B y C), que envasa en sacos de 60 kg. con los siguientes contenidos en kilos y precios del kilo:

	Mezcla A	Mezcla B	Mezcla C
Moka	15	30	12
Brasil	30	10	18
Colombia	15	20	30
Precio (€/kg.)	4	4.5	4.7

Si preparar las mezclas no supone coste alguno, ¿cuál es el precio de cada uno de los tipos base de café?

EJERCICIO 17: [SS/01]

Determine dos números sabiendo que al dividir el mayor por el menor obtenemos 7 de cociente y 2 de resto, y que la diferencia entre el triple del mayor y el menor es 106.

EJERCICIO 18: [SS/01]

Un establecimiento pone a la venta tres tipos de camisas *A*, *B* y *C*. Se sabe que la razón entre los precios de las camisas *C* y *B* es 19/18 y entre los de *B* y *A* es 6/5. Al comprar tres camisas, una de cada clase, se pagan 13000 pts. Plantee el sistema de ecuaciones que permita conocer el precio de cada camisa.

EJERCICIO 19: [SS/01] [R]

Un autobús transporta 90 viajeros con tres tarifas diferentes:

1ª: Viajeros que pagan el billete entero, que vale 0.70 €.

2ª: Estudiantes, con descuento del 50%.

3ª: jubilados, con descuento del 80%.

Se sabe que el número de estudiantes es diez veces el de jubilados y que la recaudación total ha sido de 46.76 euros. Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones necesario para determinar el número de viajeros, de cada tarifa, que va en el autobús.

EJERCICIO 20: [S/02]

En el sector de las aceitunas sin hueso, tres empresas A, B y C se encuentran en competencia. Calcula el precio por unidad dado por cada empresa sabiendo que verifican las siguientes relaciones:

– El precio de la empresa A es 0.6 euros menos que la media de los precios establecidos por B y C.

– El precio de la empresa B es la media de los precios de A y C.

– El precio dado por C es igual a 2 euros más 2/5 del precio dado por A más 1/3 del precio dado por B.

EJERCICIO 21: [SS/02] [R]

Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 euros por 24 litros de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 litros de aceite de oliva.

Plantee y resuelva un sistema de ecuaciones para calcular el precio unitario de cada artículo, sabiendo que 1 litro de aceite cuesta el triple que uno de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 litros de aceite más 4 litros de leche.

EJERCICIO 22: [S/03] [R]

Una empresa cinematográfica dispone de tres salas (A , B y C). Los precios de entrada a estas salas son de 3, 4 y 5 euros, respectivamente. Un día la recaudación conjunta de las tres salas fue de 720 euros y el número total de espectadores fue de 200. Si los espectadores de la primera sala hubieran asistido a la segunda y los de la segunda a la primera, se hubiese obtenido una recaudación de 20 euros más.

Calcula el número de espectadores que acudió a cada una de las salas.

EJERCICIO 23: [SS/03]

Plantee, sin resolver, un sistema de ecuaciones que dé solución al siguiente problema:

“Un inversor compró acciones de las empresas A, B y C por un valor total de 20000 euros, invirtiendo en C el doble que en A. Al cabo de un año la empresa A le pagó el 6% de beneficio, la B el 8% y la C el 10%. Si el beneficio total fue de 1720 euros, ¿qué dinero invirtió en cada empresa ?

EJERCICIO 24: [S/04] [R]

Un tendero dispone de tres tipos de zumo en botellas que llamaremos A, B y C. El mencionado tendero observa que si vende a 1€ las botellas del tipo A, a 3 € las del tipo B y a 4 € las del tipo C, entonces obtiene un total de 20 € . Pero si vende a 1€ las del tipo A, a 3 € las del B y a 6 € las del C, entonces obtiene un total de 25 € .

a) Plantea el sistema de ecuaciones que relaciona el número de botellas de cada tipo que posee el tendero.
b) Resuelve dicho sistema.
c) ¿Puede determinarse el número de botellas de cada tipo de que dispone el tendero? (Ten en cuenta que el número de botellas debe ser entero y positivo).

EJERCICIO 25: [SS/04]

Sabemos que el precio del kilo de tomates es la mitad que el del kilo de carne. Además, el precio del kilo de gambas es el doble que el de carne.

Si pagamos 18 euros por 3 kilos de tomates, 1 kilo de carne y 250 gramos de gambas, ¿cuánto pagaríamos por 2 kilos de carne, 1 kilo de tomates y 500 gramos de gambas?

EJERCICIO 26: [SS/04]

Plantee, sin resolver, un sistema de ecuaciones asociado al siguiente problema:

“Un monedero contiene 1 euro en monedas de 2, 5 y 10 céntimos; en total hay 22 monedas. Sabiendo que el número de monedas de 5 y 10 céntimos juntas excede en 2 unidades al número de monedas de 2 céntimos, obtenga el número de monedas de cada tipo que hay en el monedero”.

