TEMA 1

AMPLIACIÓN DE DERIVADAS

Ejercicios para Selectividad
de
Ampliación de Derivadas

Todos los cálculos de límites
resueltos

Cursos
1996 – 2021

Enunciados

EJERCICIO 1 [S/96]

Una partícula se mueve a lo largo de la gráfica de la curva

$$f(x) = \frac{2x}{1-x^2} \quad , \quad x > 1$$

En el punto $P = \left(2\,,-\frac{4}{3}\right)$ la abandona y sigue desplazándose a lo largo de la recta tangente a dicha curva. Halla la ecuación de dicha recta tangente.

EJERCICIO 2 [S/96]

Determina la ecuación de las rectas tangente y normal, en el punto de abscisa $x = 0$, a la curva

$$y = 2x\,\mathrm{e}^x + \frac{x^3-2}{x^2+4}$$

EJERCICIO 3 [S/96]

Sabemos que es derivable en toda la recta real la función f definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-(a+3)x+3a}{x-3} & \text{si} \quad x \neq 3 \\ 1 & \text{si} \quad x = 3 \end{cases}$$

a) ¿Cuánto vale a?

b) Para dicho valor de a , ¿cuánto es $f'(3)$?

EJERCICIO 4 [S/96]

Una vía de ferrocarril transcurre por un terreno llano de modo que su trazado coincide con el de la recta $y = 1$ para $x \leq 0$. A partir de $x = 0$ su trazado coincide con el de $y = (ax+b)\,\mathrm{e}^{-x}$.

Sabiendo que el trazado de la vía admite recta tangente en todos sus puntos, ¿cuánto valen a y b?

EJERCICIO 5 [S/97]

Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = \mathrm{e}^{x-1}$$

De todas tangentes a la gráfica de la función, halla la que pasa por el origen de coordenadas.

EJERCICIO 6 [S/97]

Determina el valor de la constante k sabiendo que la curva de ecuación

$$y = \frac{x^3+kx^2+1}{x^2+1}$$

posee una asíntota que pasa por el punto $(1\,,3)$.

EJERCICIO 7 [S/97]

Estudia la derivabilidad de la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = |x|\,e^x$.

EJERCICIO 8 [S/97]

Se considera la función $f : [1\,, +\infty) \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = |x-2| + \sqrt{x-1}$$

Calcula, razonadamente, la función derivada.

EJERCICIO 9 [S/97]

La función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 - kx^2 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ \dfrac{2}{kx} & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

es derivable en todo su dominio. ¿Cuánto vale k?¿Y $f'(1)$?

EJERCICIO 10 [S/97+]

Determina el dominio y la expresión de la función derivada de las siguientes funciones:

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es la función cuya gráfica es la recta que pasa por los puntos $(0\,,5)$ y $(5\,,0)$.

b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $g(x) = x \cdot |x+1|$.

c) $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $h(x) = x|x|$

EJERCICIO 11 [S/97+]

Halla la recta tangente a la curva de ecuación $y = x^3 - 3x$ en el punto de abscisa $x = -1$.

EJERCICIO 12 [S/97+]

La recta de ecuación $3x - y + 2 = 0$ es tangente a la parábola de ecuación $y = ax^2 + c$ en el punto $P = (1\,,5)$.

Calcula las constantes a y c de la ecuación de la parábola describiendo el proceso.

EJERCICIO 13 [S/97+]

De la gráfica de la función polinómica $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

se conocen los siguientes datos: que pasa por el origen de coordenadas y que en los puntos de abscisas $x = 1$ y $x = -3$ tiene tangentes paralelas a la bisectriz del segundo y cuarto cuadrantes.

Calcula a, b y c.

EJERCICIO 14 [S/97+]

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 + 2x + 4$.

Determina los puntos de la gráfica de f en los que la recta tangente a ésta pasa por el origen de coordenadas y halla las ecuaciones de dichas tangentes.

EJERCICIO 15 [S/98]

Calcula

$$\lim_{x \to 1} \frac{1 - \cos(x-1)}{(\ln x)^2}$$

EJERCICIO 16 [S/98]

Se sabe que la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si} \quad x < 1 \\ cx & \text{si} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

es derivable en todo su dominio y que en los puntos $x = 0$ y $x = 4$ toma el mismo valor.

Halla a, b y c.

EJERCICIO 17 [S/99]

Consideremos la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si} \quad x \leq 0 \\ x \operatorname{sen} x & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

Estudie su derivabilidad.

EJERCICIO 18 [S/99]

La función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + bx + c & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

es derivable en el punto $x = 0$.

¿Cuánto valen b y c ?

EJERCICIO 19 [S/99]

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 2x$.

a) Demuestra que la recta de ecuación $y = -2x + 1$ es tangente a la gráfica de la función y halla el punto de tangencia correspondiente.

b) ¿Corta esta recta tangente a la gráfica en algún punto distinto al de tangencia?

EJERCICIO 20 [S/99]

Se sabe que la función $f:[0\,,5]\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} ax+bx^2 & \text{si} \quad 0\le x<2 \\ c+\sqrt{x-1} & \text{si} \quad 2\le x\le 5 \end{cases}$$

es derivable en el intervalo $(0\,,5)$ y que verifica $f(0)=f(5)$. ¿Cuánto valen a, b y c?

EJERCICIO 21 [S/99]

Una partícula se desplaza a lo largo de la curva de ecuación $y=f(x)$ siendo f la función dada por

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{si} \quad x<0 \\ x\,\mathrm{e}^x & \text{si} \quad x\ge 0 \end{cases}$$

¿Hay algún punto en la trayectoria de la partícula en el que dicha curva no admite recta tangente?

EJERCICIO 22 [S/99]

Halla la ecuación de la recta tangente, para $x = 0$, a la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=x+\cos x$$

EJERCICIO 23 [S/99+]

Sabiendo que la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por

$$f(x)=\begin{cases} ax+5 & \text{si} \quad x\le 1 \\ a\sqrt{x}+\dfrac{b}{x} & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$$

es derivable, halla a y b .

EJERCICIO 24 [S/99+]

Considera la curva de ecuación $y=x^2-2x+3$.

a) Halla una recta que sea tangente a dicha curva y que forme un ángulo de 45º con el eje de abscisas.

b) ¿Hay algún punto de la curva en el que la recta tangente sea horizontal? En caso afirmativo, halla la ecuación de dicha recta tangente; en caso negativo, explica por qué.

EJERCICIO 25 [S/99+]

Halla la derivada de la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=1+x\cdot|x|$$

EJERCICIO 26 [S/99+]

Calcula

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}^2 x}{\mathrm{e}^x-x-1}$$

EJERCICIO 27 [S/00]

Calcula

$$\lim_{x \to 0} \frac{x \operatorname{sen} x}{\tan x^2}$$

EJERCICIO 28 [S/00]

Calcula a y b sabiendo que la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax + 5x^2 & \text{si} \quad x \leq 2 \\ \dfrac{a}{x} + bx & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

es derivable.

EJERCICIO 29 [S/00]

Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1 + \mathrm{e}^{1/x}} & \text{si} \quad x \neq 0 \\ 0 & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$$

a) Calcula los límites laterales de f en $x = 0$. ¿Es f continua en $x = 0$?

b) Calcula el valor de la derivada de f en $x = 1$.

