Nombre:____ ***Curso***:_____	
Mates Aplicadas I a las CCSS – 16/06/2014	

EJERCICIO 1:

a) En un rectángulo de diagonal 7,5 cm. la altura mide 6 cm. Determina su área y su perímetro.

b) Averigua a qué número debemos elevar 4 para obtener 6.

c) Los números obtenidos en los apartados anteriores, ¿son racionales o irracionales? ¿Cómo es su expresión decimal?

d) Redondea el número obtenido en (b) hasta las diezmilésimas . Calcula el error cometido y acótalo.

EJERCICIO 2:

Estudia el signo de la fracción

$$f = \frac{2x-6}{x+5}$$

según los distintos valores de x. Indica cuándo es $f > 0$.

EJERCICIO 3:

Considera el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{cases} x^2 + y = 4 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

a) Resuelve algebraicamente ese sistema.

b) Dibuja en unos ejes de coordenadas las gráficas las gráficas de cada una de las ecuaciones. ¿Cómo pueden interpretarse en esa gráfica las soluciones del sistema?

EJERCICIO 4:

Si al doble de un número le restamos la raíz de su triple obtenemos 45. Averigua cuál es dicho número planteando y resolviendo una ecuación adecuada.

Nombre:____ *Curso*:_____
Mates Aplicadas I a las CCSS – 16/06/2014

EJERCICIO 5:

En un experimento que dura seis horas se estudia la temperatura de un objeto. Ésta varía en función del tiempo transcurrido desde el inicio de la experiencia según la fórmula siguiente, en la que tiempo (t) está medido en horas y la temperatura (T) en grados centígrados:

$$T = t^2 - 5t + 4 \quad , \quad 0 \leq t \leq 6$$

a) Dibuja la gráfica tiempo – Temperatura. ¿De qué tipo de gráfico se trata?

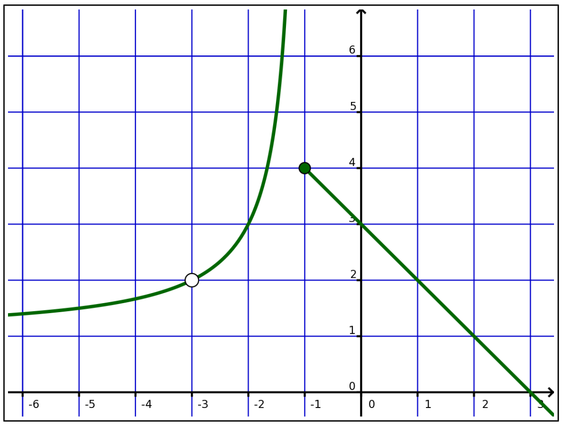
b) Indica cuándo la temperatura está bajo cero y cuándo por encima.

c) ¿En qué período de tiempo aumenta la temperatura del objeto? ¿En cuál disminuye?

d) Señala las temperatura extremas, indicando en qué momento se alcanzan.

e) Construye un esquema de variación de la función.

EJERCICIO 6:



La gráfica de la función $y = f(x)$ es la mostrada.

a) Analiza la continuidad de la función, estudiando el valor y las tendencias en cada uno de los valores en cada una de las discontinuidades.

b) Averigua cuáles son las tendencias de la función para $x \to -\infty$ y para $x \to +\infty$?

c) ¿Qué asíntotas tiene la curva?

EJERCICIO 7:

Sea
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & \text{si} \quad x \geq 1 \\ x + 1 & \text{si} \quad x < 1 \end{cases}$$

a) Obtén razonadamente los límites de $y = f(x)$ para $x \to \pm\infty$. ¿Tiene asíntotas horizontales?

b) Estudia algebraicamente su continuidad.

c) Dibuja su gráfica.

EJERCICIO 8:

Considera la función f definida por:

$$f(x) = \frac{2x - 10}{x^2 - 25}$$

a) Calcula los límites de $f(x)$ para $x \to \pm\infty$.

b) Estudia algebraicamente la continuidad.

c) ¿Qué asíntotas tiene la gráfica de la función?

