Nombre:____ ***Curso***:_____

Matemáticas I – Triángulos Selección

EJERCICIO 1:

En un triángulo dos de sus lados miden 3 y 6 cm, respectivamente, y el ángulo comprendido entre ellos es 30º. Calcula su perímetro, su superficie y las medidas de los otros dos ángulos.

EJERCICIO 2:

Demuestra que no puede existir un triángulo con $\hat{A} = 80°$, $a = 35 \text{ cm}$, $b = 45 \text{ cm}$.

EJERCICIO 3:

Demuestra que el triángulo cuyos lados miden 3, 6 y 8 *cm*, respectivamente, es obtusángulo.

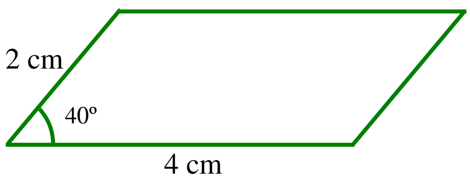
EJERCICIO 4:

Entre dos observatorios, situados al nivel del mar y distantes entre sí 50 km, vuela un objeto. Desde uno de los observatorios se observa bajo un ángulo de 45º y, desde el otro, bajo un ángulo de 60º.

¿Qué distancia separa el objeto de cada uno de los observatorios? ¿A qué altura vuela?

EJERCICIO 5:

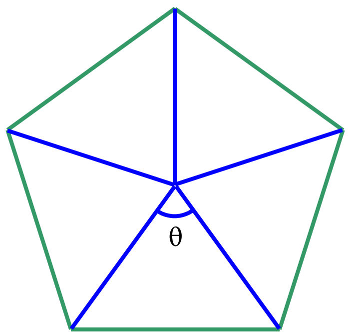
En el paralelogramo de la figura:



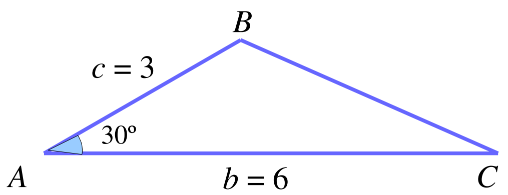
a) [0,75] Calcula su perímetro y su superficie.
b) [0,5] Obtén la medida de sus ángulos interiores.
c) [1,25] Halla las longitudes de sus diagonales.

EJERCICIO 6:

Calculemos la apotema de un pentágono regular de lado 10 cm. ¿Cuál es su superficie?



EJERCICIO 1:



Trazando la altura h sobre el lado b es:

$$\frac{h}{3} = \operatorname{sen} 30^\circ \;\rightarrow\; h = 3 \cdot \operatorname{sen} 30^\circ = 1.5 \text{ cm}$$

Luego el área o superficie:

$$S = \frac{1}{2}\, b\, h = 0.5 \cdot 6 \cdot 1.5 = 4.5 \text{ cm}^2$$

Con el Teorema de los cosenos:

$$a^2 = 9 + 36 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 45 - 18\sqrt{3} \;\rightarrow\; a = \sqrt{45 - 18\sqrt{3}} \approx 2.72 \text{ cm}$$

Luego el perímetro:

$$p = 3 + 6 + \sqrt{45 - 18\sqrt{3}} \approx 12.72 \text{ cm}$$

El ángulo en C no puede ser obtuso porque no está frente al lado mayor. Por el Teorema de los senos:

$$\frac{\sqrt{45 - 18\sqrt{3}}}{\operatorname{sen} 30^\circ} = \frac{3}{\operatorname{sen} \hat{C}} \;\rightarrow\; \operatorname{sen} \hat{C} = \frac{1.5}{\sqrt{45 - 18\sqrt{3}}} = 0.4034\ldots \;\rightarrow\; \hat{C} \approx 23^\circ 47' 38''$$

El ángulo restante:

$$\hat{B} = 180^\circ - \left(\hat{A} + \hat{C}\right) = 126^\circ 12' 22''$$

EJERCICIO 2:

Aplicando el teorema de los senos, debería ser:

$$\frac{45}{\operatorname{sen} \hat{B}} = \frac{35}{\operatorname{sen} 80^\circ} \;\rightarrow\; \operatorname{sen} \hat{B} = \frac{40 \cdot \operatorname{sen} 80^\circ}{35} = 1.2\ldots > 1$$

Pero sabemos que eso es imposible, pues el seno de un ángulo no puede superar a 1. Es por ello que no podemos un construir un triángulo con dichas exigencias.