EJERCICIO 30 [S/00]

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida en la forma

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{3}x^3 - x + \dfrac{2}{3} & \text{si} \quad x \leq -2 \\ 0 & \text{si} \quad -2 < x \leq 1 \\ \dfrac{1}{3}x^3 - x + \dfrac{2}{3} & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

Estudia la derivabilidad de f.

EJERCICIO 31 [S/01]

Considera la función $f : (-\infty, 10) \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} a^x & \text{si} \quad x < 2 \\ |x - 5| & \text{si} \quad 2 \leq x < 10 \end{cases}$$

a) Determina el valor de $a > 0$ sabiendo que f es continua.

b) Esboza la gráfica de f.

c) Estudia la derivabilidad de f.

EJERCICIO 32 [S/01]

Determina a y calcula el siguiente límite, sabiendo que éste existe que es finito:

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x} + ax}{x - \operatorname{sen} x}$$

EJERCICIO 33 [S/01]

Calcula

$$\lim_{x\to 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$$

EJERCICIO 34 [S/01]

Calcula

$$\lim_{x\to 0} \frac{(e^x - 1) \operatorname{sen} x}{x^3 - x^2}$$

EJERCICIO 35 [S/01]

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = |x^2 - 1|$$

a) Esboza la gráfica de f

b) Estudia la derivabilidad de f.

EJERCICIO 36 [S/01]

Considera la función $f : (-1\,, +\infty) \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} a(x-1) & \text{si} \quad -1 < x \le 1 \\ x\ln(x) & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

Determina el valor de a sabiendo que f es derivable.

EJERCICIO 37 [S/01]

a) Determina el valor de las constantes a y b sabiendo que la gráfica de la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si} \quad x \le 0 \\ ax + b & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

admite recta tangente en el punto $(0\,, 1)$.

b) ¿Existen constantes c y d para las cuales la gráfica de la función $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$g(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si} \quad x \le 0 \\ cx^2 + d & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

admite recta tangente en el punto $(0\,, 1)$?

EJERCICIO 38 [S/01]

Calcula

a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$

b) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(x^2\, \mathrm{e}^{-3x}\right)$

EJERCICIO 39 [S/01]

Determina el valor de m sabiendo que es derivable la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1-x} & \text{si} \quad x < 0 \\ 1 - mx - x^2 & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

EJERCICIO 40 [S/02]

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x|x-4|$.

a) Esboza la gráfica de f .

b) Estudia su derivabilidad en $x = 4$.

EJERCICIO 41 [S/02]

Estudia la derivabilidad y obtén la función derivada de la función $f : (0\,, +\infty) \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{3+x^2} - x & \text{si} \quad 0 < x \leq 1 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{x^2}{4} & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

EJERCICIO 42 [S/02]

Determina a y b sabiendo que es derivable la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3ax + b & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \mathrm{e}^{x(ax+b)} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

EJERCICIO 43 [S/02]

Consideremos la recta de ecuación $r : 2x + y = 0$ y la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 5x + 3$$

a) Determina, si es posible, un punto de la gráfica de f en el que la recta tangente sea r.

b) ¿Hay algún punto de la gráfica de f en el que la recta normal sea r? Justifica la respuesta.

EJERCICIO 44 [S/02]

De entre todas las rectas que pasan por el origen de coordenadas, determina las que son tangentes a la curva de ecuación $y = \dfrac{1}{4}x^2 + 4x + 4$. Calcula los puntos de tangencia correspondientes.

EJERCICIO 45 [S/02]

Calcula los límites en el infinito de la función definida por $f(x) = x^2\,\mathrm{e}^{x/2}$.

EJERCICIO 46 [S/02]

Estudia la derivabilidad de la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen} x}{x} & \text{si} \quad x > 0 \\ 1 & \text{si} \quad x \leq 0 \end{cases}$$

EJERCICIO 47 [S/03]

Calcula

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x) - \operatorname{sen} x}{x \operatorname{sen} x}$$

EJERCICIO 48 [S/03]

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \mathrm{e}^{x/3}$.

¿En qué punto de la gráfica de f la recta tangente a ésta pasa por el origen de coordenadas? Halla la ecuación de dicha recta tangente.

EJERCICIO 49 [S/03]

Estudia la derivabilidad de la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1-|x|} & \text{si} \quad |x| \neq 1 \\ 0 & \text{si} \quad |x| = 1 \end{cases}$$

EJERCICIO 50 [S/03]

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función continua definida por

$$f(x) = \begin{cases} |2-x| & \text{si} \quad x \leq a \\ x^2 - 5x + 7 & \text{si} \quad x \geq a \end{cases}$$

donde a es un número real.

a) Determina a.

b) Halla la función derivada de f.

EJERCICIO 51 [S/03]

Halla los límites en el infinito de $f(x) = (x+3)\,\mathrm{e}^{-x}$.

EJERCICIO 52 [S/03]

Sea la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ 2 - x^2 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

Calcula, si es posible, las derivadas laterales de f en $x = 1$.

EJERCICIO 53 [S/04]

Se sabe que la función $f : (-1\,,1) \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - \dfrac{1}{2}x + c & \text{si} \quad -1 < x < 0 \\ \sqrt{1-x} & \text{si} \quad 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

es derivable en el intervalo $(-1\,,1)$.

a) Determina el valor de la constante c.

b) Calcula la función derivada f'.

c) Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de f paralelas a la recta de ecuación $y = x$.

EJERCICIO 54 [S/04]

a) Halla la ecuación de la recta tangente a la parábola $y = x^2$ que es paralela a la recta $-4x + y + 3 = 0$.

b) Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la parábola $y = x^2$ que pasan por el punto $(2\,,0)$.

EJERCICIO 55 [S/04]

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1$$

Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en un punto de la misma de ordenada $y = 1$, teniendo en cuenta que dicha recta tangente tiene pendiente negativa.

EJERCICIO 56 [S/04]

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = 2 - x|x|$$

a) Esboza la gráfica de f .

b) Estudia la derivabilidad de f en $x = 0$.

c) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.

EJERCICIO 57 [S/04]

Se sabe que es finito

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\mathrm{e}^x - 1} - \frac{a}{2x}\right)$$

Determina el valor de a y calcula el límite.

EJERCICIO 58 [S/04]

Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x-2)$$

Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

EJERCICIO 59 [S/04]

Se sabe que la función $f:(-1\,,+\infty)\to\mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{si} \quad -1 < x < 0 \\ \dfrac{x^2+a}{x+1} & \text{si} \qquad\quad x \geq 0 \end{cases}$$

es continua en $(-1\,,+\infty)$.

a) Halla el valor de a

b) ¿Es f derivable en $x = 0$?

EJERCICIO 60 [S/05]

Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = e^{-x/2}$$

Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 61 [S/05]

Halla el valor de a sabiendo que es continua en $[0\,,+\infty)$ la función $f:[0\,,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & \text{si} \quad 0 \leq x \leq 8 \\ \dfrac{x^2-32}{x-4} & \text{si} \qquad\quad x > 8 \end{cases}$$

EJERCICIO 62 [S/05]

Determina el valor de α y calcula el siguiente límite, del que se sabe que es finito

$$\lim_{x\to 0}\frac{x - \alpha\,\mathrm{sen}\,x}{x^2}$$

EJERCICIO 63 [S/05]

Calcula a y b en la función $f:(0\,,+\infty)\ \rightarrow\ \mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\frac{ax^2+b}{x}$$

sabiendo que la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa $x=1$ viene dada por $y=-2$.