Nombre:____ ***Curso***:_____	
Mates Aplicadas I a las CCSS – 16/06/2014	

EJERCICIO 9:

En una mesa hay dos bolsas con bolas. En una hay tres bolas numeradas del 4 al 6 y en la segunda hay cuatro bolas numeradas del 1 al 4. Sacamos una bola de cada bolsa, anotando cada uno de los números obtenidos. Consideremos los sucesos

A = “la suma de los números sacados es al menos 7” y B = “el segundo es menor es que el primero”

a) [0,50] Escribe el espacio muestral.

b) [0,50] Escribe los sucesos A y B y calcula sus probabilidades.

c) [0,75] Estudia si los sucesos A y B son independientes.

d) [0,75] Halla el suceso $A \cap \overline{B}$ y calcula su probabilidad.

EJERCICIO 10:

En un polideportivo, el 70% de los abonados juega al tenis, y el 35% a balonvolea y el 15% practica ambos.

a) [0,50] ¿Qué porcentaje juega alguno de esos dos deportes?

b) [0,50] ¿Qué porcentaje no juega a ninguno de esos dos deportes?

c) [0,75] Halle la probabilidad de que un abonado juegue a tenis pero no al balonvolea.

d) [0,75] Halle el porcentaje de los que practican sólo uno de esos dos deportes.

EJERCICIO 11:

En un dormitorio hay dos mesitas de noche. La de la izquierda contiene 10 calzoncillos y 8 braguitas, mientras que la de la derecha tiene 7 calzoncillos y 5 braguitas. Elegimos una mesita al azar y sacamos una prenda.

a) [1,25] ¿Cuál es la probabilidad de que la prenda sea un calzoncillo?

b) [1,25] Una persona ha entrado y ha sacado una prenda. Halle la probabilidad de que haya elegido la mesita de la derecha sabiendo que ha sacado unos calzoncillos.

EJERCICIO 12:

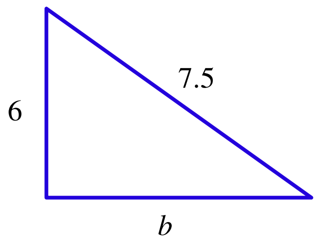
El tiempo de vida de un insecto se distribuye siguiendo una ley normal de media 50 días y una desviación típica de 6 días.

a) [1,25] ¿Qué porcentaje de la insectos vive más de 60 días?

b) [1,25] En una muestra de 250 insectos, ¿cuántos esperamos que vivan menos de 55 días?

EJERCICIO 1:

a) Si trazamos una diagonal, aparece un triángulo rectángulo. Por el Teorema de Pitágoras:



$$\begin{gathered} b^2 + 6^2 = 7{,}5^2 \\ \downarrow \\ b^2 = 56{,}25 - 36 \\ \downarrow \\ b^2 = 20,25 \\ \downarrow \\ b = \sqrt{20{,}25} = 4{,}5 \end{gathered}$$

Recordemos que el perímetro es la suma de las longitudes de los lados:

$$p = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 4.5 = 9 + 12 = 21 \ \text{ cm}$$

Ahora calculamos la superficie:

$$S = b \cdot h = 4.5 \cdot 6 = 27 \text{ cm}^2$$

b) Llamemos x a ese exponente:

$$4^x = 6 \ \rightarrow \ x = \frac{\log 6}{\log 4} = 1.29248125\ldots$$

c) El perímetro y la superficie del rectángulo son números enteros.

El exponente del apartado anterior es un número irracional y su expresión decimal es no periódica.

d) $x \approx 1.2925$

$\epsilon = 1.2925 - x = 0.0000187\ldots$ El error es inferior a una diezmilésima.

