

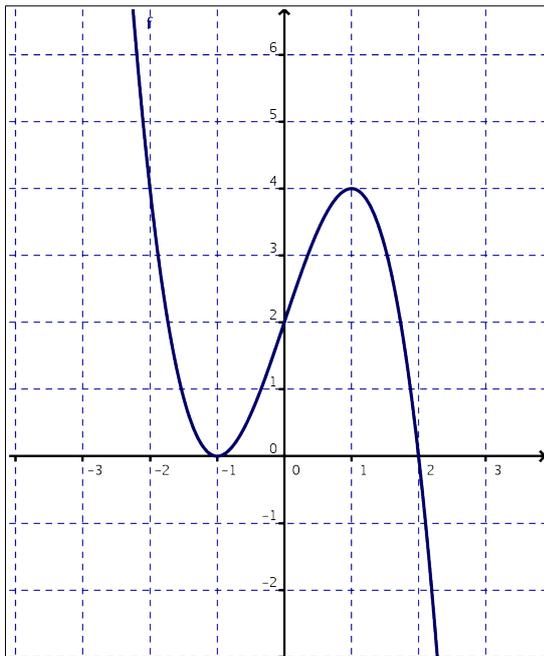
Nombre: _____

Curso: _____

Matemáticas I – Álgebra – 13/11/2024

EJERCICIO 1 [2]:

La gráfica de $y = -x^3 + 3x + 2$ es la mostrada:



a) [0,25] Resuelve la ecuación:

$$-x^3 + 3x + 2 = 0$$

b) [0,75] Estudia el signo de la función $y = -x^3 + 3x + 2$ y deduce la solución de la inecuación:

$$-x^3 + 3x + 2 > 0$$

c) [1] Resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} y = -x^3 + 3x + 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

EJERCICIO 2 [2,5]

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3^y : 9^x = 9 \\ \log_2(5x + 2) - \log_2 y = 1 \end{cases}$$

EJERCICIO 3 [3]

Averigua para qué valores de x existe

a) $y = \frac{1}{6x^3 + 7x^2 - 1}$

b) $y = \ln(x^2 - 9)$

EJERCICIO 4 [2,5]

Plantee una ecuación o sistema de ecuaciones que permita resolver estos problemas:

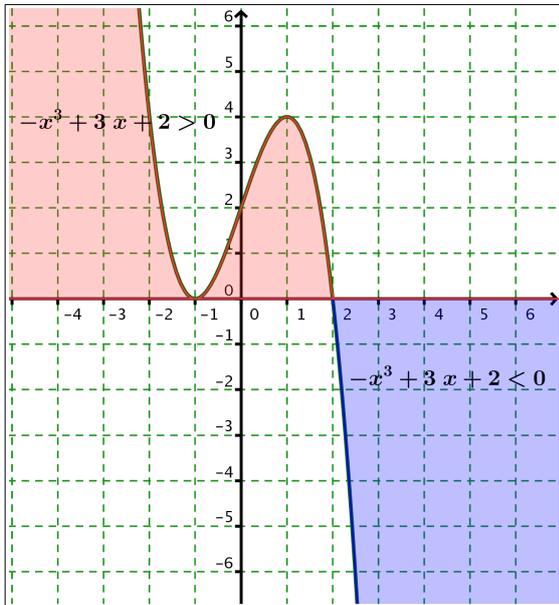
- a) “Un rectángulo de perímetro 28 cm está inscrito en una circunferencia de 5 cm de radio. ¿Cuáles son sus dimensiones?”
- b) “Disponemos de dos tipos de pienso para mezclar: A y B. Si mezclamos 2 kilos de A con 3 kilos de B obtenemos un compuesto a 5,20 euros el kilo, y si realizamos una mezcla a partes iguales obtenemos un compuesto a 5 euros el kilo. Averigüe el precio del kilo de cada pienso.”

EJERCICIO 1:

a) Observando los puntos de corte con el eje $X : -x^3 + 3x + 2 = 0 \rightarrow x = -1, x = 2$.