EJERCICIO 64 [S/06]

Halla la función derivada de la función f definida por

$$f(x)=\begin{cases} \mathrm{e}^x-1 & \text{si} \quad x\geq 0 \\ x\,\mathrm{e}^{-x^2} & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$$

EJERCICIO 65 [S/06]

Calcula

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{x-1}\right)$$

EJERCICIO 66 [S/06]

Sea $f:\mathbb{R}\ \rightarrow\ \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x)=\begin{cases} -\dfrac{a}{x} & \text{si} \quad x\leq -1 \\ x^2+1 & \text{si} \quad x>-1 \end{cases}$$

a) Halla el valor de a sabiendo que f es continua.

b) Esboza la gráfica de f .

EJERCICIO 67 [S/06]

Estudia la derivabilidad de la función $f:\mathbb{R}\ \rightarrow\ \mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=x^2-|x|$$

EJERCICIO 68 [S/06]

Halla la función $f:\mathbb{R}\ \rightarrow\ \mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x)=12x-6$ y que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=2$ tiene de ecuación $4x-y-7=0$.

EJERCICIO 69 [S/06]

Estudia la existencia de asíntotas de la función $f:(1\,,+\infty)\ \rightarrow\ \mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\frac{x(\ln x)^2}{(x-1)^2}$$

EJERCICIO 70 [S/06]

Se sabe que la función $f : [0\,,5] \;\to\; \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax + bx^2 & \text{si} \quad 0 \le x < 2 \\ -2x + 8 & \text{si} \quad 2 \le x \le 5 \end{cases}$$

es derivable en el intervalo $(0\,,5)$.

a) Calcula las constantes a y b.

b) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.

EJERCICIO 71 [S/06]

Sea $f : (0\,,2) \;\to\; \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si} \quad 0 < x \le 1 \\ \ln(2 - x) & \text{si} \quad 1 < x < 2 \end{cases}$$

Estudia la derivabilidad de f en el punto $x = 1$.

EJERCICIO 72 [S/07]

Sea $f : \mathbb{R} \;\to\; \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = x|x - 2|$$

a) [1] Estudia la derivabilidad de f en $x = 2$.

b) [0,5] Esboza la gráfica de f.

EJERCICIO 73 [S/07]

Sea $f : (-1\,,+\infty) \;\to\; \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \ln(x + 1)$$

Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 74 [S/07]

Sea $f : (-2\,,0) \;\to\; \mathbb{R}$ una función dada por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\alpha}{x} & \text{si} \quad -2 < x \le -1 \\ \dfrac{x^2 - \beta}{2} & \text{si} \quad -1 < x < 0 \end{cases}$$

Determina α y β sabiendo que f es derivable.

EJERCICIO 75 [S/07]

Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x)=\begin{cases} 1+\alpha x & \text{si} \quad x<0 \\ \mathrm{e}^{-x} & \text{si} \quad x\geq 0 \end{cases}$$

a) Determina el valor de α sabiendo que f es derivable.

b) Haz un esbozo de la gráfica de f.

EJERCICIO 76 [S/07]

Determina la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ sabiendo que

$$f''(x)=x^2-1$$

y que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$ es la recta $y=1$.

EJERCICIO 77 [S/08]

[S/08] Sean $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ las funciones definidas por

$$f(x)=x^2+ax+b \quad , \quad g(x)=c\,\mathrm{e}^{-(x+1)}$$

Se sabe que las gráficas de f y g se cortan en el punto $(-1\,,2)$ y tienen en ese punto la misma recta tangente.

a) Calcula los valores de $a\,,b\,,c$.

b) Halla la ecuación de dicha recta tangente.

EJERCICIO 78 [S/08]

Demuestra que la recta de ecuación $y=\dfrac{1}{\mathrm{e}}x$ es la recta tangente a la gráfica de la función $g:(0\,,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función dada por $g(x)=\ln x$.

EJERCICIO 79 [S/08]

Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por:

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+3x & \text{si} \quad x\leq 2 \\ x^2-bx-4 & \text{si} \quad x>2 \end{cases}$$

a) Halla a y b sabiendo que f es derivable en $\mathbb{R}$.

b) Determina la recta tangente y la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=3$.

EJERCICIO 80 [S/08]

Determina las asíntotas de la gráfica de la f la función definida, para $x\neq 0$, por

$$f(x)=x\cdot\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$$

EJERCICIO 81 [S/08]

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \mathrm{e}^{-2x}$$

Estudia si la recta de ecuación $y = -2\,\mathrm{e}\,x$ es tangente a la gráfica de f.

EJERCICIO 82 [S/08]

Sea la función $f : [0\,,4] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si} \quad 0 \leq x < 2 \\ cx + 1 & \text{si} \quad 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

a) Determina a, b y c sabiendo que f es continua en el intervalo cerrado $[0\,,4]$, derivable en el intervalo abierto $(0\,,4)$ y que $f(0) = f(4)$.

b) ¿En qué punto del intervalo se anula la derivada?

EJERCICIO 83 [S/08]

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot |x| & \text{si} \quad x \leq 2 \\ 6 - x & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

a) Esboza su gráfica.

b) Estudia la derivabilidad de la función.

EJERCICIO 84 [S/08]

Determina las asíntotas de la gráfica de la función f definida, para $x \neq 0$ por

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^x + 1}{\mathrm{e}^x - 1}$$

EJERCICIO 85 [S/09]

La recta tangente a la gráfica de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = mx^2 + nx - 3$$

en el punto $(1\,,-6)$, es paralela a la recta $y = -x$.

Determina las constantes m y n. Halla la ecuación de dicha recta tangente

EJERCICIO 86 [S/09]

Determina la asíntota de la gráfica de la función $f : [1\,,+\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x} + x$$

EJERCICIO 87 [S/09]

Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{2}{x^2-1}\right)$$

EJERCICIO 88 [S/09]

Estudia la continuidad y derivabilidad de la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x-1} & \text{si} \quad x<0\\ x^2-3x-1 & \text{si} \quad x\geq 0\end{cases}$$

EJERCICIO 89 [S/09]

Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x)=x^2\cdot|x+3|$$

a) Estudia la continuidad y derivabilidad de f

b) Estudia el crecimiento y decrecimiento de f. Calcula sus extremos relativos (abscisas y ordenadas)

EJERCICIO 90 [S/09]

Considera la curva de ecuación

$$y=x^3-3x$$

Halla la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto de abscisa $x=-1$.

EJERCICIO 91 [S/09]

Comprueba que la recta de ecuación $y=1+\dfrac{1}{\mathrm{e}}x$ es tangente a la gráfica de la función $f:(0\,,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=1+\ln x$$

EJERCICIO 92 [S/09]

Sea la función $f:(0\,,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x\cdot(\ln x)^2}{(x-1)^2} & \text{si} \quad x\neq 1\\ a & \text{si} \quad x=1\end{cases}$$

a) Sabiendo que f es continua, calcula a.

b) Estudia la existencia de asíntota horizontal para la grafica de esta función. En caso de que exista, determina su ecuación.

