Nombre: ____ ***1º***		
Prueba de Septiembre. Matemáticas Aplicadas I	05/09/2011	

✗ Ejercicio1: Estudia el signo de la fracción $f=\frac{7-x}{x+1}$ según los distintos valores de x. Indica cuándo es $f>0$?

✗ Ejercicio 2: Considera el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{cases} y=x^2-2x \\ -x+y=4 \end{cases}$$

a) Resuelve algebraicamente ese sistema.

b) Dibuja en unos ejes de coordenadas las gráficas las gráficas de cada una de las ecuaciones. ¿Cómo pueden interpretarse en esa gráfica las soluciones del sistema?

✗ Ejercicio 3: Sea $f(x)=\begin{cases} x^2-4x & \text{si} \quad x\leq 3 \\ -x+1 & \text{si} \quad x>3 \end{cases}$

a) Obtén razonadamente los límites de $f(x)$ para $x\to\pm\infty$. ¿Tiene asíntotas horizontales?

b) Estudia algebraicamente su continuidad.

c) Dibuja su gráfica.

✗ Ejercicio 4: En un club deportivo, el 50% de los socios practica fútbol y el 30% ciclismo. También se sabe que el 25% practica ambos deportes.

a) Calcule la probabilidad de que un individuo practique alguno de los dos.

b) ¿Qué porcentaje de individuos ni juega al fútbol ni practica ciclismo?

✗ Ejercicio 5: La altura de los árboles de una plantación se distribuye de forma normal con una altura media de 5 metros y una desviación típica de 1,25 m.

a) ¿Qué porcentaje de la población tiene una altura superior a los 6 metros?

b) En una muestra de 500 árboles, ¿cuántos esperamos que tengan una altura inferior a esos 6 metros?

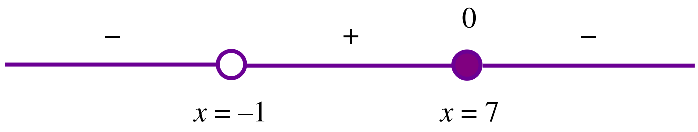
Todos los ejercicios tienen igual valoración.
Recuerda: las respuestas deben razonarse o argumentarse adecuadamente.

✗ <u>Ejercicio 1</u>: Estudiemos el signo de $f=\frac{7-x}{x+1}$

Obtengamos los ceros:

- Veamos cuándo es cero el numerador: $7-x=0 \rightarrow x=7$
- Veamos cuándo lo es el denominador: $x+1=0 \rightarrow x=-1$

Intervalos de signo:



Concluimos que es $f>0$ cuando x está comprendido entre -1 y 7 (ambos no incluidos):

$$S=(-1,7)$$

✗ <u>Ejercicio 2</u>:

a) Vamos a resolver por sustitución el sistema

$$\begin{cases} y=x^2-2x \\ -x+y=4 \end{cases}$$

Ya tenemos despejada la incógnita y en la primera ecuación. Sustituyendo su valor en la segunda:

$$-x+(x^2-2x)=4$$

Simplificamos y aplicamos la fórmula de la ecuación de 2º grado:

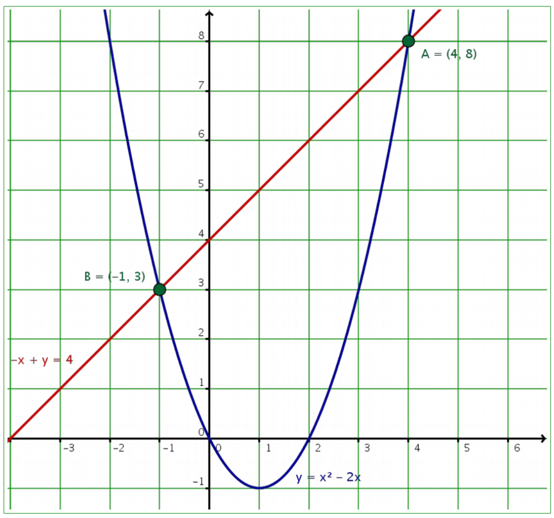
$$x^2-3x-4=0 \rightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9+16}}{2\cdot 1}=\frac{3\pm 5}{2} \rightarrow \left| \begin{array}{lcl} x=-1 & \underset{sustituyendo}{\rightarrow} & y=3 \\ x=4 & \underset{sustituyendo}{\rightarrow} & y=8 \end{array}\right.$$

