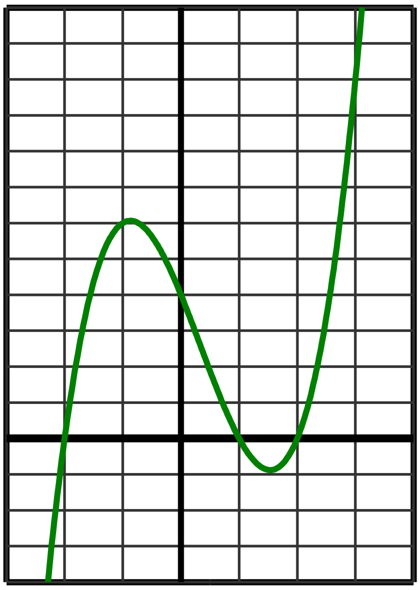
Nombre: ______________________________ *1º Bach*	
Ecuaciones e Inecuaciones	

✗ Ejercicio 1: La gráfica de $y=x^3-x^2-4x+4=0$ es la mostrada:



a) Resuelve la ecuación:

$$x^3-x^2-4x+4=0$$

b) Resuelve la inecuación:

$$x^3-x^2-4x+4>0$$

c) Resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x^3-x^2-4x+4=0 \\ 2x-y+4=0 \end{cases}$$

✗ Ejercicio 2: Considera la ecuación con dos incógnitas siguiente:

$$y=x^2-4x+3$$

a) Da dos soluciones de ella. ¿Cuántas soluciones tiene?

b) Si representamos todas soluciones en unos ejes de coordenadas, ¿qué obtendremos? Dibújalo en unos ejes de coordenadas.

c) Resuelve algebraicamente el sistema e indica cómo puede interpretarse geométricamente la solución:

$$\begin{cases} y=x^2-4x+3 \\ x-y-1=0 \end{cases}$$

✗ Ejercicio 3: Si a un número le sumamos la raíz de su doble obtenemos 12. ¿Cuál es dicho número?

✗ Ejercicio 4: En un rectángulo de área $80\ \text{cm}^2$ se sabe que su altura mide dos centímetros más que su base.

a) ¿Cuáles son sus dimensiones?

b) Averigua la longitud de su diagonal.

✗ Ejercicio 5: Obtén el dominio de las siguientes funciones:

a) $y=\dfrac{1}{x^3-4x}$

b) $y=\sqrt{x-2}$

✗ Ejercicio1:

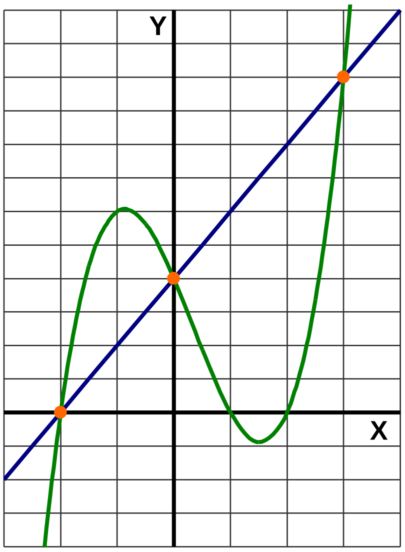
a) Las soluciones de la ecuación $f(x)=0$ son las abscisas de los puntos en que la gráfica de $y = f(x)$ corta al eje **X**. Son $x = -2 , 1 , 2$.

b) Hemos de averiguar para qué valores de x es $f(x)$ positivo.

Esto ocurre en aquellos intervalos en los que la curva está sobre el eje **X**:

$$S=(-2,1)\cup(2,+\infty)$$

c) Las soluciones del sistema son los puntos en que se cortan



la recta $y=2x+4$

y la curva $y=x^3-x^2+4x+4$.

Tras representar la recta junto con la curva dada, observamos que son los puntos

$$(x,y)=(-2,0)$$
$$(x,y)=(0,4)$$
$$(x,y)=(3,10)$$

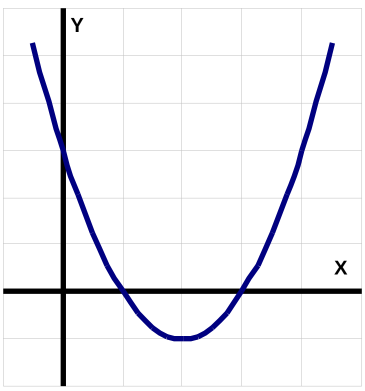
✗ Ejercicio 2: Tenemos la ecuación $y=x^2-4x+3$

a) Es una ecuación de dos incógnitas. Para obtener soluciones de ella podemos dar valores cualesquiera a "x" y obtener los correspondientes valores de "y":

$$x=0 \rightarrow y=3 \xrightarrow{\text{Solución}} (x,y)=(0,3)$$
$$x=1 \rightarrow y=0 \xrightarrow{\text{Solución}} (x,y)=(1,0)$$