EJERCICIO 93 [S/09]

Se sabe que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + bx + 1 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ ax^2 - 5x + 2a & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

es derivable. Determina los valores de a y b.

EJERCICIO 94 [S/10]

Sea $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \ln\left(x^2 + 3x\right)$$

a) Determina, si existen, los puntos de la gráfica de f en los que la recta tangente a la gráfica es paralela a la recta de ecuación $x - 2y + 1 = 0$.

b) Halla la ecuación de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$.

EJERCICIO 95 [S/10]

Sea $f : [0\,,4] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si} \quad 0 \leq x \leq 2 \\ cx & \text{si} \quad 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

Sabiendo que f es derivable en todo el dominio y que verifica $f(0) = f(4)$, determina los valores de a , b y c .

EJERCICIO 96 [S/10]

Sea f la función definida como

$$f(x) = \frac{ax^2 + b}{a - x} \text{ para } x \neq a$$

a) Calcula a y b para que la gráfica de f pase por el punto $(2, 3)$ y tenga una asíntota oblicua con pendiente -4 .

b) Para el caso $a = 2, b = 3$, obtén la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

EJERCICIO 97 [S/10]

Sea la función dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \mathrm{e}^x\left(x^2 + ax\right) & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \dfrac{bx^2 + c}{x + 1} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

Calcula las constantes a , b y c sabiendo que f es derivable y que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$ tiene pendiente 3 .

EJERCICIO 98 [S/10]

Sea $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ la función definida como

$$f(x)=(x+1)\sqrt[3]{3-x}$$

Halla las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=-5$ y en el punto de abscisa $x=2$.

EJERCICIO 99 [S/10]

Comprueba que la recta de ecuación $y=-\mathrm{e}x+1+\mathrm{e}^2$ es una recta normal a la curva $y=\ln x$.

EJERCICIO 100 [S/10]

Sea la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=x^2+4$$

Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$.

EJERCICIO 101 [S/10]

Estudia la continuidad y derivabilidad de la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por:

$$f(x)=\begin{cases} \mathrm{e}^{-x} & \text{si} \quad x\leq 0 \\ 1-x^2 & \text{si} \quad 0<x<1 \\ \dfrac{2}{x+1} & \text{si} \quad 1\leq x \end{cases}$$

EJERCICIO 102 [S/10]

Calcula

$$\lim_{x\rightarrow 0}\frac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{\operatorname{sen}x}}{x^2}$$

EJERCICIO 103 [S/11]

Halla la ecuación de la recta tangente el el punto de abscisa $x=-2$ a la gráfica de la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=-\dfrac{1}{4}x^2+4$.

EJERCICIO 104 [S/11]

Calcula los valores de a y b sabiendo que es derivable en el intervalo $\left(\frac{1}{\mathrm{e}},4\right)$ la función $f:\left[\frac{1}{\mathrm{e}},4\right]\rightarrow\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} x-\ln(x)+a & \text{si} \quad \frac{1}{\mathrm{e}}\leq x\leq 2 \\ bx+1-\ln(2) & \text{si} \quad 2<x\leq 4 \end{cases}$$

EJERCICIO 105 [S/11]

Consideremos la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=-2x^2+3x-1$. Prueba que las rectas $y=-x+1$ e $y=3x-1$ son tangentes a su gráfica.

EJERCICIO 106 [S/11]

Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=4-x^2$

a) [1] Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=2$.

b) [1,5] ¿En qué punto de la gráfica la recta tangente es perpendicular a la recta $x+2y-2=0$?

EJERCICIO 107 [S/12]

Sea $f:(0\,,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\frac{1}{x}+\ln(x)$$

Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=\mathrm{e}$.

EJERCICIO 108 [S/12]

Sea la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x^3-4x$.

Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$.

EJERCICIO 109 [S/12]

Halla la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa $x=1$ a la gráfica de la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\frac{9-x^2}{4}$$

EJERCICIO 110 [S/12]

Calcula $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ y $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$. siendo $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x)=\mathrm{e}^x\left(x^2-x+1\right)$$

EJERCICIO 111 [S/12]

Sea la función continua $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} x+k & \text{si} \quad x\le 0 \\[2ex] \dfrac{\mathrm{e}^{x^2}-1}{x^2} & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$$

a) [1,25] Calcula el valor de k.

b) [1,25] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x=1$.

EJERCICIO 112 [S/12]

Sea la función f definida por

$$f(x)=\frac{\mathrm{e}^{-x}}{1-x} \quad \text{si} \quad x\neq 1$$

Estudia las asíntotas de la gráfica de la función f .

EJERCICIO 113 [S/12]

Considera $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\mathrm{e}^{x}(x-2)$$

Calcula las asíntotas de f .

EJERCICIO 114 [S/12]

Sabiendo que

$$\lim_{x\to 0}\frac{a\,\mathrm{sen}(x)-x\,\mathrm{e}^{x}}{x^{2}}$$

es finito, calcula el valor de a y el valor de dicho límite.

EJERCICIO 115 [S/12] Sea la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\ln\left(x^{2}+3x+3\right)-x$$

Determina la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=-2$.

EJERCICIO 116 [S/12] Se considera la función derivable definida por:

$$f(x)=\begin{cases} 1+\dfrac{a}{x-2} & \text{si} \quad x<1 \\ \\ a+\dfrac{b}{\sqrt{x}} & \text{si} \quad x\geq 1 \end{cases}$$

Calcula los valores de a y b.

EJERCICIO 117 [S/13]

Sea f la función definida por

$$f(x)=x\,\mathrm{e}^{1/x} \quad (x\geq -1\,,x\neq 0)$$

a) [1] Calcula los límites laterales de f en $x=0$.

b) [1,5] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

EJERCICIO 118 [S/13]

Sea $f : (0\,, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \frac{2\ln(x)}{x^2}$$

Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

EJERCICIO 119 [S/13]

Sea $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$g(x) = -x^2 + 6x - 5$$

Halla la ecuación de la recta normal a su gráfica en el punto de abscisa $x = 4$.

EJERCICIO 120 [S/13]

Sea f la función definida por

$$f(x) = \frac{x}{\ln x} \quad \text{para} \quad x > 0\,, x \neq 1$$

a) Estudia y determina las asíntotas de su gráfica .

b) Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = \mathrm{e}$

EJERCICIO 121 [S/13]

Sea f la función definida por

$$f(x) = \frac{k}{(x-a)(2x-1)} \quad \text{para } x \neq a\,, x \neq \frac{1}{2}$$

Halla a y k sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(0\,, 2)$ y que la recta $x = 2$ es una asíntota de dicha gráfica.

EJERCICIO 122 [S/13]

Sea g la función definida por

$$g(x) = \frac{mx^3}{(x-n)^2} \quad \text{para} \quad x \neq n$$

Halla m y n sabiendo que la recta $y = 2x - 4$ es una asíntota de la gráfica de g.

EJERCICIO 123 [S/13]

Sabiendo que existe y es finito el límite

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\cos(x) + b\,\mathrm{sen}(x)}{x^3}$$

calcula b y el valor del límite.

