

Nombre: _____ 1º Bach

Los Números Reales

x Ejercicio 1: [2] Consideremos el número $A = \sqrt{13}$

- El número A , ¿es racional o irracional? ¿es un número real? ¿cómo es su expresión decimal?
- ¿Es A igual a una fracción de números enteros? Hállala si es posible.
- Aproxima A hasta las milésimas por exceso y calcula el error cometido (ϵ) y acótalo.
- Explica cómo puede construirse un segmento cuya longitud sea A .

x Ejercicio 2: [3] Efectúa las siguientes operaciones con radicales, racionalizando cuando sea preciso:

a)
$$\frac{\sqrt[5]{a^3} \cdot \sqrt[5]{a^{-2} b^4}}{\sqrt[5]{b^{-3}}}$$

b)
$$\sqrt{8} - 3\sqrt{18}$$

c)
$$\frac{\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}$$

x Ejercicio 3:

a) [1] Averigua a qué exponente debemos elevar 7 para obtener 3, dando una aproximación con error menor que una milésima.

b) [0'5] Efectúa con la calculadora:
$$\frac{3,26 \cdot 10^{24} + 3,1 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 10^{-6} - 2,5 \cdot 10^{-5}}$$

x Ejercicio 4: Considera

$$A = (-3, 5] \text{ y } B = (-\infty, 2)$$

a) [0'5] Expresa A de todas las formas posibles.

b) [1] Obtén $A \cap B$ y $A \cup B$

x Ejercicio 5: [2] Estudia el signo de la fracción $f = \frac{x-3}{7-x}$

según los distintos valores de x . ¿Cuándo es $f < 0$?

x Ejercicio 1: Consideremos el número $A = \sqrt{13}$:

a) El número A es un número real e irracional, por eso su expresión decimal es no periódica.

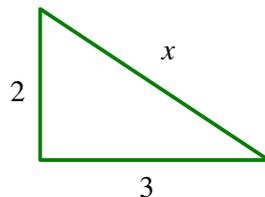
b) A no puede ser igual a una fracción de enteros porque no es racional.

c) $A = \sqrt{13} = 3,605551275463989293\dots$

$$A = \sqrt{13} \approx 3,606$$

$$\epsilon = \sqrt{13} - 3,606 = -0,0004487245360107069273\dots \text{ es menor que una milésima}$$

d) Para ello se usa el Teorema de Pitágoras:



$$x^2 = 3^2 + 2^2$$

↓

$$x^2 = 13$$

↓

$$x = \sqrt{13}$$

Como vemos, la hipotenusa de ese triángulo rectángulo es un segmento que mide $\sqrt{13}$ unidades de longitud.

x Ejercicio 2:

$$a) \frac{\sqrt[5]{a^3} \cdot \sqrt[5]{a^{-2}b^4}}{\sqrt[5]{b^{-3}}} = \sqrt[5]{\frac{a^3 \cdot a^{-2} b^4}{b^{-3}}} = \sqrt[5]{a b^7}$$

b) Debemos extraer factores primero:

$$\begin{aligned} \sqrt{8} &= \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{2} \\ \sqrt{18} &= \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot \sqrt{2} \end{aligned} \quad \left| \rightarrow \sqrt{8} - 3\sqrt{18} = 2\sqrt{2} - 9\sqrt{2} = -7\sqrt{2} \right.$$

$$c) \frac{\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \cdot \frac{3 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} \cdot 3 + \sqrt{5}^2}{3^2 - \sqrt{5}^2} = \frac{3 \cdot \sqrt{5} + 5}{9 - 5} = \frac{3 \cdot \sqrt{5} + 5}{4}$$

x Ejercicio 3:

$$a) 7^x = 3 \rightarrow x = \frac{\log 3}{\log 7} = 0,5645750340535796235 \approx 0,565$$

$$b) \frac{3,26 \cdot 10^{24} + 3,1 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 10^{-6} - 2,5 \cdot 10^{-5}} = -1,55 \cdot 10^{29}$$

x Ejercicio 4:

a) A es el intervalo abierto-cerrado desde -3 hasta 5 $= \{x : -3 < x \leq 5\}$:



$$b) A \cap B = (-3, 2) \text{ y } A \cup B = (-\infty, 5]$$

