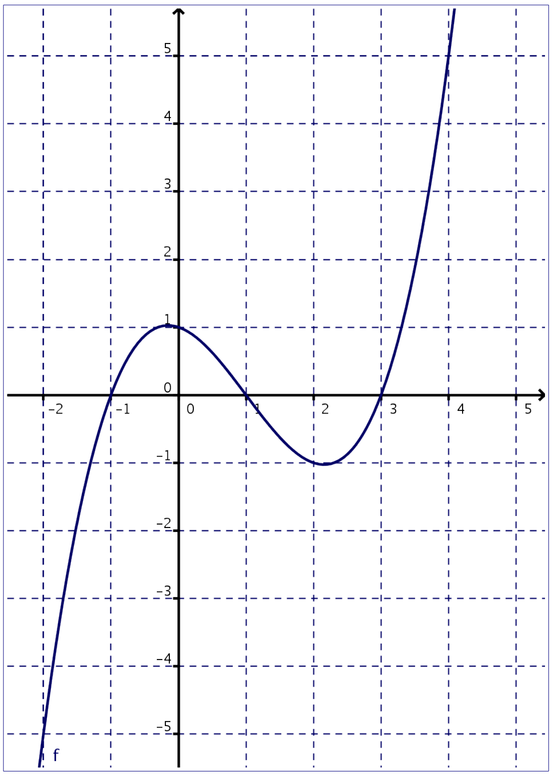
Nombre:____ ***Curso***:_____		
Matemáticas Aplicadas I – Álgebra – 27/11/2013		

EJERCICIO 1:

La gráfica de $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - \frac{1}{3}x + 1$ es la mostrada:



a) [0,25] Resuelve la ecuación:

$$\frac{1}{3}x^3 - x^2 - \frac{1}{3}x + 1 = 0$$

b) [0,75] Resuelve la inecuación:

$$\frac{1}{3}x^3 - x^2 - \frac{1}{3}x + 1 \leq 0$$

c) [1] Resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - \frac{1}{3}x + 1 \\ -5x + 3y = -5 \end{cases}$$

EJERCICIO 2: Consideremos el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} y = x^2 + 2x \\ x - y = 2 \end{cases}$$

a) [1,5] Resuélvelo algebraicamente.

b) [1,5] Representa las gráficas correspondientes a cada ecuación en unos mismos ejes de coordenadas e interpreta geométricamente la solución.

EJERCICIO 3: [2]

Si al triple de un número le restamos la raíz de su doble obtenemos 4. Averigua cuál es dicho número planteando y resolviendo una ecuación adecuada.

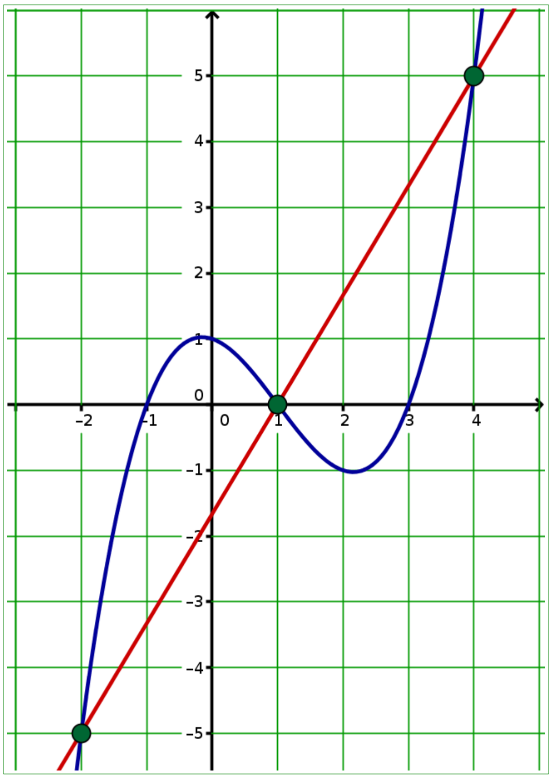
EJERCICIO 4:

En un rectángulo de área $84\ \text{cm}^2$ se sabe que su base mide cinco centímetros menos que su altura.

a) [2] Averigua sus dimensiones con un planteamiento y resolución algebraicos.

b) [1] Halla la longitud de su perímetro y de su diagonal.