EJERCICIO 124 [S/13]

Sea $f:(-\infty\,,1)\;\to\;\mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x)=\begin{cases} x+2\,\mathrm{e}^{-x} & \text{si} \quad x\leq 0\\ a\sqrt{b-x} & \text{si} \quad 0<x<1\end{cases}$$

a) Determina a y b sabiendo que f es derivable en todo su dominio.

b) Halla la ecuación de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$.

EJERCICIO 125 [S/14]

Calcula a y el valor del límite siguiente, sabiendo que es finito:

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{a}{\ln x}\right)$$

EJERCICIO 126 [S/14]

Considera la función derivable $f:\mathbb{R}\;\to\;\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}}{2x} & \text{si} \quad x<0\\ ax+b & \text{si} \quad x\geq 0\end{cases}$$

a) [1,75] Calcula a y b.

b) [0,75] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=-1$.

EJERCICIO 127 [S/14] Calcula a y el valor del límite siguiente, sabiendo que es finito:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos(3x)-\mathrm{e}^{x}+ax}{x\cdot\operatorname{sen}(x)}$$

EJERCICIO 128 [S/14]

Calcula

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\operatorname{sen}x}{x-\operatorname{sen}x}$$

EJERCICIO 129 [S/14]

Calcula a y b. sabiendo que es derivable la función $f:\mathbb{R}\;\to\;\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} a-x & \text{si} \quad x\leq 1\\ \dfrac{b}{x}+\ln x & \text{si} \quad x>1\end{cases}$$

EJERCICIO 130 [S/15]

Sabiendo que el límite

$$\lim_{x\to 0} \frac{ax^2+bx+1-\cos x}{\operatorname{sen} x^2}$$

es finito e igual a 1, calcula los valores de a y b.

EJERCICIO 131 [S/15]

Calcula a y $b>0$ sabiendo que es derivable la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} a\cos x+2x & \text{si} \quad x<0 \\ a^2\ln(x+a)+\dfrac{b}{x+1} & \text{si} \quad x\geq 0 \end{cases}$$

EJERCICIO 132 [S/15]

Calcula a y b sabiendo que es continua la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+\cos x-a\,\mathrm{e}^x}{x^2} & \text{si} \quad x\neq 0 \\ b & \text{si} \quad x=0 \end{cases}$$

EJERCICIO 133 [S/15] Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x)=\left(x^2+3x+1\right)\mathrm{e}^{-x}$$

a) Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f .

b) Halla los puntos de la gráfica de f cuya recta tangente es horizontal.

c) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$.

EJERCICIO 134 [S/15]

Halla los valores a, b y c sabiendo que la gráfica de la función

$$f(x)=\frac{ax^2+b}{x+c}$$

tiene una asíntota vertical en $x=1$, una asíntota oblicua de pendiente 2 y un extremo local de abscisa $x=3$

EJERCICIO 135 [S/16]

Sabiendo que

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(x+1)-a\operatorname{sen}(x)+x\cos(3x)}{x^2}$$

es finito, calcula a y el valor del límite.

EJERCICIO 136 [S/16]

Calcula a y sabiendo que es finito

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos(\pi x)\,(1+a\cos(\pi x))}{\operatorname{sen}(x^2)}$$

EJERCICIO 137 [S/16]

Sea f la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por

$$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$$

Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f . Calcula los puntos de corte de dichas asíntotas con la gráfica de f .

EJERCICIO 138 [S/16]

Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x)=x^2\,\mathrm{e}^{-x^2}$$

Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

EJERCICIO 139 [S/16]

Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x)=\left|x^2-4\right|$$

a) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=-1$.

EJERCICIO 140 [S/16]

Halla m sabiendo que existe y es finito el límite siguiente:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\mathrm{e}^x-1}-\frac{m}{2x}\right)$$

EJERCICIO 141 [S/17]

Se sabe que es continua la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} 3x+2 & \text{si} \quad x<0\\ x^2+2a\cos(x) & \text{si} \quad 0\le x\le\pi\\ ax^2+b & \text{si} \quad x>\pi\end{cases}$$

a) [1,5] Halla los valores a, b.

b) [1] Estudia la derivabilidad de f.

EJERCICIO 142 [S/17]

Calcula

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}-\cot x\right)$$

EJERCICIO 143 [S/18]

Determina $k \neq 0$ sabiendo que es derivable la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por:

$$f(x)=\begin{cases} 3-kx^2 & \text{si} \quad x\leq 1 \\ \dfrac{2}{kx} & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$$

EJERCICIO 144 [S/18]

Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x)=\mathrm{e}^{2-x}$$

Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=2$.

EJERCICIO 145 [S/17]

Se sabe que es continua la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} -x\,\mathrm{e}^{x-1} & \text{si} \quad x<0 \\ x\,\mathrm{e}^{x-1} & \text{si} \quad 0\leq x\leq 1 \\ x\,\mathrm{e}^{1-x} & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$$

a) Estudia la derivabilidad de f en $x=0$ y en $x=1$

b) Estudia la existencia de asíntotas horizontales de la gráfica de f .

EJERCICIO 146 [S/18]

Se sabe que es continua la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+c & \text{si} \quad x\leq 0 \\ \dfrac{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}-2x}{x-\operatorname{sen} x} & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$$

Determina a, b y c sabiendo que f es continua, alcanza un máximo relativo en $x=-1$ y la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=-2$ tiene pendiente 2.

EJERCICIO 147 [S/18]

Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x)=x+x\,\mathrm{e}^{-x}$$

a) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f que es paralela a la recta $x-y+1=0$.

b) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

EJERCICIO 148 [S/18]

Calcula

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - x}{x - \operatorname{sen} x}$$

EJERCICIO 149 [S/19]

Se sabe que es derivable la función $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} x + ax + b & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

Calcula a y b

EJERCICIO 150 [S/19]

Calcula

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - \mathrm{e}^{-2x} - 2x}{\operatorname{sen}^2 x}$$

EJERCICIO 151 [S/19]

Calcula a y b sabiendo que es derivable la función f definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 2b & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

EJERCICIO 152 [S/19]

Considera la función f definida por

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+1} \qquad (cx + 1 \neq 0)$$

Determina a, b y c sabiendo que la recta $x = -1$ es una asíntota vertical a la gráfica de f y que $y = 2x + 4$ es la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

EJERCICIO 153 [S/20]

Calcula a sabiendo que

$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{\ln(1-x)} - \frac{ax-1}{x} \right) = \frac{7}{2}$$

EJERCICIO 154 [S/20]

Calcula a y el siguiente límite sabiendo que es finito

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\mathrm{e}^x - \ln(1+x) - (a+1)x}{x^2}$$

EJERCICIO 155 [S/20]

Se sabe que la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$$

tiene un punto crítico en $x=0$, que su gráfica pasa por $(0\,,3)$ y que la recta $y=-2x+2$ es tangente a dicha gráfica en el punto de abscisa $x=1$. Calcula $a\,,b\,,c\,,d$.

EJERCICIO 156 [S/20]

Consideremos la función derivable $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} \mathrm{e}^{2ax-4b} & \text{si} \quad x<1 \\ 1-x\ln x & \text{si} \quad x\geq 1 \end{cases}$$

a) [1,75] Determina los valores de a y b.

b) [1,25] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=2$.