EJERCICIO 2:

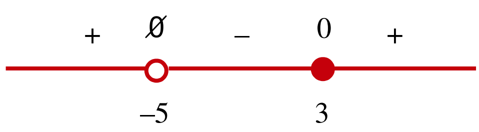
Estudiamos el signo de

$$f = \frac{2x - 6}{x + 5}$$

Obtengamos los ceros:

- Veamos cuándo es cero el numerador: $2x - 6 = 0 \rightarrow x = 3$
- Veamos cuándo lo es el denominador: $x + 5 = 0 \rightarrow x = -5$

Intervalos de signo:



Concluimos que es $f > 0$ cuando x está en:

$$(-\infty\,, -5) \cup (3\,, +\infty)$$

EJERCICIO 3:

a) Vamos a resolver por igualación el sistema: despejamos la y de ambas

$$\begin{cases} x^2+y=4 & \rightarrow \quad y=4-x^2 \\ 2x+y=1 & \rightarrow \quad y=1-2x \end{cases}$$

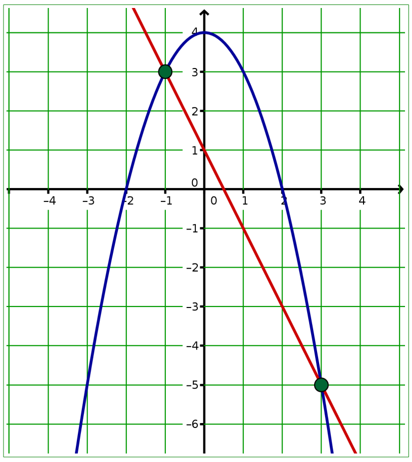
Ahora igualando ambos:

$$1-2x=4-x^2$$

Simplificamos y aplicamos la fórmula de la ecuación de 2º grado:

$$x^2-2x-3=0 \rightarrow x=\frac{2\pm 4}{2} \rightarrow \left| \begin{array}{lll} x=-1 \rightarrow y=3 & : & S_1 \\ x=+3 \rightarrow y=-5 & : & S_2 \end{array} \right.$$

Observemos que el sistema tiene dos soluciones.



b) La ecuación $y=4-x^2$ se representará como una parábola. Su vértice estará en $x_V=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{0}{2}=0$.

La segunda ecuación $y=1-2x$ se trata de una recta.

Con un par de tablas de valores obtenemos las gráficas.

Observemos que la parábola y la recta se cortan en dos puntos: sus coordenadas son las soluciones del sistema.

EJERCICIO 4:

Sea x ese número. Así, su doble será $2x$ y la raíz de su triple $\sqrt{3x}$.

La ecuación que nos permitirá obtener x será:

$$\underbrace{2x-\sqrt{3x}}_{\text{su doble menos la raíz de su triple}} \underbrace{=}_{\text{es}} \underbrace{45}_{\text{cuarenta y cinco}}$$

Para resolver, primero aislamos la raíz:

$$2x-45=\sqrt{3x}$$

Elevamos al cuadrado y desarrollamos:

$$(2x-45)^2=\left(\sqrt{3x}\right)^2 \rightarrow 4x^2-180x+2025=3x$$

Agrupamos y resolvemos:

$$4x^2-183x+2025=0 \rightarrow \left| \begin{array}{l} x=27 \\ x=18.75 \end{array} \right.$$

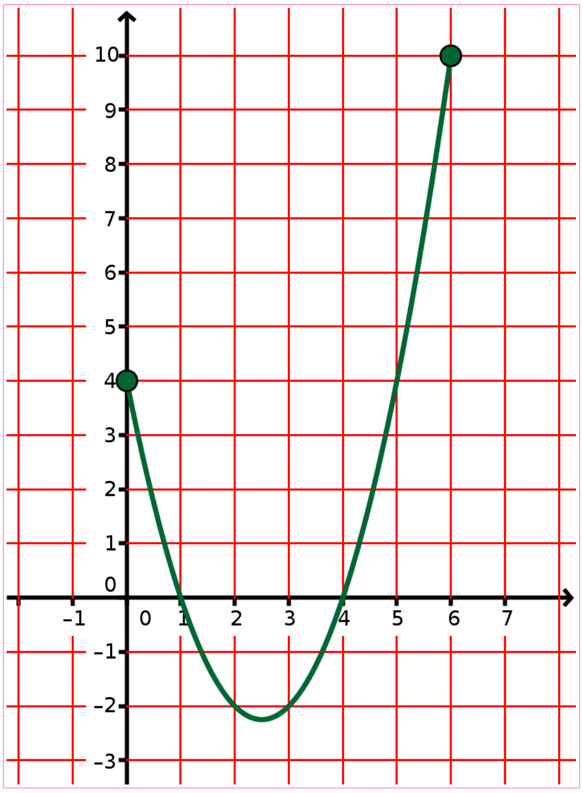
Al elevar al cuadrado ambos miembros obtenemos una ecuación que puede tener más soluciones que la propuesta (no tienen por qué ser equivalentes). Es preciso comprobarlas:

$$x=27 \rightarrow 54-\sqrt{81}=45 \rightarrow 54-9=45 \rightarrow \text{SI}$$

$$x=18{,}75 \rightarrow 37{,}5-\sqrt{56{,}25}=45 \rightarrow 37{,}5-7{,}5=45 \rightarrow \text{NO}$$

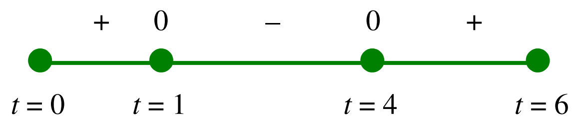
El número buscado es el 27.

EJERCICIO 5:



a) La gráfica es un trozo de parábola que tiene su vértice para $x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{2} = 2.5$. Con una tabla de valores conseguimos dibujarla.

b) Esquemáticamente:



c) Señalamos esquemáticamente:

d) La temperatura máxima es 10 ºC y se alcanza a las 6 horas (al final) .

La temperatura mínima es de –2,25ºC y se alcanza al principio del experimento (vértice de la gráfica).

e) Construye un esquema de variación de la función.

t	0		2,5		4
T	4	$\searrow$	–2,25	$\nearrow$	10

EJERCICIO 6:

a) Observamos en la gráfica que la función sólo es discontinua para $x = -3$ (con discontinuidad de agujero o evitable) y para $x = -1$ (con discontinuidad de salto infinito):

$\boxed{x=-3}$ VALOR: si $x = -3$ es $y =$ no existe

TENDENCIAS: $\begin{cases} \text{si } x \to -3_- \text{ es } y \to 2 \\ \text{si } x \to -3_+ \text{ es } y \to 2 \end{cases}$

Por eso hay discontinuidad de agujero para $x = -3$.

$\boxed{x=-1}$ VALOR: si $x = -1$ es $y = 4$

TENDENCIAS: $\begin{cases} \text{si } x \to -1_- \text{ es } y \to +\infty \\ \text{si } x \to -1_+ \text{ es } y \to 4 \end{cases}$

Concluimos que hay discontinuidad de salto infinito para $x = -1$.

b) En la gráfica observamos las siguientes tendencias en el infinito:

$$\text{si } x \to -\infty \text{ es } y \to 1 \quad , \quad \text{si } x \to +\infty \text{ es } y \to -\infty$$

o lo que es igual:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1 \quad , \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$$

c) La curva tiene las siguientes asíntotas:

Horizontales: $y = 1$ (para $x \to -\infty$)

Verticales: $x = -1$ (pues aquí tenemos una discontinuidad de salto infinito)

EJERCICIO 7:

a) Debemos elegir la fórmula conveniente:

si $x \to +\infty$ es $y = x^2 - 4x \to +\infty$ $\quad$ $[\,(+\infty)^2 = +\infty\,]$

si $x \to -\infty$ es $y = x + 1 \to -\infty$ $\quad$ $[\,(-\infty) + 1 = -\infty\,]$

b) La función sólo puede ser discontinua en $x = 1$ [separa-fórmulas].