EJERCICIO 27: [S/05] [R]

Álvaro, Marta y Guillermo son tres hermanos. Álvaro dice a Marta: si te doy la quinta parte del dinero que tengo, los tres hermanos tendremos la misma cantidad.

Calcula lo que tiene cada uno si entre los tres juntan 84 euros.

EJERCICIO 28: [S/05]

En una excavación arqueológica se han encontrado sortijas, monedas y pendientes. Una sortija, una moneda y un pendiente pesan conjuntamente 30 gramos. Además, 4 sortijas, 3 monedas y 2 pendientes han dado un peso total de 90 gramos. El peso de un objeto deformado e irreconocible es de 18 gramos.

Determina si el mencionado objeto es una sortija, una moneda o un pendiente, sabiendo que los objetos que son del mismo tipo pesan lo mismo.

EJERCICIO 29: [SS/06] [R]

El cajero de un banco sólo dispone de billetes de 10, 20 y 50 euros. Hemos sacado 290 euros del banco y el cajero nos ha entregado exactamente 8 billetes. El número de billetes de 10 euros que nos ha dado es el doble del de 20 euros.

Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones lineales asociado a este problema para obtener el número de billetes de cada tipo que nos ha entregado el cajero.

EJERCICIO 30: [SS/06] [R]

En un examen de Matemáticas que constaba de tres problemas, un alumno obtuvo una calificación total de 7.2. La puntuación del primer problema fue un 40 % más que la del segundo, y la del tercero fue el doble de la suma de las puntuaciones del primero y el segundo.

¿Cuál fue la puntuación de cada problema?

EJERCICIO 31: [SS/07] [R]

Un taller de carpintería ha vendido 15 muebles, entre sillas, sillones y butacas, por un total de 1600 euros. Se sabe que cobra 50 euros por cada silla, 150 euros por cada sillón y 200 euros por cada butaca, y que el número de butacas es la cuarta parte del número que suman los demás muebles.

Plantee, sin resolver, un sistema de ecuaciones adecuado que permita calcular cuántos muebles de cada clase ha vendido ese taller.

EJERCICIO 32: [S/08] [R]

Un cajero automático contiene sólo billetes de 10, 20 y 50 euros. En total hay 130 billetes con un importe de 3000 euros.

a) ¿Es posible que en el cajero haya el triple número de billetes de 10 que de 50?

b) Suponiendo que el número de billetes de 10 es el doble que el número de billetes de 50, calcula cuantos billetes hay de cada tipo.

EJERCICIO 33: [S/09]

Tratamos de adivinar, mediante ciertas pistas, los precios de tres productos A , B y C

- Pista 1: Si compramos una unidad de A, dos de B y una de C gastamos 118 euros
- Pista 2: Si compramos n unidades de A, $n+3$ de B y tres de C gastamos 390 euros

a) ¿Hay algún valor de n para el que estas dos pistas sean incompatibles?

b) Sabiendo que $n=4$ y que el producto C cuesta el triple que el producto A, calcula el precio de cada producto

EJERCICIO 34: [SS/09]

En un comercio de bricolaje se venden listones de madera de tres longitudes: 0,90 , 1,50 y 2,40 metros cuyos respectivos precios son 4 , 6 y 10 euros. Un cliente ha comprado 19 listones, con una longitud total de 30 metros, que le han costado 126 euros en total

Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones necesario para determinar cuántos listones de cada longitud ha comprado.

EJERCICIO 35: [SS/09]

Una tienda dispone de latas de conserva de tomate de tres fabricantes: A , B y C . El fabricante A envasa el tomate en latas de 250 gramos, el fabricante B lo envasa en latas de 500 gramos y el C en latas de 1 kilo. Esas latas se venden a 1, 1,8 y 3,3 euros, respectivamente. Compramos 20 latas que pesan en total 10 kilos y nos cuestan 35,6 euros. Queremos saber cuántas latas de cada fabricante hemos comprado.

a) Plantee el sistema de ecuaciones que resolvería el problema.

b) Resuelva el problema.

EJERCICIO 36: [S/09] [R]

Una empresa envasadora ha comprado un total de 1500 cajas de pescado en tres mercados diferentes, a un precio por caja de 30, 20 y 40 euros respectivamente. El coste total de la operación ha sido de 40500 euros. Calcula cuánto ha pagado la empresa en cada mercado, sabiendo que en el primero de ellos se ha comprado el 30 % de las cajas.

