***Nombre***:_____________________________________________________________ ***Curso***:_____

*Matemáticas Aplicadas I – Recuperación I – 15/01/2014*

EJERCICIO 1:

En un rectángulo de altura 3.25 cm se sabe que su perímetro es de 15 cm.

a) [0,75] Averigua la superficie. ¿Qué tipo de número mide esta magnitud?

b) [0,75] Obtén la longitud de la diagonal.

c) [0,5] Aproxima dicha diagonal hasta las milésimas por exceso, calcula el error cometido ( $\epsilon$ ) y acótalo.

EJERCICIO 2:

Efectúa las siguientes operaciones con radicales, racionalizando cuando sea preciso:

a) [1] $\dfrac{\sqrt[6]{a^3b^2}\cdot\sqrt[6]{a^{-5}b^4}}{\sqrt[6]{b^{-5}}}$

b) [1] $4\sqrt{12}-\sqrt{27}$

c) [1] $\dfrac{\sqrt{6}}{5-\sqrt{6}}$

EJERCICIO 3:

a) [1] Averigua a qué exponente debemos elevar 5 para obtener 7, dando una aproximación con error menor que una milésima.

b) [0,5] Efectúa con la calculadora:

$$\frac{2.25\cdot 10^{22}+3.5\cdot 10^{24}}{4\cdot 10^{-3}-5\cdot 10^{-4}}$$

EJERCICIO 4:

Considera

$$A=[-5\,,6) \quad , \quad B=\{x : x\geq 4\}$$

a) [0,5] Expresa $A$ de todas las formas posibles.

b) [1] Obtén $A\cup B\,, A\cap B$

EJERCICIO 5: [2]

Estudia el signo de la fracción

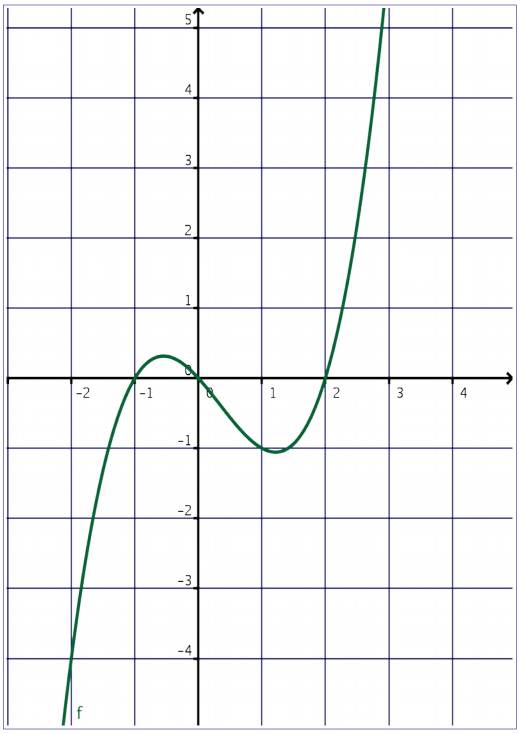
$$f=\frac{2x-6}{6-x}$$

según los distintos valores de $x$ . ¿Cuándo es $f<0$ ?

I: 1-5 , II: 6-9, I+II: 3 , 5, 7 , 9

EJERCICIO 6:

La gráfica de $y = 0,5x^3 - 0,5x^2 - x$ es la mostrada:




a) [0,25] Resuelve la ecuación:

$$0,5x^3 - 0,5x^2 - x = 0$$

b) [0,75] Resuelve la inecuación:

$$0,5x^3 - 0,5x^2 - x \leq 0$$

c) [1] Resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} y = 0,5x^3 - 0,5x^2 - x \\ x - y = 2 \end{cases}$$

EJERCICIO 7: Consideremos el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x - 3 \\ y - 2x + 6 = 0 \end{cases}$$

a) [1,5] Resuélvelo algebraicamente.

b) [1,5] Representa las gráficas correspondientes a cada ecuación en unos mismos ejes de coordenadas e interpreta geométricamente la solución.