$\boxed{x=1}$ VALOR: si $x = 1$ es $y = -3$

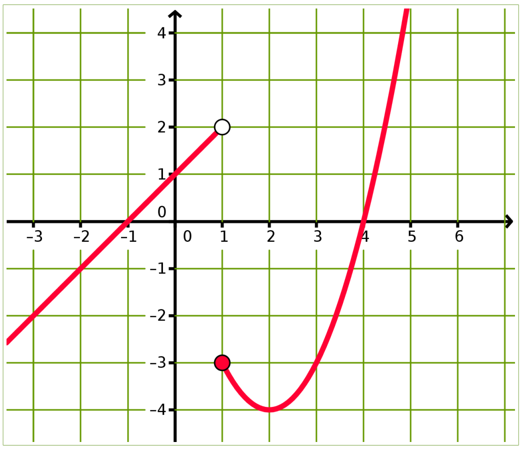
TENDENCIAS: $\begin{cases} \text{si } x \to 1_- \text{ es } y \to -3 \\ \text{si } x \to 1_+ \text{ es } y \to 2 \end{cases}$

Concluimos que hay discontinuidad de salto finito ($s = 5$) para $x = 1$.

c) Del apartado (a) se deduce que no hay asíntota horizontal [no se tiende a un número]

Del apartado (b) se deduce que o hay asíntota vertical [no hay salto infinito]

d) Será un trozo de parábola ($x \geq 1$) y de recta ($x < 1$) . Con un par de tablas de valores:



EJERCICIO 8:

a) Aplicamos la regla de los grados; como el grado del numerador es menor que el y del denominador:

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{6x + 18}{x^2 + 3x} = 0$$

b) La función sólo puede ser discontinua en los ceros del denominador:

$$x^2 + 3x = 0 \;\to\; x \cdot (x + 3) = 0 \;\to\; x = 0\,, x = -3$$

Veamos en estos dos puntos:

$\boxed{x=0}$ VALOR: si $x = 0$ es $y = \text{no existe}$

TENDENCIAS: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{6x + 18}{x^2 + 3x} = \left[\dfrac{18}{0}\right] = \pm\infty$

Concluimos que hay discontinuidad de salto infinito para $x = 0$.

$\boxed{x=-3}$ VALOR: si $x = -3$ es $y = \text{no existe}$

TENDENCIAS $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{6x + 18}{x^2 + 3x} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x \to -3} \dfrac{6\cancel{(x+3)}}{x\cancel{(x+3)}} = \dfrac{6}{-3} = -2$

Concluimos que hay discontinuidad de agujero para $x = -3$.

c) Del apartado (a) se deduce que la recta $y = 0$ es una asíntota horizontal.

Del apartado (b) se deduce que la recta $x = 0$ es una asíntota vertical.

EJERCICIO 9:

a) El espacio muestral está formada por las parejas siguientes:

$$E = \left\{ \begin{array}{cccc} 4-1 & 4-2 & 4-3 & 4-4 \\ 5-1 & 5-2 & 5-3 & 5-4 \\ 6-1 & 6-2 & 6-3 & 6-4 \end{array} \right\}$$

b) Veamos antes los sucesos y apliquemos la Regla de Laplace:

$$A = \left\{ \begin{array}{cccc} & & 4-3 & 4-4 \\ & 5-2 & 5-3 & 5-4 \\ 6-1 & 6-2 & 6-3 & 6-4 \end{array} \right\} \to \mathrm{p}\,(A) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$B = \left\{ \begin{array}{cccc} 4-1 & 4-2 & 4-3 & \\ 5-1 & 5-2 & 5-3 & 5-4 \\ 6-1 & 6-2 & 6-3 & 6-4 \end{array} \right\} \to \mathrm{p}\,(B) = \frac{11}{12}$$

c) La intersección es:

$$A \cap B = \{4-3\,, 5-2\,, 5-3\,, 5-4\,, 6-1\,, 6-2\,, 6-3\,, 6-4\}$$

Veamos si A y B son independientes:

$$\left. \begin{array}{r} p(A \cap B) = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3} \\ p(A) \cdot p(B) = \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{11}{12} = \dfrac{11}{16} \end{array} \right\} \to p(A \cap B) \neq p(A) \cdot p(B) \to \text{ Son dependientes}$$

d) Es fácil comprobar, recordando que la intersección está formada por los repetidos, que:

$$A \cap \overline{B} = \{4-4\} \to p(A \cap \overline{B}) = \frac{1}{12}$$

EJERCICIO 10:

Llamemos T = "jugar al tenis" y B = "jugar al balonvolea". Es:

$$p(T) = 0.70 \quad , \quad p(B) = 0.35 \quad , \quad p(T \cap B) = 0.15$$

a) Usamos la fórmula de la probabilidad de la unión (alguno):

$$p(T \cup B) = p(T) + p(T) - p(T \cup B) = 0.70 + 0.35 - 0.15 = 0.90 \to 90\%$$

Para las demás cuestiones organicemos todas las probabilidades en una tabla:

	T	$\overline{T}$	
B	0,15	0,20	0,35
$\overline{B}$	0,35	0,10	0,45
	0,70	0,30	1

b) Basta mirar en la tabla para hallar la probabilidad de que no juegue a ninguno de los dos:

$$p(\overline{T} \cap \overline{B}) = 0.10 \to 10\%$$

c) Si juega al tenis y no al balonvolea:

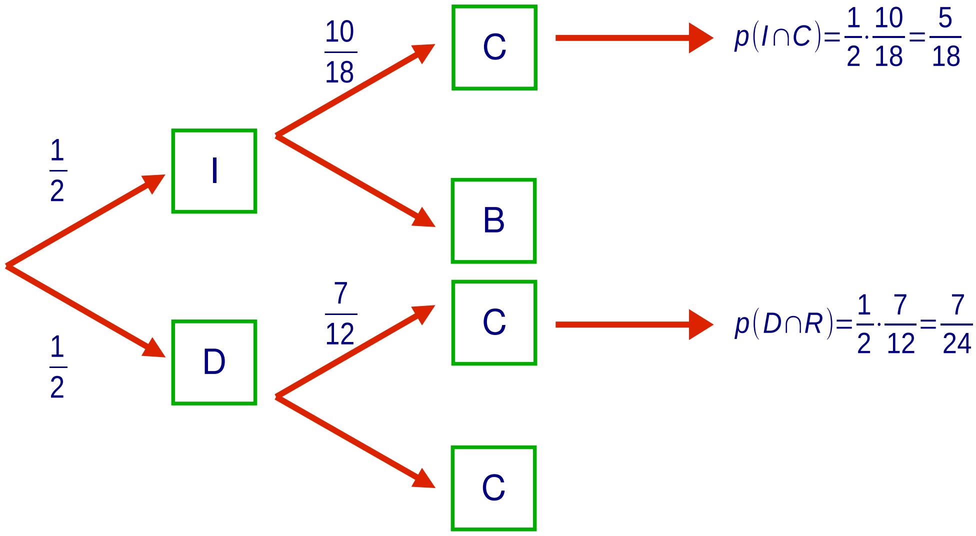
$$p(T \cap \overline{B}) = 0.55$$

d) Si juega sólo a uno de los dos será "T sí y B no" o "T no y B sí":

$$p(\text{"juega sólo a uno de los dos"}) = p(T \cap \overline{B}) + p(\overline{T} \cap B) = 0.55 + 0.20 = 0.75 \to 75\%$$

EJERCICIO 11:

El diagrama de árbol nos muestra esquemáticamente la estructura de la prueba:



a) Es una Probabilidad Total:

$$p(C) = \frac{5}{18} + \frac{7}{24} = \frac{41}{72}$$

b) Es una probabilidad condicionada:

$$p(D/C) = \frac{p(D \cap C)}{p(C)} = \frac{7/24}{41/72} = \frac{21}{41}$$

EJERCICIO 12:

La variable **X** = "tiempo de vida de un insecto" es normal con $\begin{cases} \mu = 50 \\ \sigma = 6 \end{cases}$

a) La probabilidad pedida es:

$$\text{p}\,(x > 60) \overset{(*)}{=} \text{p}\,(z > 1.67) = 1 - 0.9525 = 0.0475 \to 4.75\%$$

$$(*)\ z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{60-50}{6} \approx 1.67$$

b) $\text{p}\,(x < 55) \overset{(*)}{=} \text{p}\,(z \leq 0.83) = 0.9767$

$$(*)\ z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{55-50}{6} \approx 0.83$$

$$E = 250 \cdot 0.7967 = 199.1775 \approx 199 \text{ insectos}$$