EJERCICIO 157 [S/20]

Calcula $a, b\,, c$ si se sabe que la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx-1$$

tiene un punto crítico en $x=2$ y que la recta normal a su gráfica en el punto de abscisa $x=1$ es $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$.

EJERCICIO 158 [S/21]

Sea la función derivable $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ f definida por

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{ax+b}{x-1} & \text{si} \quad x\leq 0 \\ \ln(1+x) & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$$

a) [1,5] Determina a y b.

b) [1] Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa

EJERCICIO 159 [S/21]

Calcula a y b sabiendo que

$$\lim_{x\to 0}\frac{a(1-\cos x)+b\,\mathrm{sen}\,x-2(\mathrm{e}^x-1)}{x^2}=7$$

EJERCICIO 160 [S/21]

Calcula a y el límite siguiente sabiendo que es finito:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x+1}{\ln(x+1)}-\frac{a}{x}\right)$$

EJERCICIO 161 [S/21]

Halla los coeficientes a y b sabiendo que es continua la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln\left(\mathrm{e}^x+x^3\right)}{x} & \text{si} \quad x<0\\ 4x^2+a & \text{si} \quad 0\le x<1\\ b+\operatorname{sen}(\pi x) & \text{si} \quad x\ge 1\end{cases}$$

EJERCICIO 162 [S/22]

Calcula a y b sabiendo que se cumple

$$\lim_{x\to 0}\frac{a\operatorname{sen}x+x\ln(x+1)+bx^2}{x^3+x^2}=2$$

EJERCICIO 163 [S/22]

Calcula a sabiendo que

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{ax}{(\ln x)^3+2x}=1$$

<u>Distribución temática</u>

Continuidad y derivabilidad

7 , 8 , 10 , 17 , 21 , 25 , 29 , 30 , 35 , 40 , 41 , 46 , 49 , 52 , 56 , 64 , 67 , 71 , 72 , 83 , 87 ,

Continuidad y derivabilidad con parámetros

3 , 4 , 9 , 16 , 18 , 20 , 23 , 28 , 31 , 36 , 37 , 39 , 42 , 50 , 53 , 59 , 61 , 66 , 70 , 74 , 75 , 79a , 82 , 89a , 90

Tangente y normal

1 , 2 , 5* , 11 , 14* , 19 , 22 , 24* , 43 , 44* , 58* , 53 , 54* , 55 , 56 , 58 , 60 , 70 , 73 , 79b , 81 , 88

Tangente y normal con parámetros

12 , 13 , 63 , 68* , 76 , 77 , 85

Cálculo de límites

15 , 26 , 27 , 33 , 34 , 38 , 45 , 47 , 51 , 65 , 86

Cálculo de límites con parámetros

32 , 57 , 62

Asíntotas

6 , 69 , 80 , 84 , 89b

Soluciones

EJERCICIO 15 [S/98]

$$\lim_{x\to 1}\frac{1-\cos(x-1)}{(\ln x)^2}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 1}\frac{\operatorname{sen}(x-1)}{2\ln x/x}=\lim_{x\to 1}\frac{x\operatorname{sen}(x-1)}{2\ln x}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 1}\frac{\operatorname{sen}(x-1)+x\cos x}{2/x}=\frac{1}{2}$$

EJERCICIO 26 [S/99]

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}^2 x}{\mathrm{e}^x-x-1}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{2\operatorname{sen}x\cos x}{\mathrm{e}^x-1}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{2\cos^2 x-2\operatorname{sen}^2 x}{\mathrm{e}^x}=\frac{2}{1}=2$$

EJERCICIO 27 [S/00]

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\operatorname{sen}x}{\tan x^2}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}x+x\cos x}{2x/\cos^2 x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}x+x\cos x}{2x}\cdot\lim_{x\to 0}\cos^2 x^2=\left[\frac{0}{0}\right]\cdot 1\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x+\cos x-x\operatorname{sen}x}{2}\cdot 1=\frac{2}{2}\cdot 1=1$$

EJERCICIO 32 [S/01]

$$L=\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}+ax}{x-\operatorname{sen}x}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}+a}{1-\cos x}=\left[\frac{2+a}{0}\right]$$

Si $a\neq -2$ eso es un límite infinito:

$$L=\left[\frac{a-1}{0}\right]=\pm\infty$$

Si $a=-2$ eso es una indeterminación:

$$L=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{\operatorname{sen}x}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}{\cos x}=\frac{2}{1}=2$$

EJERCICIO 33 [S/01]

Si intentamos primero tomar límite y luego restar:

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{1}{\ln x}\right)=\left[\frac{1}{0}-\frac{1}{0}=\infty-\infty=\text{ind}\right]$$

Vamos entonces a restar primero y luego tomar límite

$$\lim_{x\to 1}\frac{x\ln x-x+1}{(x-1)\ln x}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 1}\frac{\ln x}{\ln x+\dfrac{x-1}{x}}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 1}\frac{\dfrac{1}{x}}{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}=\frac{1}{2}$$

EJERCICIO 34 [S/01]

$$\lim_{x\to 0}\frac{(\mathrm{e}^x-1)\operatorname{sen}x}{x^3-x^2}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{e}^x\operatorname{sen}x+(\mathrm{e}^x-1)\cos x}{3x^2-2x}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{e}^x\cos x+\operatorname{sen}x}{6x-2}=-\frac{1}{2}$$

EJERCICIO 38 [S/01]

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}=\left[\dfrac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\dfrac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}}{2x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-\cancel{2x}}{\cancel{2x}\cdot 2\sqrt{1-x^2}}=-\dfrac{1}{2}$

b) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x^2\mathrm{e}^{-3x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2}{\mathrm{e}^{3x}}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x}{3\,\mathrm{e}^{3x}}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2}{9\,\mathrm{e}^{3x}}=\left[\dfrac{2}{\infty}\right]=0$

EJERCICIO 45 [S/02]

Calculemos los límites en el infinito de la función definida por $f(x)=x^2\,\mathrm{e}^{x/2}$.

$$\lim_{x\to+\infty}\left(x^2\mathrm{e}^{x/2}\right)=[\infty\cdot\infty]=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(x^2\mathrm{e}^{x/2}\right)=[\infty\cdot 0]=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{\mathrm{e}^{-x/2}}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to-\infty}\frac{2x}{-\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-x/2}}=$$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to-\infty}\frac{2}{\dfrac{1}{4}\mathrm{e}^{-x/2}}=\left[\frac{2}{\infty}\right]=0$$

EJERCICIO 47 [S/03]

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)-\operatorname{sen}x}{x\operatorname{sen}x}\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{1}{1+x}-\cos x}{\operatorname{sen}x+x\cos x}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{-\dfrac{1}{(1+x)^2}-\operatorname{sen}x}{2\cos x-x\operatorname{sen}x}=-\frac{1}{2}$$

EJERCICIO 51 [S/03]

$$\lim_{x\to-\infty}\left((x+3)\,\mathrm{e}^{-x}\right)=[-\infty\cdot\infty]=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left((x+3)\,\mathrm{e}^{-x}\right)=[\infty\cdot 0=\text{ind}]=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+3}{\mathrm{e}^x}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\mathrm{e}^x}=\left[\frac{1}{\infty}\right]=0$$