EJERCICIO 3:

Pongamos $c = 8$ (el angulo obtuso será ser el enfrentado al lado mayor). Por el Teorema de los cosenos:

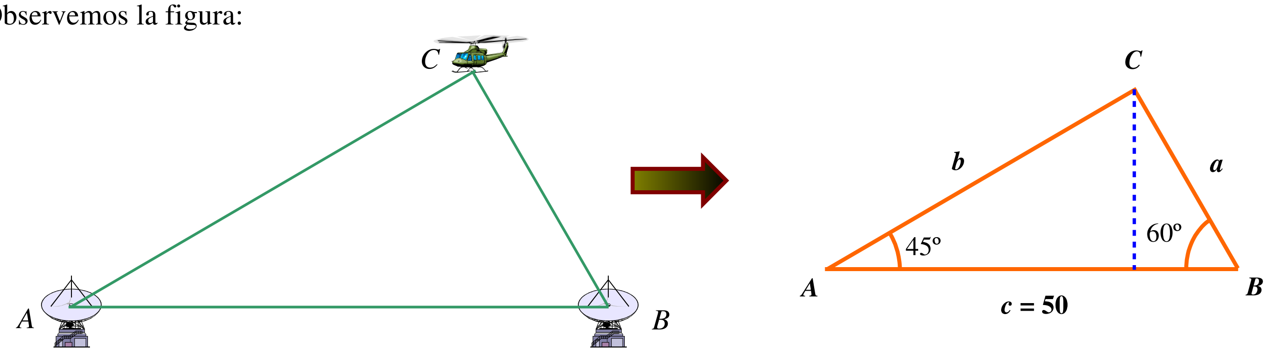
$$\cos \hat{C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = -\frac{19}{36} < 0$$

Como el coseno es negativo, ese ángulo es obtuso y, por consiguiente, el triángulo es obtusángulo.

Nota: se obtiene $\hat{C} \approx 121^\circ 51' 20''$

EJERCICIO 4:

Observemos la figura:



Ante todo:

$$\hat{C} = 180^\circ - \left(\hat{A} + \hat{B}\right) = 75^\circ$$

Queremos calcular a, b y h_C. Por el Teorema de los senos:

$$\frac{a}{\operatorname{sen}\hat{A}} = \frac{c}{\operatorname{sen}\hat{C}} \;\to\; a = \frac{c\operatorname{sen}\hat{A}}{\operatorname{sen}\hat{C}} = \frac{50\operatorname{sen}45^\circ}{\operatorname{sen}75^\circ} \;\to\; a \approx 36{,}30 \text{ km}$$

$$\frac{b}{\operatorname{sen}\hat{B}} = \frac{c}{\operatorname{sen}\hat{C}} \;\to\; b = \frac{c\operatorname{sen}\hat{B}}{\operatorname{sen}\hat{C}} = \frac{50\operatorname{sen}60^\circ}{\operatorname{sen}75^\circ} \;\to\; b \approx 44{,}83 \text{ km}$$

Tenemos así que el helicóptero se encuentra a unos 36,60 km del observatorio *B* y a unos 44,83 km de *A*.