EJERCICIO 1:



a) Tenemos que $f(x) = 0$ cuando la gráfica corta al eje **X**:

$$x = -1\,, x = 1\,, x = 3$$

b) Tenemos que $f(x) \leq 0$ cuando la gráfica está bajo el eje **X** incluyendo los ceros:

$$S = (-\infty\,, -1] \cup [1\,, 3]$$

c) Vamos a resolverlo gráficamente. Para ello despejamos en la 2ª ecuación: $y = \dfrac{-5+5x}{3}$. Y a continuación representamos esa recta en los mismos ejes que la curva. Las soluciones del sistema vienen dadas por los puntos de corte de la recta con la curva:

$$(x\,, y) = (-2\,, -5)\,,\ (1\,, 0)\,,\ (4\,, 5)$$

EJERCICIO 2:

a) Vamos a resolver por igualación el sistema. Para ello despejamos la y también en la 2ª ecuación:

$$\begin{cases} y = x^2 + 2x \\ x - y = 2 \ \rightarrow\ -y = 2 - x \rightarrow\ y = -2 + x \end{cases}$$

Ahora igualando ambos:

$$x^2 + 2x = -2 + x$$

Simplificamos y aplicamos la fórmula de la ecuación de 2º grado:

$$x^2 + x + 2 = 0\,, \rightarrow\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-7}}{2} = \text{NO}$$

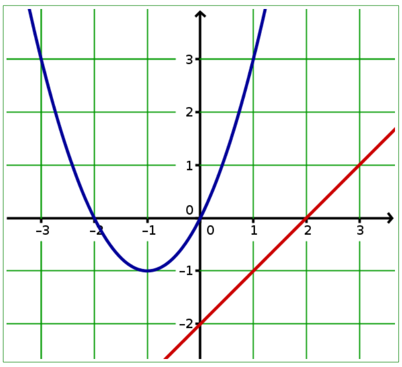
Observemos que el sistema no tiene solución.

b) La ecuación $y = x^2 + 2x$ se representará como una parábola. Su vértice estará en $x_V = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{2}{2} = -1$.

La segunda ecuación $y = -2 + x$ se trata de una recta.

Con un par de tablas de valores obtenemos la gráfica.

Observemos que la parábola y la recta no se interceptan, no hay punto de corte: por eso el sistema no tiene solución.



EJERCICIO 3:

Sea x ese número. Así, su triple será $3x$ y la raíz de su doble $\sqrt{2x}$.

La ecuación que nos permitirá obtener x será:

$$\underbrace{3x-\sqrt{2x}}_{\text{su triple menos la raíz de su doble}} \underbrace{=}_{\text{es}} \underbrace{4}_{\text{cuatro}}$$

Para resolver, primero aislamos la raíz:

$$3x-4=\sqrt{2x}$$

Elevamos al cuadrado y desarrollamos:

$$(3x-4)^2=\left(\sqrt{2x}\right)^2 \to 9x^2+16-24x=2x$$

Agrupamos y resolvemos:

$$9x^2-26x+16=0 \to \left| \begin{array}{l} x=2 \\ x=\dfrac{8}{9} \end{array} \right.$$

Al elevar al cuadrado ambos miembros obtenemos una ecuación que puede tener más soluciones que la propuesta (no tienen por qué ser equivalentes). Es preciso comprobarlas:

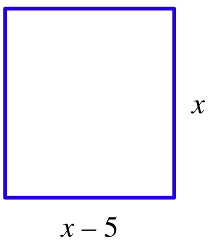
$$x=2 \to 6-\sqrt{4}=4 \to 6-2=4 \to \text{SI}$$

$$x=\frac{8}{9} \to 3\cdot\frac{8}{9}-\sqrt{2\cdot\frac{8}{9}}=4 \to \frac{8}{3}-\frac{4}{3}=4 \to \text{NO}$$

El número buscado es el 2.

EJERCICIO 4:

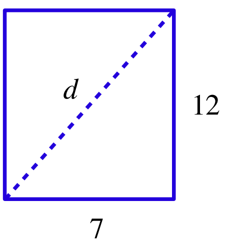
a) Si llamamos x a la longitud de la altura, la longitud de la base será $x-5$:



$$\begin{gathered} S=84 \\ \downarrow \\ x\cdot(x-5)=84 \\ \downarrow \\ x^2-5x-84=0 \\ \downarrow \\ x=12\,,x=-7 \end{gathered}$$

La solución negativa no es válida en este problema. Así, la altura mide 12 cm. y la altura 12 – 5 = 7 cm.

b) El perímetro es la suma de todos los lados: $p=12\cdot 2+7\cdot 2=38$ cm



Trazando la diagonal, aparece un triángulo rectángulo. Por el T. de Pitágoras:

$$\begin{gathered} d^2=12^2+7^2 \\ \downarrow \\ d^2=193 \\ \downarrow \\ d=\sqrt{193}\approx 13{,}89 \end{gathered}$$

Tenemos así que la diagonal mide aproximadamente 13,89 cm.