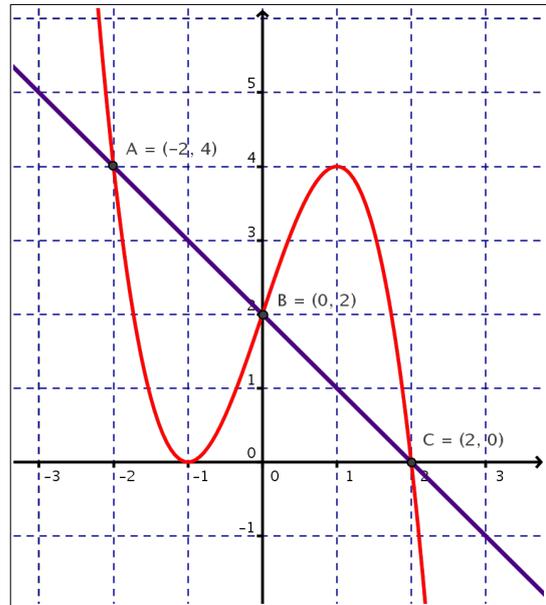
b) En la gráfica apreciamos que es $-x^3 + 3x + 2 > 0$ cuando

$$x \in (-\infty, -1) \cup (-1, 2)$$



c) La solución del sistema son los puntos donde se intersectan ambas gráficas. Hay tres soluciones:

$$(x, y) = (-2, 4), (0, 2), (2, 0)$$



EJERCICIO 2:

Quitemos exponenciales: $3^y : 9^x = 9 \rightarrow 3^y : 3^{2x} = 3^2 \rightarrow 3^{y-2x} = 3^2 \rightarrow y - 2x = 2$

Quitemos logaritmos: $\log_2(5x + 2) - \log_2 y = 1 \rightarrow \log_2 \frac{5x + 2}{y} = 1 \rightarrow \frac{5x + 2}{y} = 2$

Ahora resolvemos por sustitución (despejamos de la primera ecuación y sustituimos en la segunda):

$$\begin{cases} y - 2x = 2 \xrightarrow{\text{despejo}} y = 2 + 2x \\ 5x + 2 = 2y \xrightarrow{\text{sustituyo}} 5x + 2 = 2(2 + 2x) \rightarrow 5x + 2 = 4 + 2x \rightarrow x = 2 \xrightarrow{y=2+2x} y = 6 \end{cases}$$

Es fácil comprobar que es válida. Así, el sistema tiene sólo una solución: $(x, y) = (2, 6)$

EJERCICIO 3:

a) En este caso el denominador no puede ser cero: resolvamos la ecuación $6x^3 + 7x^2 - 1 = 0$.

Probando con los divisores de 1 encontramos que -1 es un cero: $(-1)^3 + 7 \cdot (-1)^2 - 1 = 0$; luego $(x + 1)$ es un divisor. Realizando la división:

$$6x^3 + 7x^2 - 1 = (x + 1) \cdot (6x^2 + x - 1)$$

Ahora ya podemos encontrar fácilmente todas las soluciones:

$$6x^3 + 7x^2 - 1 = 0 \rightarrow (x + 1) \cdot (6x^2 + x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \\ 6x^2 + x - 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

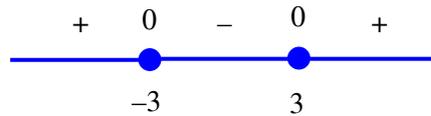
Tenemos así que x no puede ser igual a esos números:

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} - \left\{ -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right\}$$

b) Debe ser

$$x^2 - 9 > 0$$

Estudiando el signo:

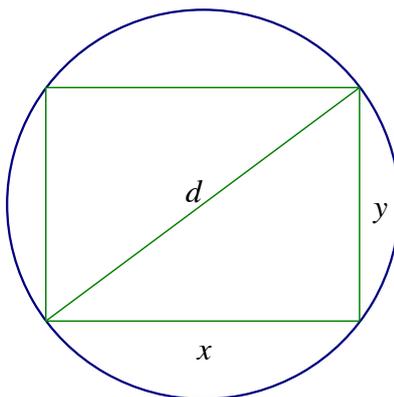


Luego el dominio es

$$\mathbb{D} = (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$$

EJERCICIO 4:

a) Tomemos un rectángulo como el de la figura y observemos que la diagonal del rectángulo coincide con el diámetro de la circunferencia:



Perímetro igual a 28: $\rightarrow 2x + 2y = 28$

Por el T. de Pitágoras ($d = 10$): $\rightarrow x^2 + y^2 = 10^2$

Tenemos que resolver el sistema

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ x^2 + y^2 = 100 \end{cases}$$

b) Llamemos x al precio, en euros, del kilo de pienso A e y al del pienso B.

2 kilos a x euros el kilo de A + 3 kilos a y euros el kilo de B son 5 kilos de mezcla a 5,20 euros el kilo:

$$2x + 3y = 5 \cdot 5,20$$

1 kilo a x euros el kilo de A + 1 kilo a y euros el kilo de B son 2 kilos de mezcla a 5 euros el kilo:

$$x + y = 2 \cdot 5$$

Tenemos que resolver el sistema

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 3y = 26 \end{cases}$$