EJERCICIO 57 [S/04]

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\mathrm{e}^x-1}-\frac{a}{2x}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{2x-a\left(\mathrm{e}^x-1\right)}{2x\left(\mathrm{e}^x-1\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{2-a\mathrm{e}^x}{2\left(\mathrm{e}^x-1\right)+2x\mathrm{e}^x}=\left[\frac{2-a}{0}\right]=L$$

Si $a\neq 2$ eso es un límite infinito:

$$L=\left[\frac{2-a}{0}\right]=\pm\infty$$

Si $a=2$ eso es una indeterminación:

$$L=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{-2\mathrm{e}^x}{2\mathrm{e}^x+2\mathrm{e}^x+2x\mathrm{e}^x}=\frac{-2}{2+2}=-\frac{1}{2}$$

EJERCICIO 62 [S/05]

$$\lim_{x\to 0}\frac{x-\alpha \operatorname{sen} x}{x^2}=\left[\frac{0}{0}\right]\stackrel{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{1-\alpha\cos x}{2x}=\left[\frac{1-\alpha}{0}\right]=L$$

Si $\alpha\neq 1$ eso es un límite infinito:

$$L=\left[\frac{1-\alpha}{0}\right]=\pm\infty$$

Si $\alpha=1$ eso es una indeterminación:

$$L=\left[\frac{0}{0}\right]\stackrel{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x}{2}=\frac{0}{2}=0$$

EJERCICIO 65 [S/06]

Si intentamos primero tomar límite y luego restar:

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{x-1}\right)=\left[\frac{1}{0}-\frac{1}{0}=\infty-\infty=\text{ind}\right]$$

Vamos entonces a restar primero y luego tomar límite

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1-\ln x}{(x-1)\ln x}=\left[\frac{0}{0}\right]\stackrel{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 1}\frac{1-\frac{1}{x}}{\ln x+\frac{x-1}{x}}=\left[\frac{0}{0}\right]\stackrel{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 1}\frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}=\frac{1}{2}$$

EJERCICIO 87 [S/09]

Si intentamos primero tomar límite y luego restar:

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{2}{x^2-1}\right)=\left[\frac{1}{0}-\frac{2}{0}=\infty-\infty=\text{ind}\right]=L$$

Vamos entonces a restar primero y luego tomar límite

$$L=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1-2\ln x}{(x^2-1)\ln x}=\left[\frac{0}{0}\right]\stackrel{[L'H]}{=}\lim_{x\to 1}\frac{2x-\frac{2}{x}}{2x\ln x+\frac{x^2-1}{x}}=\left[\frac{0}{0}\right]\stackrel{[L'H]}{=}\lim_{x\to 1}\frac{2+\frac{2}{x^2}}{2\ln x+2+\frac{x^2+1}{x^2}}$$

$$=\frac{4}{0+2+2}=1$$

EJERCICIO 102 [S/10]

$$\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{\operatorname{sen} x}}{x^2}=\left[\frac{0}{0}\right]\stackrel{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{\operatorname{sen} x}\cos x}{2x}=\left[\frac{0}{0}\right]\stackrel{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{\operatorname{sen} x}\cos^2 x+\mathrm{e}^{\operatorname{sen} x}\operatorname{sen} x}{2}=\frac{1}{2}$$

EJERCICIO 127 [S/12]

$$\lim_{x\to 0}\frac{a\operatorname{sen} x-x\mathrm{e}^x}{x^2}=\left[\frac{0}{0}\right]\stackrel{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{a\cos x-\mathrm{e}^x-x\mathrm{e}^x}{2x}=\left[\frac{a-1}{0}\right]=L$$

Si $a \neq 1$ eso es un límite infinito:

$$L = \left[\frac{a-1}{0}\right] = \pm\infty$$

Si $a = 1$ eso es una indeterminación:

$$L = \left[\frac{0}{0}\right] \overset{[L'H\hat{o}p]}{=} \lim_{x\to 0} \frac{-\operatorname{sen} x - \mathrm{e}^x - \mathrm{e}^x - x\mathrm{e}^x}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

EJERCICIO 123 [S/13]

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\cos(x) + b\operatorname{sen} x}{x^3} = \left[\frac{0}{0}\right] \overset{[L'H]}{=} \lim_{x\to 0} \frac{\cos(x) - x\operatorname{sen} x + b\cos x}{3x^2} = \left[\frac{b+1}{0}\right] = L$$

Si $b \neq -1$ eso es un límite infinito:

$$L = \left[\frac{b+1}{0}\right] = \pm\infty$$

Si $b = -1$ eso es una indeterminación:

$$L = \left[\frac{0}{0}\right] \overset{[L'H\hat{o}p]}{=} \lim_{x\to 0} \frac{-\operatorname{sen} x - x\cos x}{6x} = \left[\frac{0}{0}\right] \overset{[L'H\hat{o}p]}{=} \lim_{x\to 0} \frac{-\cos x - \cos x + x\operatorname{sen} x}{6} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

EJERCICIO 125 [S/14]

$$\lim_{x\to 1} \frac{x\ln x - a\,(x-1)}{(x-1)\ln x} = \left[\frac{0}{0}\right] \overset{[L'H]}{=} \lim_{x\to 1} \frac{\ln x + 1 - a}{\ln x + \dfrac{x-1}{x}} = \left[\frac{1-a}{0}\right] = L$$

Si $a \neq 1$ eso es un límite infinito:

$$L = \left[\frac{1-a}{0}\right] = \pm\infty$$

Si $a = 1$ eso es una indeterminación:

$$L = \left[\frac{0}{0}\right] \overset{[L'H\hat{o}p]}{=} \lim_{x\to 1} \frac{\dfrac{1}{x}}{\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

EJERCICIO 127 [S/14]

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos(3x) - \mathrm{e}^x + ax}{x\cdot x} = \left[\frac{0}{0}\right] \overset{[L'H]}{=} \lim_{x\to 0} \frac{-3\operatorname{sen}(3x) - \mathrm{e}^x + a}{\operatorname{sen} x + x\cos x} = \left[\frac{a-1}{0}\right] = L$$

Si $a \neq 1$ eso es un límite infinito:

$$L = \left[\frac{a-1}{0}\right] = \pm\infty$$

Si $a = 1$ eso es una indeterminación:

$$L = \left[\frac{0}{0}\right] \overset{[L'H\hat{o}p]}{=} \lim_{x\to 0} \frac{-9\cos(3x) - \mathrm{e}^x}{\cos x + \cos x - x\operatorname{sen} x} = \frac{-10}{2} = -5$$

EJERCICIO 128 [S/14]

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan x - x}{x-\operatorname{sen} x}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{1}{\cos^2 x}}{1-\cos x}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{-2\operatorname{sen} x}{\cos^3 x}+\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{\operatorname{sen} x}\left(\dfrac{-2}{\cos^3 x}+1\right)}{\cancel{\operatorname{sen} x}}=-\frac{2}{1}+1=-1$$