EJERCICIO 37: [S/12] [R]

Un estudiante ha gastado 57 euros en una papelería por la compra de un libro, una calculadora y un estuche. Sabemos que el libro cuesta el doble que el total de la calculadora y el estuche juntos.

a) ¿Es posible determinar de forma única el precio del libro? ¿Y el de la calculadora? Razona la respuesta.

b) Si el precio del libro, la calculadora y el estuche hubieran sufrido un 50%, un 20% y un 25% de descuento respectivamente, el estudiante habría pagado un total de 34 euros. Calcula el precio de cada artículo.

EJERCICIO 38: [S/16] [R]

De los datos recabados en un informe sobre los beneficios obtenidos por las empresas A, B y C el pasado año, se desprende lo siguiente:

- la empresa B obtiene el mismo beneficio que las empresas A y C juntas.
- el beneficio de la empresa A es la media aritmética del de las otras dos.

a) Determina si es posible hallar el beneficio de cada empresa sabiendo que A obtuvo el doble que C.

b) Calcula el beneficio de cada empresa sabiendo que entre las tres han obtenido 210 millones de euros.

EJERCICIO 39: [S/17] [R]

Sabemos que el coste de 3 lápices, 1 rotulador y 2 carpetas es de 15 euros, mientras que el de 2 lápices, 4 rotuladores y 1 carpeta es de 20 euros.

a) Sabiendo que 1 lápiz y 7 rotuladores cuestan 25 euros ¿podemos deducir el precio de cada uno de los artículos? Razone la respuesta.

b) Si por el precio de una carpeta se pueden comprar 10 lápices, ¿cuánto cuesta cada uno de los artículos?

EJERCICIO 40: [S/18] [R]

a) Justifica que es posible hacer un pago de 34,50 euros cumpliendo las siguientes condiciones:

   - usando únicamente monedas de 50 céntimos, de 1 euro y de 2 euros;
   - se tienen que usar exactamente 30 monedas;
   - tiene que haber tantas monedas de 1 euro como de 50 céntimos y de 2 euros juntas.

   ¿De cuántas maneras y con cuántas monedas de cada tipo se puede realizar el pago?

b) Si se redondea la cantidad a pagar a 35 euros, justifica si es posible o no realizar el pago bajo esas misma condiciones.

EJERCICIO 41: [S/19]

Calcula, en grados, los tres ángulos de un triángulo sabiendo que el menor de ellos es la mitad del ángulo mayor y que la suma del ángulo menor y el ángulo mayor es el doble del otro ángulo.

EJERCICIO 42: [S/21]

En una cafetería, tres cafés, una tostada y dos zumos de naranja cuestan 7.50 €. Cuatro cafés, una tostada y un zumo de naranja cuestan 7.20 €.

a) Calcula, de forma razonada, el precio total de dos cafés, una tostada y tres zumos de naranja.

b) ¿El precio de un zumo de naranja podría ser de 2 €? Razona la respuesta.

EJERCICIO 43: [S/21]

Una empresa de mensajería opera en tres rutas distintas A, B y C. Semanalmente hace un total de 70 viajes, y el número de viajes por la ruta B es igual a la suma de los viajes por las rutas A y C.

a) Si sabemos que el doble de la suma de los viajes por las rutas A y C es 70, ¿podemos deducir el número de viajes por cada ruta? Razona la respuesta.

b) Si el doble de viajes por la ruta C es igual al número de viajes por la ruta B menos 5, ¿cuántos viajes hace por cada ruta?

EJERCICIO 44: [S/21]

En una empresa se fabrican tres tipos de productos plásticos: botellas, garrafas y bidones. Se utiliza como materia prima 10 kg de polietileno cada hora. Se sabe que para fabricar cada botella se necesitan 50 gramos, para cada garrafa 100 gramos y 1 kg para cada bidón.

El gerente también nos dice que se debe producir el doble de botellas que de garrafas. Por último, se sabe que por motivos de capacidad de trabajo, en las máquinas se producen en total 52 productos cada hora.

¿Cuántas botellas, garrafas y bidones se producen cada hora?

Soluciones

EJERCICIO 1

Sea x el número de kilos de pienso A e y el número de kilos de pienso B.

Organicemos en una tabla:

	Pienso A (1 kg)	Pienso B (1 kg)
Proteínas (%)	6	35
Carbohidratos (%)	14	15

Las proteínas proporcionadas deben ser el 100%: $6x + 35y = 100$ [1]

Los carbohidratos proporcionados deben ser el 100%: $14x + 15y = 100$ [2]

Basta resolver por cualquiera de los métodos conocidos el sistema que forman [1] y [2] (aquí Cramer):

$$x = \frac{100 \cdot 15 - 100 \cdot 35}{6 \cdot 15 - 14 \cdot 35} = 5\,,\ y = \frac{100 \cdot 6 - 100 \cdot 14}{6 \cdot 15 - 14 \cdot 35} = 2$$

Así que se deberán suministrar 5 kilos de pienso A y 2 kilos de pienso B.