Observemos que el sistema tiene dos soluciones.

b) La ecuación $y=x^2-2x$ se representará como una parábola. Su vértice estará en $x_V=\frac{-b}{2a}=\frac{2}{2}=1$.

La segunda ecuación $y=4+x$ se trata de una recta.

Con un par de tablas de valores obtenemos:



Observemos que las soluciones se corresponden con los puntos de corte o intersección de la recta con la parábola.

✗ <u>Ejercicio 3</u>:

a) En la gráfica observamos las siguientes tendencias en el infinito:

$$\text{si } x\to-\infty \text{ es } y\to2 \quad \text{y} \quad \text{si } x\to+\infty \text{ es } y\to-1$$

o lo que es igual:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=2 \quad \text{y} \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)=-1$$

b) La función es continua en todo punto excepto en $x = 1$ (discontinuidad de salto infinito) y en $x = 3$ (discontinuidad evitable o de agujero). Veamos los valores y las tendencias en esas discontinuidades:

$\boxed{x=1}$ VALOR: si $x=1$ es $y=1$

TENDENCIAS: $\begin{cases} \text{si } x\to1- \text{ es } y\to1 \\ \text{si } x\to1+ \text{ es } y\to-\infty \end{cases}$

$\boxed{x=3}$ VALOR: si $x=1$ es $y=$ No existe

TENDENCIAS: $\begin{cases} \text{si } x\to3- \text{ es } y\to2 \\ \text{si } x\to3+ \text{ es } y\to2 \end{cases}$

c) En la gráfica observamos las siguientes tendencias en el infinito:

$$\text{si } x\to-\infty \text{ es } y\to2 \quad \text{y} \quad \text{si } x\to+\infty \text{ es } y\to-1$$

o lo que es igual:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=2 \quad \text{y} \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)=-1$$

d) La curva tiene las siguientes asíntotas:

Horizontales:

$y = 2$ (para $x\to-\infty$)

$y = -1$ (para $x\to+\infty$)

Verticales:

$x = 1$ (pues aquí tenemos una discontinuidad de salto infinito)

✗ <u>Ejercicio 5</u>: Llamemos:

C = "un individuo va al cine" → $p(C)=0{,}32$

T = "un individuo va al teatro" → $p(T)=0{,}15$

También conocemos $p(C\cap T)=0{,}10$

a) Se nos pide la probabilidad de la unión:

$$p(C\cup T)=p(C)+p(T)-p(C\cap T)=0{,}32+0{,}15-0{,}10=0{,}37$$

b) Organicemos todo en una tabla:

	C	$\overline{C}$	
T	0,1	0,05	0,15
$\overline{T}$	0,22	0,63	0,85
	0,32	0,68	1

La probabilidad pedida está en la tabla: $p(\overline{C}\cap T)=0{,}05$

Concluimos que el 5% va al teatro pero no al cine.

✗ Ejercicio 12:

Es X = "coeficiente intelectual de los individuos" normal con $\left| \begin{array}{l} \mu = 80 \ \ p. \\ \sigma = 30 \ \ p. \end{array} \right.$

a) Es: $p(X<75)=p(Z<-0{,}17)=1-0{,}5675=0{,}4325$

$$z=\frac{x-\mu}{\sigma}=\frac{75-80}{30}\approx -0{,}17$$

b) $E=n\cdot p=60\cdot 0{,}4325=25{,}95$ → Esperamos unos 26 individuos