Nombre:____ *Curso*:_____	
Matemáticas Aplicadas I – Funciones – 19/12/2013	

EJERCICIO 1: [3,5]

En un experimento que dura cuatro horas se estudia la temperatura de un objeto. Ésta varía en función del tiempo transcurrido desde el inicio de la experiencia según la fórmula

$$T = -5 + 6t - t^2 \quad , \quad 0 \leq t \leq 4$$

donde el tiempo (t) está medido en horas y la temperatura (T) en grados centígrados.

a) ¿Cuál es la temperatura al inicio del experimento? ¿Y al final?

b) ¿En qué instante el cuerpo se halla a cero grados?

c) Dibuja la gráfica tiempo – Temperatura.

d) ¿En qué período de tiempo aumenta la temperatura del objeto? ¿En cuál disminuye?

e) Señala las temperatura máxima y mínima alcanzadas.

f) Indica cuándo la temperatura está bajo cero y cuándo por encima.

g) Construye un esquema de variación de la función.

EJERCICIO 2: [2,5]

Considera la función f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x+4 & \text{si} \quad x \leq -1 \\ 2^{-x}+2 & \text{si} \quad x > -1 \end{cases}$$

a) Dibuja su gráfica.

b) Estudia su continuidad.

c) ¿Cuál es la tendencia de la función cuando $x \to -\infty$? ¿Y cuando $x \to +\infty$?

EJERCICIO 3: [3]

Considera las funciones siguientes:

$$f(x) = x - 5 \quad , \quad g(x) = \sqrt{2x+4} \quad , \quad h(x) = \frac{4x-5}{x+3}$$

a) Calcula $(f-h)(1)$ y $(f \circ g)(-2)$.

b) Halla $\left(\frac{h}{f}\right)(x)$ y su dominio.

c) Obtén $(g \circ f)(x)$ y su dominio.

EJERCICIO 4: [1]

Consideremos un rectángulo de perímetro 10 cm. Expresa su altura (h) y su diagonal (d) en función de su base (x).

EJERCICIO 1:

$$T = -5 + 6t - t^2 \quad , \quad 0 \leq t \leq 4$$

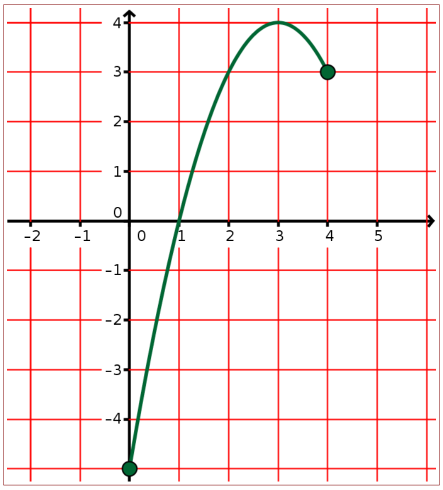
a) Hacemos $t = 0 \ \rightarrow \ T = -5$: al inicio del experimento la temperatura es de cinco grados bajo cero.

Haciendo $t = 4 \ \rightarrow \ T = 3$: al final de la experiencia la temperatura es de tres grados.

b) Hacemos $T = 0 \rightarrow -t^2 + 6t - 5 = 0 \rightarrow t = 1$, $t = 5$

Como sólo dura cuatro horas, tenemos que la temperatura es de cero grados sólo a la hora del inicio.

c) La gráfica será un trozo de parábola con vértice para $t = 2.5$. Con una tabla de valores conseguimos:



d) Apreciamos que la temperatura aumenta desde el inicio hasta las 3 horas y disminuye desde ese momento hasta el final.

e) La temperatura máxima es 4 ºC y se alcanza a las 2 horas (vértice de la gráfica) .

La temperatura mínima es de -5ºC y se alcanza al principio del experimento (origen de coordenadas).

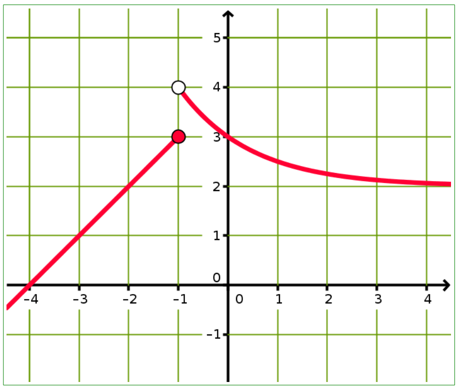
f) Observamos que la temperatura está bajo cero durante la primera hora y desde ese momento hasta el final está por encima de los cero grados

g) La siguiente tabla resume la variación de la función:

t	0		3		4
T	–5	↗	4	↘	3

EJERCICIO 2:

a) La gráfica se compone de un trozo de recta y de un trozo de curva exponencial. Con unas tablas:



b) La gráfica es continua en todo punto excepto para $x = -1$, donde presenta una discontinuidad de salto finito (salto de una unidad).

c) Cuando prolongamos hacia la derecha, observemos que y se aproxima cada vez más a 2 ($y = 2$ es una asíntota horizontal para la curva). Así.

$$\text{si } x \rightarrow +\infty \text{ es } y \rightarrow 2$$

Cuando nos movemos hacia la izquierda observemos que y toma valores cada vez más pequeños (línea recta). Así

$$\text{si } x \rightarrow -\infty \text{ es } y \rightarrow -\infty$$

EJERCICIO 3:

$$f(x) = x - 5 \quad , \quad g(x) = \sqrt{2x+4} \quad , \quad h(x) = \frac{4x-5}{x+3}$$

a) $(f-h)(1) = -4 - \dfrac{-1}{4} = -\dfrac{15}{4}$

$(f \circ g)(-2) = f(0) = -5$

El esquema de esta composición es:

$$\begin{tikzcd} x=-2 \arrow[r, "g"] \arrow[rr, bend right, "f \circ g"'] & 0 \arrow[r, "f"] & y=-5 \end{tikzcd}$$

b) En cuanto al cociente:

$$\left(\frac{h}{f}\right)(x) = \frac{4x-5}{x+3} : \frac{x-4}{1} = \frac{4x-5}{(x+3)(x-5)}$$

El denominador no puede ser cero:

$$(x+3)(x-5) = 0 \ \rightarrow \ x = -3\,,\ x = 5$$

Así:

$$D = \mathbb{R} - \{-3\,,5\}$$

c) La fórmula que define a la función compuesta es:

$$(g \circ f)(x) = g(x-5) = \sqrt{2(x-5)+4} = \sqrt{2x-6}$$

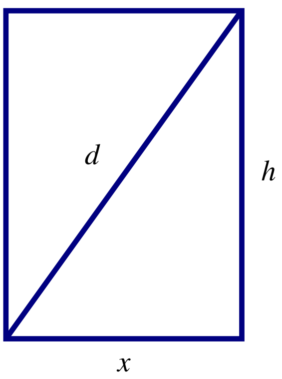
Para que dicha expresión exista, debe ser:

$$2x - 6 \geq 0$$

Resolviendo la inecuación:

$$D = [3\,,+\infty)$$

EJERCICIO 4:



Tenemos:

$$p = 10 \ \rightarrow \ 2x + 2h = 10 \ \rightarrow \ x + h = 5$$

Despejando h, obtendremos la altura en función de la base:

$$h = 5 - x$$

Al trazar la diagonal aparece un triángulo rectángulo en el que aplicamos el Teorema de Pitágoras.

Así la diagonal del rectángulo es:

$$d = \sqrt{x^2 + (5-x)^2} = \sqrt{2x^2 - 10x + 25}$$