1

ARITMÉTICA

NÚMEROS RACIONALES

- Los **números racionales** son las **fracciones** de números enteros (con denominador distinto de cero).

  Los números **enteros** también son racionales (pueden expresarse con denominador igual a 1).
- Para obtener la **expresión decimal** de un número racional **se divide** el numerador entre el denominador.

  Se obtiene siempre:

  1. Un número decimal **exacto** (2,45 ; 3,125).
  2. Un número decimal **periódico** ($2,\hat{3}$, $1,7\hat{2}$)
- Recíprocamente, todo decimal exacto o periódico puede expresarse como un número racional:

$$1,5\widehat{32}=\frac{1532-15}{990}=\frac{1517}{990}$$

- En una recta siempre podremos dibujar un segmento cuya longitud sea igual a un número racional dado. Para ello podemos usar el **Teorema de Tales**.

NÚMEROS IRRACIONALES

Los números **decimales no periódicos** se denominan números **irracionales**.

Ejemplos de números irracionales son $\sqrt{n}$ (donde n es un entero que no es cuadrado) o el famoso π.

NÚMEROS RADICALES

- $\sqrt[n]{a}$ es el número que elevado a n nos da a:

$$\sqrt[n]{a}=b \underset{\text{def}}{\Leftrightarrow} b^n=a$$

- Por ejemplo: $\sqrt[3]{8}=2$ porque $2^3=8$
- Hay radicales que **no existen**, como $\sqrt{-9}$.
- Son imprescindibles para despejar la base de una potencia, como:

  $x^5=10 \rightarrow x=\sqrt[5]{10}=1,58489\ldots$

  $x^4=64 \rightarrow x=\pm\sqrt[4]{64}=\pm 2$

- Propiedades básicas:
  - Simplificación: $\sqrt[n]{a}=\sqrt[np]{a^p}$
  - Producto: $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$
  - Cociente: $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$
  - Raíz de raíz: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[m\cdot n]{a}$
- Los números radicales **no** se **suman** así:

$$\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b}$$

  Hay que sacar factores **fuera** y **agregar** los **semejantes**:

$$\sqrt{8}+\sqrt{18}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

- **Racionalizar** es eliminar radicales de los denominadores. Hay dos procedimientos:

  1. $\dfrac{a}{\sqrt{b}}=\dfrac{a}{\sqrt{b}}\cdot\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}=\dfrac{a\cdot\sqrt{b}}{b}$
  2. $\dfrac{1}{5-\sqrt{3}}=\dfrac{3}{5-\sqrt{3}}\cdot\dfrac{5+\sqrt{3}}{5+\sqrt{3}}=\dfrac{15+3\sqrt{3}}{25-3}=\dfrac{15+3\sqrt{3}}{22}$

APROXIMACIONES

- El conjunto de los números **reales** ($\mathbb{R}$) es el formado por **todos los números decimales**, racionales o irracionales. Esquema:

$$Reales\begin{cases} Racionales & = \text{Decimales exactos o periódicos} \\ Irracionales & = \text{Decimales no periódicos}\end{cases}$$

- Aproximar, en un cálculo o resultado, el número real x es sustituirlo por otro número r. Diremos en este caso que r es se una **aproximación** de x.
  - Si r es menor que x se dice que la aproximación es por **defecto**.
  - Si r es mayor que x se dice que la aproximación es por **exceso**.
  - El **error** absoluto es la diferencia entre el número real y la aproximación:

$$\varepsilon=|x-r|$$

1 ARITMÉTICA

NOTACIÓN CIENTÍFICA

Un número en notación científica tiene este aspecto:

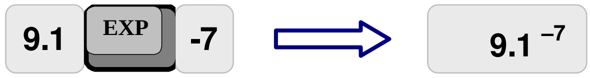
$$N=\underbrace{a}_{\text{parte entera}}\ ,\underbrace{bcd\ldots}_{\text{parte decimal}}\cdot\underbrace{10^n}_{\text{potencia de 10}}$$

Por ejemplo:

$$15.000.000=15\cdot 10^6=1{,}5\cdot 10^7$$

$$0{,}00007=7\cdot 10^{-5}$$

Así se introduce en la calculadora:



LOGARITMOS DECIMALES

Se llama **logaritmo decimal** del número x, y se designa por $\log x$, al **exponente** al que hay que elevar 10 para obtener x.

Por ejemplo:

$$\log 100=2 \text{ porque } 10^2=100$$

$$\log 0{,}001=-3 \text{ porque } 10^{-3}=\frac{1}{1000}=0{,}001$$

Los logaritmos son útiles para poder **despejar exponentes**:

$$a^x=b \quad\rightarrow\quad x=\frac{\log b}{\log a}$$

En una calculadora encontramos dos teclas, la de los logaritmos **decimales** y la de los logaritmos **neperianos**:

ORDENACIÓN

Se dice que el número a es **mayor** que el número b, y se escribe $a>b$, si $a-b$ es positivo.

También hay desigualdades **no estrictas**:

$$a\geq b \overset{\text{def}}{\Leftrightarrow} a>b \text{ o } a=b$$

Con las desigualdades podemos formar **intervalos** en la recta. Por ejemplo:

El intervalo cerrado-abierto $(1,5]=\{x:1<x\leq 5\}$:

El intervalo cerrado $[2,+\infty)=\{x:2\leq x<+\infty\}$:

SIGNOS DE EXPRESIONES

El **signo** de una expresión algebraica (polinomio o fracción algebraica)

$$f(x)$$

depende del valor de x.

Para analizarlo, se procede así:

1. **Ceros**: obtenemos sus ceros, calculando los del numerador y del denominador de la expresión si fuera una fracción algebraica.
2. **Intervalos de signo**: la expresión tiene el mismo signo en cada uno de los intervalos que delimitan los ceros.

   Para averiguarlo sustituimos x por un número cualquiera de cada intervalo.