EJERCICIO 2

Sean x, y, z los números de unidades solicitadas por A, B y C, respectivamente.

La producción semanal es de 42 unidades:

$$x + y + z = 42 \text{ [1]}$$

A solicitó tantas unidades como B y C juntos:

$$x = y + z \text{ [2]}$$

B solicitó un 20% más que la suma de la mitad de lo que pidió A más la tercera parte de lo que pidió C

$$y = 1.20 \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{z}{3}\right) \text{ [3]}$$

Si sustituimos [2] en [1] obtenemos $x + x = 42 \to 2x = 42 \to x = 21$

Sustituyendo este valor en [3]: $y = 12.6 + 0.4z$

Sustituyendo esto y $x = 21$ en [2]: $21 = 12.6 + 0.4z + z \to 1.4z = 8.4 \to z = 6$

Ya sacamos y de [2] mismo: $21 = y + 6 \to y = 15$

Así que se solicitaron 21, 15 y 6 unidades por A, B y C, respectivamente.

EJERCICIO 4

Pongamos que vendió x pares sin rebajar, y pares con 30% de descuento y z pares con 40% de descuento.

Total de pares es 600: $x + y + z = 600$ [1]

Total importe es 5976 euros: $12x + 12 \cdot 0.70y + 12 \cdot 0.60z = 5976$ [2]

En rebajas vendió la mitad del total: $y + z = 300$ [3]

Si sustituimos [3] en [1] sale directamente $x = 300$.

Si despejamos z de [3] nos sale $z = 300 - y$. Sustituyendo esto y $x = 300$ en [2]:

$$12 \cdot 300 + 12 \cdot 0.70y + 12 \cdot 0.60\,(300 - y) = 5976 \to 1.2y = 216 \to y = 180$$

Ahora $z = 300 - 180 = 120$.

Tenemos así que aplicó el 40% de descuento a 120 pares de calcetines.

EJERCICIO 5:

Mezclemos x kilos de producto *A* con y kilos de producto *B* y con z kilos de producto *C*

El total de kilos es 10: $x + y + z = 10$ [1]

El total de unidades de glúcidos es 19: $x + 2y + 4z = 19$ [2]

El total de unidades de lípidos es 12: $2x + y = 12$ [3]

Despejando y en la [3] obtenemos $y = 12 - 2x$ y sustituyendo en las dos primeras nos queda el sistema:

$$\left.\begin{array}{rcr} -x + \ \ z & = & -2 \\ -3x + 4z & = & -5 \end{array}\right\} \xrightarrow{resolviendo} x = 3\,,\, z = 1$$

Sustituyendo en [3] obtenemos $y = 6$.

Hemos de mezclar 3 kilos de *A* con 6 kilos de *B* y 1 de *C*.

EJERCICIO 6

Sean x, y, z los números de barriles adquiridos al primero, segundo y tercer suministrador, respectivamente.

El total de barriles es 200 000: $x + y + z = 200000$ [1]

El total de dinero es 4 800 000 dólares: $20x + 25y + 30z = 4800000$ [2]

Lo adquirido al segundo es el 25% de lo comprado a los otros dos: $y = \frac{1}{4}(x + z)$ [3]

Si pasamos el cuatro multiplicando al primer miembro obtenemos $x + z = 4y$. Y sustituyendo en [1]:

$$x + y + z = 200000 \xrightarrow[x+z=4y]{} 4y + y = 200000 \rightarrow y = 40000$$

Ahora las ecuaciones [1] y [2] quedan:

$$\begin{cases} x + \ \ z & = \ 160000 \\ 2x + 3z & = \ 380000 \end{cases}$$

Resolviendo este sistema que resulta, obtenemos

$$x = 100000\,, z = 60000$$

Compró 100 000 , 40 000 y 60 000 barriles a cada suministrador, respectivamente.

EJERCICIO 8

Las incógnitas están indicadas en el enunciado: los números $r < s < t$

La suma es 113: $r + s + t = 113$ [1]

Al dividir t entre r tenemos 6 de cociente y 4 de resto: $t = 6r + 4$ [2]

Al dividir t entre s tenemos 2 de cociente y 6 de resto: $t = 2s + 6$ [3]

(Recordemos: dividendo igual al divisor por el cociente más el resto)

Si despejamos r y s de [2] y [3] y los sustiuimos en [1]:

$$\frac{t-4}{6} + \frac{t-6}{2} + t = 113 \xrightarrow{resolviendo} t = 70$$

Ahora volviendo a [2] y [3] sacamos $r = 11$ y $s = 32$.