La ecuación tiene infinitas soluciones, formada por las infinitas parejas (x,y) que verifican la fórmula anterior.

b) Obtendremos la siguiente parábola. Para representarla basta localizar el vértice y formar una tabla de valores alrededor de él:



c) Para resolver el sistema usaremos el método de sustitución:

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 3 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{sustituyendo}} x - (x^2 - 4x + 3) - 1 = 0 \to -x^2 + 5x - 4 = 0$$

Resolvamos la ecuación de segundo grado y obtengamos las ordenadas correspondientes:

$$-x^2 + 5x - 4 = 0 \;\to\; x = \frac{-5 \pm \sqrt{25-16}}{-2} = \frac{-5 \pm 3}{-2} \;\to\; \left| \begin{array}{l} x = 1 \;\to\; y = 0 \\ x = 4 \;\to\; y = 4 \end{array} \right.$$

Tenemos que hay dos soluciones:

$$(x, y) = (1,0) \quad , \quad (x, y) = (4,3)$$

Esto significa que las dos gráficas correspondientes al sistema –recta y parábola– se interceptarán en dos puntos, cuyas coordenadas son las anteriores.

✗ <u>Ejercicio 3</u>:

Sea x ese número entero.

Así, su doble será $2x$ y, por consiguiente, la raíz de su doble será $\sqrt{2x}$.

La ecuación que nos permitirá obtener x es:

$$\underbrace{x + \sqrt{2x}}_{\text{El número más la raíz del doble}} \underbrace{=}_{\text{es}} \underbrace{12}_{\text{doce}}$$

Resolvamos la ecuación:

Ecuación original:	$x + \sqrt{2x} = 12$
Dejamos sola la raíz:	$\sqrt{2x} = 12 - x$
Elevamos al cuadrado:	$(\sqrt{2x})^2 = (12 - x)^2$
Desarrollamos:	$2x = 144 - 24x + x^2$
Limpiamos y resolvemos:	$x^2 - 26x + 144 = 0 \;\to\; x = 8$ ó $x = 18$

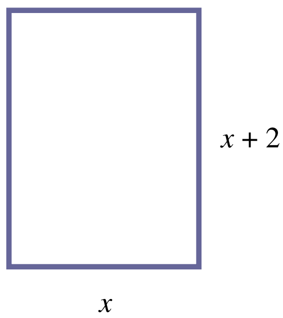
Al elevar al cuadrado ambos miembros obtenemos una ecuación que puede tener más soluciones que la propuesta (no tienen por qué ser equivalentes). Es preciso comprobarlas:

$$x = 8 \;\to\; 8 + \sqrt{16} = 12 \;\to\; 8 + 4 = 12 \quad \text{SI}$$
$$x = 18 \;\to\; 18 + \sqrt{36} = 12 \;\to\; 18 + 6 = 24 \quad \text{NO}$$

El número buscado es el 8.

✗ <u>Ejercicio 4</u>:

a) Si llamamos x a la longitud de la base, la longitud de la altura será $x + 2$:



$$\textit{Superficie} = \textit{base} \times \textit{altura}$$

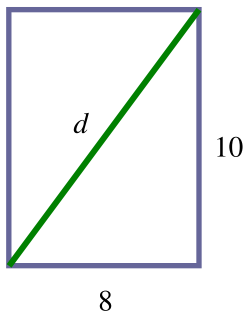
$$x \cdot (x+2) = 12 \;\to\; x^2 + 2x = 12 \;\to\; x^2 + 2x - 12 = 0$$

Resolviendo la ecuación obtenemos

$$x = 8 \quad , \quad x = -10$$

Es claro que la solución negativa no es válida en este problema. Así, la base mide 8 cm. y la altura 10 cm.

b) Para obtener la longitud de la diagonal aplicamos el Teorema de Pitágoras:



$$d^2 = 8^2 + 12^2$$
$$\downarrow$$
$$d^2 = 164$$
$$\downarrow$$
$$d = \sqrt{164} \approx 12{,}81$$

Tenemos así que la diagonal mide 12,81 cm. Aproximadamente.

✗ <u>Ejercicio 5</u>:

a) El cociente existe salvo para los valores que hacen cero el denominador:

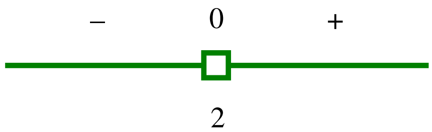
$$x^3 - 4x = 0 \;\rightarrow\; x \cdot (x^2 - 4) = 0 \;\rightarrow\; \left| \begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \;\rightarrow\; x = \pm 2 \end{array} \right.$$

Luego:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-2, 0, 2\}$$

b) Debe ser $x - 2 > 0$.

El estudio de signo es fácil:



Luego

$$D_f = [2, +\infty)$$