

Ejercicios y Problemas
de
Introducción a las Derivadas

AUTOEVALUACIÓN

EJERCICIO 1: Obtén la derivada de las siguientes funciones:

- a) $y = x^3 \operatorname{sen} x$
- b) $y = \frac{x^3}{2x + 1}$
- c) $y = x^5 e^x + 1$
- d) $y = 3 \ln x - 5x + 1$

EJERCICIO 2: Halla la función derivada usando la Regla de la Cadena:

- a) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$
- b) $g(x) = \ln(\operatorname{sen} x)$
- c) $u(x) = 3x e^{2x}$
- d) $v(x) = \frac{x^2}{\cos 4x}$

EJERCICIO 3: Consideremos la función f definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x^2 - x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) Estudia la continuidad de la función.
- b) Calcula la derivada directamente para $x \neq 1$, y determina las derivadas laterales para $x = 1$. ¿Es derivable la función para este valor?
- c) Obtén la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función para $x = 3$.

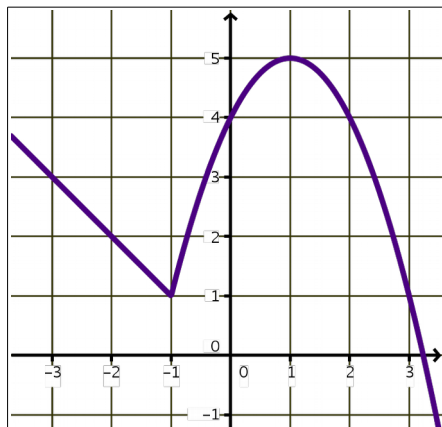
EJERCICIO 4: Halla a y b sabiendo que la función $y = x^2 + ax + b$ pasa por el punto $(2, -1)$ y tiene un extremo relativo para $x = 1$.

EJERCICIO 5: Dada la función

$$f(x) = x^3 - 3x$$

- a) Obtén las derivada primera y segunda.
- b) Estudia cuándo es positiva, negativa o cero (ceros e intervalos de signo) la derivada primera.
- c) Deduce de lo anterior los intervalos de monotonía de la gráfica de f .
- d) ¿En qué puntos tiene la gráfica de f los extremos relativos?
- e) Halla los límites en el infinito de $y = x^3 - 3x$ esboza la curva.

EJERCICIO 6: Consideremos la función cuya gráfica $y = f(x)$ es:



Haz un esquema en el que se recoja:

- los puntos en los que la derivada no existe.
- los puntos en los que la derivada es cero.
- los intervalos de signo de la derivada.