Tenemos así:

$$r = 11, s = 32\,, t = 70$$

EJERCICIO 9

Sean x, y ,z los precios en euros de cada kilo de pienso *A*, *B* y *C*, respectivamente.

Un kilo de A más dos kilos de B más tres kilos de C son 6 kilos de mezcla a 0.62 € el kilo:

$$x + 2y + 3z = 6 \cdot 0.62 \text{ [1]}$$

Dos kilos de A más un kilo de B son tres kilos de mezcla a 0.48 € el kilo:

$$2x + y = 3 \cdot 0.48 \text{ [2]}$$

Un kilo de B más un kilo de C son 2 kilos de mezcla a 0.65 € el kilo:

$$y + z = 2 \cdot 0.65 \text{ [3]}$$

Despejando z en la [3] obtenemos $z = 1.30 - y$ y sustituyendo en las dos primeras nos queda el sistema:

$$\left\{ \begin{array}{rcr} x - y & = & -0.18 \\ 2x + y & = & 1.44 \end{array} \right.$$

Resolviendo por reducción y sustituyendo en [3] nos queda:

$$x = 0.42\,,\; y = 0.60\,,\; z = 0.70$$

Tenemos así que un kilo de A cuesta 0.42 €, uno de B vale 0.60 € y un kilo de C cuesta 0.70 €.

EJERCICIO 16

Sea x el precio de un kilo de Moka, y el precio de un kilo de Brasil y z el precio de un kilo de Colombia.

15 kilos de Moka + 30 kilos de Brasil + 15 kilos de Colombia son 60 kilos de Mezcla A:

$$15x + 30y + 15z = 60 \cdot 4$$

30 kilos de Moka + 10 kilos de Brasil + 20 kilos de Colombia son 60 kilos de Mezcla B:

$$30x + 10y + 20z = 60 \cdot 4.5$$

12 kilos de Moka + 18 kilos de Brasil + 30 kilos de Colombia son 60 kilos de Mezcla C:

$$12x + 18y + 30z = 60 \cdot 4.7$$

Simplificando las ecuaciones (entre 15, 10 y 6) obtenemos el sistema:

$$\left. \begin{array}{rcr} x + 2y + z & = & 16 \\ 3x + y + 2z & = & 27 \\ 2x + 3y + 5z & = & 47 \end{array} \right\} \xrightarrow{resolviendo} x = 4\,, y = 3\,, z = 6$$

Luego los precios cada kilo de Moka, Brasil y Colombia son 4, 3 y 6 euros, respectivamente.

EJERCICIO 19

Sean

x el número de personas que pagan 0.70 €

y el número de personas que pagan 0.35 €

z el número de personas que pagan 0.14 €

Número de estudiantes es 10 veces número de jubilados: $y = 10z$ [1]

Recaudación total es 46.76 €: $0.70x + 0.35y + 0.14z = 46.76$ [2]

Total viajeros es 90: $x + y + z = 90$ [3]

Sustituyendo $y = 10z$ en las otras dos ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{rcrcl} 0.70x & + & 3.64z & = & 46.76 \\ x & + & 11z & = & 90 \end{array}\right\}$$

Multiplicando por 0.70 la segunda ecuación y reduciendo obtenemos $z = 4$. Sustituyendo en la segunda $x = 40$ y es claro que $y = 40$.

Luego viajan 46 pasajeros sin descuento, 40 estudiantes y 4 jubilados.

EJERCICIO 21

Sea

x el precio en € del litro de leche

y el precio en € del kilo de jamón

z el precio en € del litro de aceite

El cliente pagó en total 156 euros: $24x + 6y + 12z = 156$ [1]

1 litro de aceite cuesta el triple que uno de leche: $z = 3x$ [2]

1 kg de jamón cuesta igual que 4 litros de aceite más 4 litros de leche: $y = 4x + 4z$ [3]

Sustituyendo $z = 3x$ en [3] Obtenemos:

$$y = 16x$$

Sustituyendo ahora $y = 16x$ y $z = 3x$ en [1]:

$$24x + 96x + 36x = 156 \;\rightarrow\; x = 1$$

Tenemos así que $y = 16$ y $z = 3$.

Luego un litro de leche cuesta 1 €, un kilo de jamón 16 € y 1 litro de aceite 3 €.

EJERCICIO 22

Sea x el número de espectadores de la sala A, y el de la sala B y z el número espectadores de la sala C.