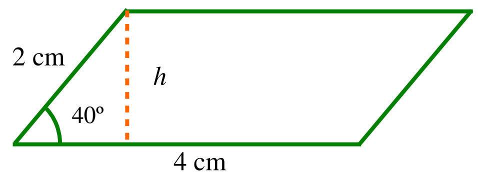
En cuanto a la altura a la que se encuentra:

$$\frac{h_C}{b} = \operatorname{sen}\hat{A} \to h_C = b \cdot \operatorname{sen}\hat{A} = \frac{50\operatorname{sen}60^\circ\operatorname{sen}45^\circ}{\operatorname{sen}75^\circ} \;\to\; b \approx 31{,}70 \text{ km}$$

Tenemos así que se encuentra a una altura de unos 31,70 km.

EJERCICIO 5:

a) El perímetro es fácil:



$$p = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 4 = 12 \text{ cm.}$$

Para obtener su superficie trazamos la altura, en el triángulo rectángulo que se forma:

$$\frac{h}{2} = \operatorname{sen}40^\circ \;\to\; h = 2 \cdot \operatorname{sen}40^\circ \text{ cm}$$

Luego:

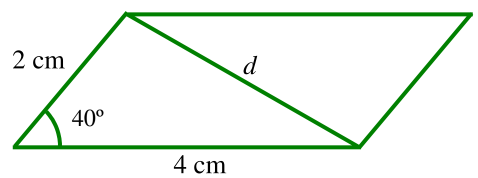
$$\text{S} = \text{base} \times \text{altura} = 8\operatorname{sen}40^\circ \approx 5{,}14 \text{ cm}^2$$

b) Como sus ángulos interiores son iguales dos a dos (coinciden los opuestos), dos ángulos miden 40°. Y como todos suman 360°, cada uno de los ángulos de la pareja que resta conocer medirá

$$\frac{360^\circ - 80^\circ}{2} = 140^\circ$$

c) Dividiendo el paralelogramo por la mitad tenemos:

Para la diagonal menor:



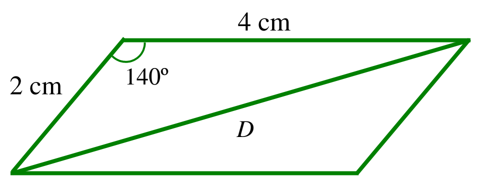
Por el teorema de los cosenos:

$$d^2 = 2^2 + 4^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \cos 40^\circ$$

Luego:

$$d = \sqrt{20 - 16\cos 40^\circ} = 2.7826\ldots \approx 2.79 \text{ cm}$$

Para la otra diagonal mayor:



Por el teorema de los cosenos:

$$D^2 = 2^2 + 4^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \cos 140^\circ$$

Luego:

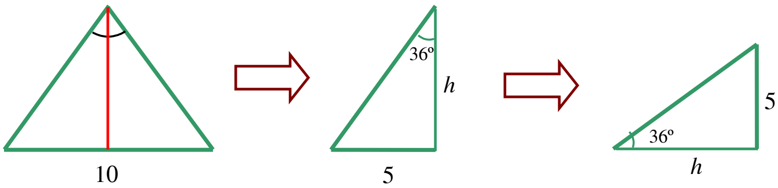
$$D = \sqrt{20 - 16\cos 140^\circ} = 5.6794\ldots \approx 5.68 \text{ cm}$$

EJERCICIO 6:

Si lo triangulamos desde el centro, es fácil obtener la medida del ángulo central:

$$\theta = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

Dibujemos uno de esos triángulos centrales (es isósceles) y tracemos su altura, que es la apotema:



En el triángulo rectángulo último, de la definición de la tangente:

$$\frac{5}{h} = \tan 36^\circ = \quad \rightarrow \quad h = \frac{5}{\tan 36^\circ} \approx 6,88 \text{ cm}$$

Ahora, para la superficie, calculamos primero la del triángulo isósceles:

$$S_\triangle = \frac{10 \cdot 5/\tan 36^\circ}{2} = \frac{25}{\tan 36^\circ}$$

Y multiplicando por cinco sale la cuperficie del pentágono:

$$S = 5 \cdot S_\triangle = \frac{125}{\tan 36^\circ} \approx 172.05 \text{ cm}^2$$