EJERCICIO 130 [S/15]

$$\lim_{x\to 0}\frac{ax^2+bx+1-\cos x}{\operatorname{sen} x^2}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{2ax+b+\operatorname{sen} x}{2x\cos x^2}=\left[\frac{b}{0}\right]=L$$

Si $b\neq 0$ eso es un límite infinito:

$$L=\left[\frac{b}{0}\right]=\pm\infty$$

Si $b=0$ eso es una indeterminación:

$$L=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{2a+\cos x}{2\cos x^2-4x^2\operatorname{sen} x^2}=\frac{2a+1}{2}$$

Se nos indica que deber ser:

$$\frac{2a+1}{2}=1\to 2a+1=2\to 2a=1\to a=\frac{1}{2}$$

EJERCICIO 135 [S/16]

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)-a\operatorname{sen}(x)+x\cos(3x)}{x^2}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{1}{x+1}-a\cos x+\cos(3x)-3x\operatorname{sen}(3x)}{2x}=\left[\frac{2-a}{0}\right]=L$$

Si $a\neq 2$ eso es un límite infinito:

$$L=\left[\frac{2-a}{0}\right]=\pm\infty$$

Si $a=2$ eso es una indeterminación:

$$L=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{-\dfrac{1}{(x+1)^2}+2\operatorname{sen} x-6\operatorname{sen}(3x)-9x\cos(3x)}{2}=-\frac{1}{2}$$

EJERCICIO 136 [S/16]

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos(\pi x)\left(1+a\cos(\pi x)\right)}{\operatorname{sen}(x^2)}=\lim_{x\to 0}\cos(\pi x)\cdot\lim_{x\to 0}\frac{1+a\cos(\pi x)}{\operatorname{sen}(x^2)}=1\cdot\left[\frac{1+a}{0}\right]=L$$

Si $a\neq -1$ eso es un límite infinito:

$$L=1\cdot\left[\frac{1+a}{0}\right]=1\cdot(\pm\infty)=\pm\infty$$

Si $a=-1$ eso es una indeterminación:

$$L=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\pi\operatorname{sen}(\pi x)}{2x\cos(x^2)}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\pi^2\cos(\pi x)}{2\cos(x^2)-4x^2\operatorname{sen}(x^2)}=\frac{\pi^2}{2}$$

EJERCICIO 140 [S/16] = EJERCICIO 57 [S/04]

Son el mismo ejercicio. Sólo se cambia a por m.

EJERCICIO 142 [S/17]

$$L=\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}-\cot x\right)=\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}-\frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x-x\cos x}{x\operatorname{sen} x}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{\cos x}-\cancel{\cos x}+x\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x+x\cos x}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x+x\cos x}{2\cos x-x\operatorname{sen} x}=\frac{0}{2}=0$$

EJERCICIO 148 [S/18] = EJERCICIO 128 [S/14]

Son el mismo ejercicio

EJERCICIO 150 [S/19]

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-\mathrm{e}^{-2x}-2x}{\operatorname{sen}^2 x}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{-\operatorname{sen} x+2\mathrm{e}^{-2x}-2}{2\operatorname{sen} x\cos x}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{-\cos x-4\mathrm{e}^{-2x}}{2\cos^2 x-2\operatorname{sen}^2 x}=-\frac{5}{2}$$

EJERCICIO 153 [S/20]

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\ln(1-x)}-\frac{ax-1}{x}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{x-(ax-1)\ln(1-x)}{\ln(1-x)}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{1-a\ln(1-x)+\dfrac{ax-1}{1-x}}{-\dfrac{1}{1-x}}$$

$$=\frac{1-a}{-1}=a-1$$

Debe ser:

$$a-1=\frac{7}{2}\to a=\frac{9}{2}$$

EJERCICIO 154 [S/20]

$$\lim_{x\to 0}\frac{xe^x-\ln(1+x)-(a+1)x}{x^2}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{e^x+xe^x-\dfrac{1}{1+x}-(a+1)}{2x}=\left[-\frac{a+1}{0}\right]=L$$

Si $a\neq -1$ eso es un límite infinito:

$$L=\left[-\frac{a+1}{0}\right]=\pm\infty$$

Si $a=-1$ eso es una indeterminación:

$$L=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{2e^x+xe^x+\dfrac{1}{(1+x)^2}}{2}=\frac{3}{2}$$

EJERCICIO 159 [S/21]

$$\lim_{x\to 0}\frac{a(1-\cos x)+b\operatorname{sen}x-2(e^x-1)}{x^2}\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{a\operatorname{sen}x+b\cos x-2e^x}{2x}=\left[\frac{b-2}{0}\right]=L$$

Si $b\neq 2$ eso es un límite infinito:

$$L=\left[\frac{b-2}{0}\right]=\pm\infty$$

Si $b=2$ eso es una indeterminación:

$$L=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{a\cos x-2\operatorname{sen}x-2e^x}{2}=\frac{a-2}{2}$$

Debe ser

$$\frac{a-2}{2}=7\to a-2=14\to a=16$$

EJERCICIO 160 [S/21]

Efectuando la resta de fracciones y tomando entonces el límite:

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2+x-a\ln(x+1)}{x\ln(x+1)}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{2x+1-\dfrac{a}{x+1}}{\ln(x+1)+\dfrac{x}{x+1}}=\left[\frac{1-a}{0}\right]$$

Si $a\neq 1$ eso es un límite infinito:

$$L=\left[\frac{1-a}{0}\right]=\pm\infty$$

Si $a=1$ eso es una indeterminación:

$$L=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 1}\frac{2+\dfrac{1}{(x+1)^2}}{\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{(x+1)^2}}=\frac{3}{2}$$

EJERCICIO 162 [S/22]

Calculemos el límite en función de a y b:

$$\lim_{x\to 0}\frac{a\operatorname{sen}x+x\ln(x+1)+bx^2}{x^3+x^2}=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{a\cos x+\ln(x+1)+\dfrac{x}{x+1}+2bx}{3x^2+2x}=\left[\frac{a}{0}\right]=L$$

Si $a\neq 0$ eso es un límite infinito:

$$L=\left[\frac{a}{0}\right]=\pm\infty$$

Si $a=0$ eso es una indeterminación:

$$L=\left[\frac{0}{0}\right]\overset{[L'H\hat{o}p]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{(x+1)^2}+2b}{6x+2}=\frac{2+2b}{2}=1+b$$

Debe ser:

$$1+b=2\to b=1$$

Concluimos que $a=0$ y $b=1$.

EJERCICIO 163 [S/22]

No puede ser $a=0$ porque la función sería nula. Así que para $a\neq 0$ resulta:

$$L=\lim_{x\to+\infty}\frac{ax}{\ln^3 x+2x}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to 0}\frac{a}{\dfrac{3\ln^2 x}{x}+2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{ax}{3\ln^2 x+2x}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]\overset{[L'H]}{=}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{a}{\dfrac{6\ln x}{x}+2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{ax}{6\ln x+2x}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]\overset{[L'H]}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{a}{\dfrac{6}{x}+2}=\frac{a}{\dfrac{6}{\infty}+2}=\frac{a}{0+2}=$$

$$=\frac{a}{2}$$

Debe ser:

$$\frac{a}{2}=1\to a=2$$