Total espectadores es 200: $x+y+z=200$ [1]

Total de recaudación es 720 €: $3x+4y+5z=720$ [2]

Si van y a sala A y van x a la sala B y z a la sala C recaudamos 740 €: $4x+3y+5z=740$ [3]

Resolvamos por Gauss el sistema S formado por [1]+[2]+[3]:

$$S \xrightarrow[\substack{e_2'=-3e_1+e_2 \\ e_3'=-4e_1+e_3}]{} \left\{ \begin{array}{rl} x+y+\ \ z= & 200 \\ y+2z= & 120 \\ -y+\ \ z= & -60 \end{array} \right| \xrightarrow[e_3'=e_2+e_3]{} \left\{ \begin{array}{rl} x+y+\ \ z= & 200 \\ y+2z= & 120 \\ 3z= & +60 \end{array} \right.$$

Calculando las incógnitas escalonadamente

$$z=30\,, y=60\,, x=110$$

Así que acudieron 110 personas a la sala A, 60 a la B y 30 a la sala C.

EJERCICIO 24

Sean x, y, z los números de botellas de zumos A, B y C, respectivamente.

El total de la primera venta total es 20 euros: $x+3y+4z=20$ [1]

El total de la segunda venta es 25 euros: $x+3y+6z=25$ [2]

El sistema obtenido es de dos ecuaciones con tres incógnitas, así que si es compatible será indeterminado:

$$\left. \begin{array}{rcl} x+3y+4z & = & 20 \\ x+3y+6z & = & 25 \end{array} \right\} \xrightarrow{resolviendo} x=10-3\lambda\,, y=\lambda\,, z=2.5$$

Evidentemente esto no es posible pues todas en todas las soluciones del sistema el valor de z no es un número entero.

EJERCICIO 27

Sean x, y y z la cantidad de dinero que tienen, en euros, Álvaro, Marta y Guillermo, respectivamente

Si Álvaro da la quinta parte de lo que tiene ($x/5$) a Marta, entonces quedarán así:

Álvaro	Marta	Guillermo
$x-\dfrac{x}{5}=\dfrac{4x}{5}$	$y+\dfrac{x}{5}=\dfrac{x+5y}{5}$	z

Ahora nos dice que todos tienen la misma cantidad, luego:

Guillermo queda con lo mismo que Álvaro: $z=\dfrac{x+5y}{5}$ [1]

Guillermo queda con lo mismo que Marta: $z=\dfrac{4x}{5}$ [2]

Y todos juntan 84 euros: $\dfrac{4x}{5}+\dfrac{x+5y}{5}+z=84$ [3]

Si sustituimos [1] y [2] en [3]: $z+z+z=84 \rightarrow 3z=84 \rightarrow z=28$

De [2] sacamos ahora x: $\dfrac{4x}{5}=28 \rightarrow x=28\cdot 5\div 4=35$

Y ahora de [1] sacamos y: $28=\dfrac{35+5y}{5} \rightarrow 28=7+y \rightarrow y=21$

Tenemos así que Álvaro, Marta y Guillermo tienen 35, 21 y 28 euros, respectivamente.

EJERCICIO 29

Sea x el número de billetes de 10 € , y el número de billetes de 20 € , z el número de billetes de 50 €

Como en total son 8 billetes: $x+y+z=8$

Como en total son 290 €: $10x+20y+50z=290$

Nº billetes de 10 € es doble de nº billetes de 20 €: $x=2\cdot y$

Simplificando adecuadamente obtenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x+y+z=8 \\ x+2y+5z=29 \\ x-2y=0 \end{cases}$$

Resolvamos por Gauss:

$$S:\left|\begin{matrix} e_2'=e_2-e_1 \\ e_3'=e_3-e_1 \end{matrix}\right\rangle \begin{cases} x-2y+2z=3 \\ y+4z=21 \\ -3y-z=-8 \end{cases} \left|e_3'=e_3+3e_2\right\rangle \begin{cases} x-2y+2z=3 \\ y+4z=21 \\ 11z=55 \end{cases} \left|\begin{matrix} e_3\rightarrow z=5 \\ e_2\rightarrow y=1 \\ e_1\rightarrow x=2 \end{matrix}\right.$$

Concluimos que hay dos billetes de 10 € , uno de 20 € y cinco de 50 €

EJERCICIO 30

Sea x la puntuación del problema 1, y la del problema 2 y z la puntuación del problema 3.

Puntuación total 7.2: $x + y + z = 7.2$ [1]

Puntuación del primer problema fue un 40% más que la del segundo: $x = 1.4y$ [2]

Puntuación del tercero fue el doble de la suma de las puntuaciones de los otros: $z = 2(x + y)$ [3]

Nos queda así el sistema siguiente que nos permitirá obtener las puntuaciones.

$$\begin{cases} x + y + z &= 7.2 \\ x &= 1.4y \\ \qquad\quad z &= 2(x + y) \end{cases}$$

Si sustituimos [3] en [1] nos sale $0.5z + z = 7.2 \to 1.5z = 7.2 \to z = 4.8$. Y si sustituimos esto junto con [2] en [3] obtenemos $4.8 = 2 \cdot 2.4y \to y = 1$. Ahora de [2] ya sale $x = 1.4 \cdot 1 = 1.4$.