EJERCICIO 8:

Si a un número le sumamos la raíz de su doble obtenemos 16. Averigua cuál es dicho número planteando y resolviendo una ecuación adecuada.

EJERCICIO 9:

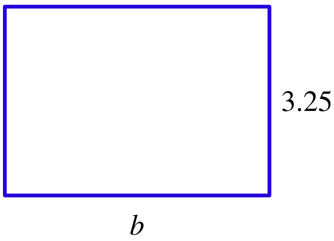
En un rectángulo de área 45 $cm^2$ se sabe que su altura mide cuatro centímetros menos que su base.

a) [2] Averigua sus dimensiones planteando una ecuación o sistema adecuados.

b) [1] Halla la longitud de su perímetro y de su diagonal.

EJERCICIO 1:

a) Primero calculemos la base. Recordemos que el perímetro es la suma de las longitudes de los lados:



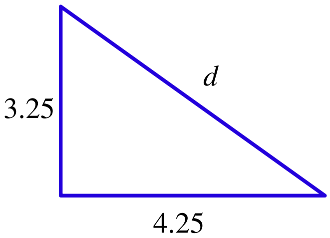

$$\begin{gathered} p = 15 \\ \downarrow \\ 2 \cdot b + 2 \cdot 3{,}25 = 15 \\ \downarrow \\ b = 8{,}5 \\ \downarrow \\ b = 4{,}25 \end{gathered}$$

Ahora calculamos la superficie:

$$S = b \cdot h = 3.25 \cdot 4.25 = 13.8125 \text{ cm}^2$$

Observemos que se trata de un número racional cuya expresión decimal es exacta.

b) Si trazamos una diagonal, aparece un triángulo rectángulo. Por el Teorema de Pitágoras:




$$\begin{gathered} d^2 = 3{,}25^2 + 4{,}25^2 \\ \downarrow \\ d^2 = 10{,}5625 + 18,0625 \\ \downarrow \\ d^2 = 28,625 \\ \downarrow \\ d = \sqrt{28{,}625} \end{gathered}$$

La diagonal mide $\sqrt{28.625}$ cm

c) $\sqrt{28.625} \approx 5.351$ cm

$\varepsilon = 3.351 - \sqrt{28.625} = 0.00076\ldots$ El error es inferior a una milésima.

EJERCICIO 2:

a) $\dfrac{\sqrt[6]{a^3b^2} \cdot \sqrt[6]{a^{-5}b^4}}{\sqrt[6]{b^{-5}}} = \sqrt[6]{\dfrac{a^3b^2 \cdot a^{-5}b^4}{b^{-5}}} = \sqrt[6]{a^{3+(-5)} \cdot b^{2+4-(-5)}} = \sqrt[6]{a^{-2}b^{11}}$

b) Debemos extraer primero factores:

$$\left.\begin{aligned} \sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3} \\ \sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3} \end{aligned}\right\} \to 4\sqrt{12} - \sqrt{27} = 8\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

c) $\dfrac{\sqrt{6}}{5-\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{6} \cdot (5+\sqrt{6})}{(5-\sqrt{6}) \cdot (5+\sqrt{6})} = \dfrac{\sqrt{6} \cdot 5 + \sqrt{6^2}}{5^2 - \sqrt{6^2}} = \dfrac{5\sqrt{6}+6}{25-6} = \dfrac{5\sqrt{6}+6}{19}$

EJERCICIO 3:

a) Sea $x$ ese número: $5^x = 7 \ \to \ x = \dfrac{\log 7}{\log 5} = 1.20906195\ldots \approx 1.209$

b) Con la calculadora: $\dfrac{2.25 \cdot 10^{22} + 3.5 \cdot 10^{24}}{4 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-4}} \approx 1.006 \cdot 10^{27}$

EJERCICIO 4:

a) $A$ es el intervalo cerrado-abierto desde $-5$ hasta $6$.