Así, las puntuaciones en los tres problemas fueron 1.4 , 1 y 4.8, respectivamente.

EJERCICIO 31

Sólo se pide su planteamiento. Sea

x es nº sillas (a 50€)

y es nº sillones (a 150€)

z es nº butacas (a 200€)

En total son 15 muebles:

$$x + y + z = 15$$

El precio total ha sido de 1600€

$$50x + 150y + 200z = 1600$$

Nº de butacas es la cuarta parte del número que suman los demás muebles:

$$z = \frac{x+y}{4}$$

Simplificando adecuadamente obtenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 15 \\ x + 3y + 4z = 32 \\ x + y - 4z = 0 \end{cases}$$

<u>Nota</u>: con Geogebra obtenemos $\{x = 8 , y = 4 , z = 3\}$.

EJERCICIO 32

Sean

x el n.º de billetes de 10€

y el n.º de billetes de 20€

z el n.º de billetes de 50€.

Total de billetes es 130: $x+y+z=130$ [1]

Total importe 3000 euros: $10x+20y+50z=3000$ [2]

En (a) se indica que nº de billetes de 10 es triple de n.º billetes 50: $x=3z$ [3a]

Si sustituimos [3a] en [1] y [2] nos sale, tras simplificar, el sistema $\{y+4z=130\,, y+4z=150\}$, que es claramente incompatible.

Así que no es posible lo que se pregunta.

En (b) se indica que nº de billetes de 10 es el doble del n.º billetes 50: $x=2z$ [3b]

Si sustituimos [3b] en [1] y [2] nos sale, tras simplificar, el sistema $\{y+3z=130\,, 2y+7z=300\}$. Resolviendo y sustituyendo obtenemos $x=80\,, y=10\,, z=40$.

Luego hay 80 billetes de 10€, 10 billetes de 20€ y 40 billetes de 50€.

EJERCICIO 36

Sean x el n.º de cajas al primer mercado (30€), y al segundo (20€) y z el n.º de cajas al tercero (40€).

Total de cajas es 1500: $x+y+z=1500$ [1]

Total coste es 40500 euros: $30x+20y+40z=40500$ [2]

En el 1º compró el 30% de las cajas: $x=0,30\cdot 1500=450$ [3]

Sustituyendo [3] en [1] y [2] obtenemos tras simplificar el sistema:

$$\left.\begin{array}{rcl} y+\ \ z & = & 1050 \\ y+2z & = & 1350 \end{array}\right\} \xrightarrow{resolviendo} y=750\,, z=300$$

Pagó $450\cdot 30=13500$ euros en el primer mercado, $750\cdot 20=15000$ euros en el segundo y $300\cdot 40=12000$ euros en el tercero

EJERCICIO 37

Sean x el precio en euros de un libro, y el de una calculadora y z el de un estuche.

Total de la compra es 57 euros: $x + y + z = 57$ [1]

Precio libro es doble de calculadora y estuche juntos: $x = 2\,(y + z)$ [2]

En el apartado (a) no se da ningún dato adicional. Sustituyendo [2] en [1] nos sale

$$x + \frac{x}{2} = 57 \rightarrow x = 38$$

Luego el libro vale 38 euros. Pero no podemos determinar los otros dos precios, porque lo único que sabemos es que $y + z = 57 - 38 = 19$.

En el apartado (b) nos da un nuevo dato:

$$0,5x + 0,8y + 0,25z = 34 \text{ [3]}$$

Sustituyendo $x = 38$, simplificando y uniéndolo a lo anterior nos sale:

$$\left.\begin{array}{r} y + \qquad z = 19 \\ 0.80y + 0.75z = 15 \end{array}\right\} \xrightarrow{resolviendo} y = 15\,, z = 4$$

Así que los precios cada artículo son 38, 15 y 4 euros, respectivamente.

EJERCICIO 38

Sean x el beneficio (en euros) de la empresa A, y el de B y z el beneficio de la empresa C.

El beneficio de B es el de A y C juntas: $y = x + z$ [1]

El beneficio de A es la media de las otras dos: $x = \dfrac{y + z}{2}$ [2]

En (a) pregunta si es posible que “beneficio de A es igual a doble del C”: $x = 2z$ [3a]

Sustituyendo [3a] en [1] y [2], tras simplificar nos queda una única ecuación: $y = 3z$. Así que no podemos determinar los beneficios.