$A = \{x : -5 \leq x < 6\}$

Es el intervalo dibujado a la derecha.


b) Dibujando ambos observamos que $A \cap B = [4\,,6)$ , $A \cup B = [-5\,,+\infty)$

EJERCICIO 5:

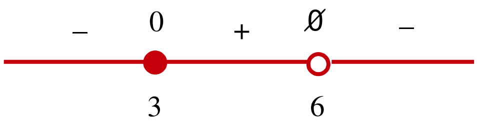
Estudiamos el signo de

$$f = \frac{2x-6}{6-x}$$

Obtengamos los ceros:

- Veamos cuándo es cero el numerador: $2x - 6 = 0 \rightarrow x = 3$
- Veamos cuándo lo es el denominador: $6 - x = 0 \rightarrow x = 6$

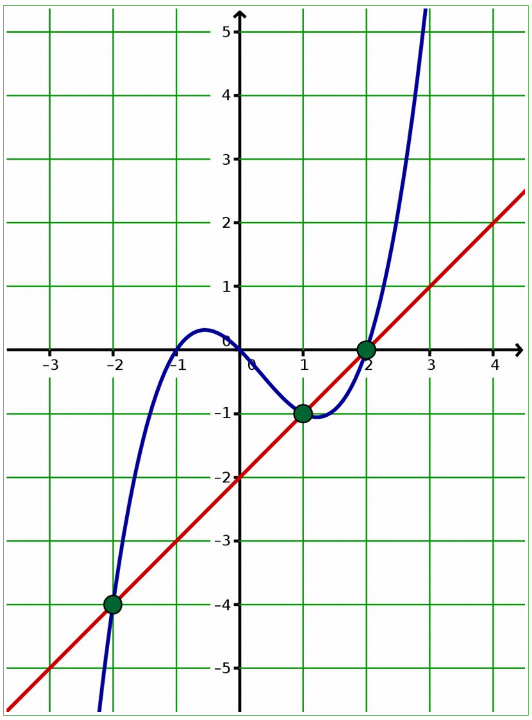
Intervalos de signo:




Concluimos que es $f < 0$ cuando $x$ está en:

$$(-\infty\,,3) \cup (6\,,+\infty)$$

EJERCICIO 6:




a) Tenemos que $f(x) = 0$ cuando la gráfica corta al eje **X**:

$$x = -1\,, x = 0\,, x = 2$$

b) Tenemos que $f(x) \leq 0$ cuando la gráfica está bajo el eje **X** incluyendo los ceros:

$$S = (-\infty\,,-1] \cup [0\,,2]$$

c) Vamos a resolverlo gráficamente. Para ello despejamos en la 2ª ecuación: $y = x - 2$. Y a continuación representamos esa recta en los mismos ejes que la curva. Las soluciones del sistema vienen dadas por los puntos de corte de la recta con la curva:

$$(x\,,y) = (-2\,,-4)\,,\ (1\,,-1)\,,\ (2\,,0)$$

EJERCICIO 7:

a) Vamos a resolver por igualación el sistema. Para ello despejamos la $y$ también en la 2ª ecuación:

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x - 3 \\ y - 2x + 6 = 0 \rightarrow y = 2x - 6 \end{cases}$$

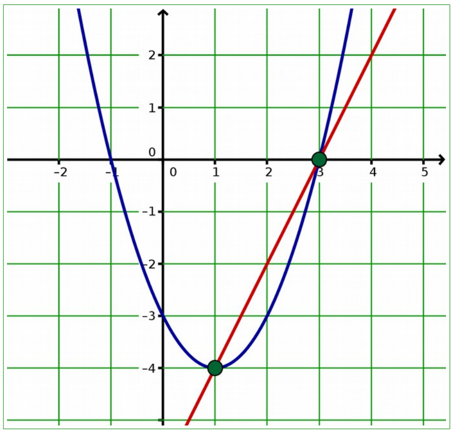
Ahora igualando ambos:

$$x^2 - 2x - 3 = 2x - 6$$

Simplificamos y aplicamos la fórmula de la ecuación de 2º grado:

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \rightarrow \left| \begin{array}{lcl} x = 1 \rightarrow y = -4 & : & S_1 \\ x = 3 \rightarrow y = 0 & : & S_2 \end{array} \right.$$

Observemos que el sistema tiene dos soluciones.




b) La ecuación $y = x^2 - 2x - 3$ se representará como una parábola. Su vértice estará en $x_V = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{2}{2} = 1$.

La segunda ecuación $y = 2x - 6$ se trata de una recta.

Con un par de tablas de valores obtenemos las gráficas.

Observemos que la parábola y la recta se cortan en dos puntos: sus coordenadas son las soluciones del sistema

EJERCICIO 8:

Sea $x$ ese número. Así, su doble será y la raíz de su doble $\sqrt{2x}$.

La ecuación que nos permitirá obtener $x$ será:

$$\underbrace{x + \sqrt{2x}}_{\text{el número más la raíz de su doble}} \quad \underbrace{=}_{\text{es}} \underbrace{12}_{\text{doce}}$$

Primero aislamos la raíz:

$$\sqrt{2x} = 12 - x$$

Elevamos al cuadrado y desarrollamos:

$$\left(\sqrt{2x}\right)^2 = (12 - x)^2 \rightarrow 2x = 144 - 2x + x^2$$

Agrupamos y resolvemos:

$$x^2 - 26x + 144 = 0 \rightarrow \left| \begin{array}{l} x = 8 \\ x = 18 \end{array} \right.$$

Al elevar al cuadrado ambos miembros obtenemos una ecuación que puede tener más soluciones que la propuesta (no tienen por qué ser equivalentes). Es preciso comprobarlas:

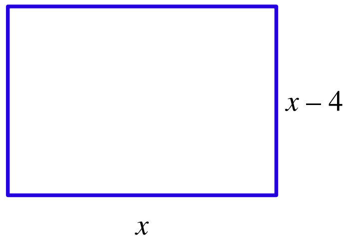
$$x = 8 \quad \rightarrow \quad 8 + \sqrt{16} = 12 \rightarrow 8 + 4 = 12 \rightarrow \text{SI}$$

$$x = 18 \quad \rightarrow \quad 18 + \sqrt{36} = 12 \rightarrow 18 + 6 = 12 \rightarrow \text{NO}$$

El número buscado es el 8.

EJERCICIO 9:

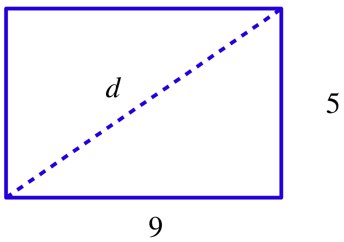
a) Si llamamos $x$ a la longitud de la altura, la longitud de la base será $x-4$:




$$S = 45$$
$$\downarrow$$
$$x \cdot (x-4) = 45$$
$$\downarrow$$
$$x^2 - 5x - 45 = 0$$
$$\downarrow$$
$$x = 9\,, x = -5$$

La solución negativa no es válida en este problema. Así, la base mide 9 cm. y la altura 9 – 4 = 5 cm.

b) El perímetro es la suma de todos los lados $p = 9 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = 28\ \mathrm{cm}.$




Trazando la diagonal, aparece un triángulo rectángulo. Por el T. de Pitágoras:

$$d^2 = 9^2 + 5^2$$
$$\downarrow$$
$$d^2 = 106$$
$$\downarrow$$
$$d = \sqrt{106} \approx 10{,}3$$

Tenemos así que la diagonal mide aproximadamente 10,3 cm.