Con (b) añadimos: $x + y + z = 210000000$[3b]

Si sustituimos [1] en [3b] queda $2y = 21000000 \rightarrow y = 10500000$. Y si sustituimos [2] en [3b] nos queda $x + 2x = 21000000 \rightarrow x = 7000000$. Y de cualquiera de ellas sale ya $z = 35000000$.

Los respectivos beneficios de A, B y C fueron de setenta, diez y medio y treinta cinco millones de euros.

EJERCICIO 39

Sean $x,\ y,\ z$ los precios de cada lápiz, rotulador y carpeta, respectivamente.

3 lápices + 1 rotulador + 2 carpetas son 15 €: $3x + y + 2z = 15$ [1]

2 lápices + 4 rotuladores + 1 carpeta son 20 €: $2x + 4y + z = 20$ [2]

En (a) nos dice que

1 lápiz + 7 rotuladores son 25 €: $x + 7y = 25$ [3a]

Si al doble de [2] le restamos [1] reducimos z. ¡Nos queda $x + 7y = 25$! Así que [3a] no aporta información adicional, siendo un sistema compatible indeterminado: no se puede determinar el precio de cada artículo.

En (b) nos dice ahora que

una carpeta cuesta igual que 10 lápices: $z = 10x$ [3b]

Sustituyendo en [1] y [2]:

$$\left.\begin{aligned} 23x + y &= 15 \\ 30x + 4y &= 20 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{resolviendo} x = 0.50\,, y = 3.50$$

Así que cada lápiz cuesta 0.50 €, cada rotulador 3.50 € y cada carpeta 5 €.

EJERCICIO 40

Sean $x,\ y,\ z$ el número de monedas de 0,50 , 1 y 2 euros, respectivamente.

Total de monedas es 30: $x + y + z = 30$ [1]

Monedas de 1 € hay tantas como de 0,50 y 2 € juntas: $y = x + z$ [2]

Total pago es 34,50€: $0.50x + y + 2z = 34.50$ [3]

Sustituyendo [2] en [1] nos sale que $2y = 30 \to y = 15$. Sustituyendo esto en [2] y [3]:

$$\left.\begin{aligned} x + z &= 15 \\ 0.5x + 2z &= 19.5 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{resolviendo} x = 7\,, z = 8$$

Así que usaremos 7 monedas de 0,50€, 15 de 1€ y 8 monedas de 2€.

En el apartado (b) se pide cambiar en [3] 34.50 por 35. El sistema se reduciría ahora a resolver

$$\left.\begin{aligned} x + z &= 15 \\ 0.5x + 2z &= 20 \end{aligned}\right\}$$

Pero ahora debe ser $z = 8.333\ldots$, que no es un número entero. Así que no es posible realizar ese pago bajo estas nuevas condiciones.

EJERCICIO 41

Si llamamos x al ángulo mayor entonces el menor es $\frac{x}{2}$. Llamemos y al ángulo mediano:

La suma del ángulo menor y el ángulo mayor es el doble del otro ángulo: $x + \frac{x}{2} = 2y$ [1]

La suma de tes ángulos es 180º $x + \frac{x}{2} + y = 180$ [2]

Sustituyendo $x + \frac{x}{2}$ en la segunda ecuación:

$$2y + y = 180 \to y = 60$$

De la ecuación primera:

$$x + \frac{x}{2} = 120 \to x = 80 \to \frac{x}{2} = 40$$

Los ángulos miden 40º, 60º y 80º respectivamente

EJERCICIO 42

Sean *x*, *y*, *z* los respectivos precios en euros de un café, una tostada y un zumo de naranja.

a) Tres cafés, una tostada y dos zumos de naranja cuestan 7.50 € $3x + y + 2z = 7.50$ [1]

Cuatro cafés, una tostada y un zumo de naranja cuestan 7.20 € $4x + y + z = 7.20$ [2]

Deseamos combinar ambas para obtener $2x + y + 3z$:

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow[]{\substack{e_2 - e_1 \\ e_3 - e_1}} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \to e_3 - e_1 = -(e_2 - e_1) \to e_3 = 2e_1 - e_2$$

Luego:

$$2x + y + 3z = 2 \cdot 7.50 - 7.20 = 7.80$$

Dos cafés con una tostada y un zumo de naranja son 7.80 €.

b) Colocamos $z = 2$ en [1] y [2] y resolvemos el sencillo sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\left.\begin{array}{l} 3x + y = 3.50 \\ 4x + y = 5.20 \end{array}\right\} \xrightarrow{resolviendo} x = -1.60\,, y = 1.70$$

Como vemos, es imposible; la condición añadida obligaría a que el precio de un café fuese negativo.

Observación: bueno si hemos visto tipos de interés negativos ¿por qué no un precio negativo como estrategia de venta? Te tomas un café y te entregan 1.60€.