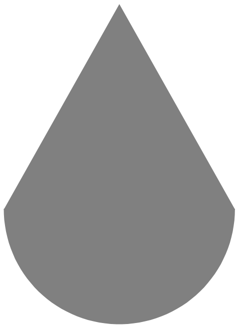
Nombre:______________________________ ***Curso***:_____	
Matemáticas I – Aritmética – 15/10/2024	

EJERCICIO 1: [2,25]

La siguiente figura se ha obtenido construyendo un semicírculo sobre el lado de un triángulo equilátero, tal y como se aprecia en la figura.



El lado del triángulo mide 4.8 cm

a) [0,25] ¿Cómo es el dicho número? Exprésalo en forma de fracción de enteros.

b) [0,5] Hallemos la medida del perímetro la figura.

c) [0,25] ¿Cómo es el número que la expresa y cómo es su expresión decimal?

d) [0,75] Obtengamos la superficie de la figura.

e) [0,5] Exprésala con cuatro decimales exactos, calcula el error absoluto cometido (ε) y acótalo.

EJERCICIO 2: [2]

$$A = (-2\,, 7]\ \ ,\ B = (-\infty\,, 1)$$

a) Expresemos A de todas las formas posibles.

b) Razonemos cuál es el mayor y el menor número de cada intervalo, si es que existen.

c) ¿Cuántos números enteros hay en A? ¿Y racionales?

d) Obtengamos su unión e intersección.

EJERCICIO 3: [2,25]

a) [1] ¿A qué número hemos de elevar 2 para obtener 5? Redondéalo hasta las milésimas.

b) [1,25] Obtengamos a, b y c:

$$\log_a 2 = \frac{5}{2}\ ,\ \log_{11} b = -1\ ,\ \log_9 \sqrt[7]{27} = c$$

EJERCICIO 4: [2]

a) [1] Despeja x:

$$5 \ln a - 3 \ln x = 4 \ln b + 2 \ln c$$

b) [1] Sabiendo que $\ln 2 = a$ y $\ln 3 = b$ expresa en función de a y de b:

$$\ln\left(\frac{\sqrt{32}}{18}\right)$$

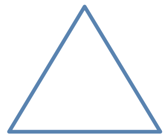
EJERCICIO 5: [1,5]

Estudiemos el signo de

$$f = \frac{3x-6}{x+1}$$

según los valores de x. ¿Cuándo es $f \geq 0$?

EJERCICIO 1:



a) Es racional pues es un decimal exacto. Luego puede expresarse como fracción de dos números enteros:

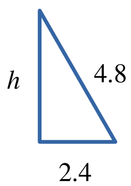
$$4.8 = \frac{48}{10} = \frac{24}{5}$$

b) Observemos que el lado coincide con el diámetro, así que el radio (r) de la circunferencia mide la mitad del lado. Hemos de sumar dos lados del triángulo y la mitad de la circunferencia:

$$p = 2 \cdot l + \pi \cdot r = 2 \cdot 4.8 + \pi \cdot 2.4 = 9.6 + 2.4\pi \text{ cm}$$

c) Este número que expresa la longitud es irracional y, por consiguiente, su expresión decimal es ilimitada no periódica.

d) Para hallar el área necesitamos previamente calcular la altura del triángulo. Al trazar la altura aparece el siguiente triángulo rectángulo. Usamos el Teorema de Pitágoras:



$$h^2 + 2.4^2 = 4.8^2$$
$$\downarrow$$
$$h^2 = 17.28$$
$$\downarrow$$
$$h = \sqrt{17.28} \text{ (cm)}$$

Ahora, el área de la figura es la suma del área del semicírculo y del triángulo:

$$S = \frac{1}{2}\pi r^2 + \frac{base \times altura}{2} = \frac{5,76\pi}{2} + \frac{4.8\sqrt{17.28}}{2} = 2.88\pi + 2.4\sqrt{17.28} \text{ cm}^2$$

e) El área es irracional pues su expresión decimal es no periódica. Así que no podremos expresarla mediante una fracción de números enteros.

f) $S = 19.024399\ldots \approx 19.0244 \text{ cm}^2$ → $\varepsilon = 19.0244 - S = 0.00000050\ldots < 0.000001$ (cm²)

EJERCICIO 2:

a) A es el intervalo abierto–cerrado de –2 a 7 = $\{-2 < x \leq 7\}$=

b) El mayor número de A es 7 : es el extremo superior y está incluido (forma parte del intervalo).

El menor número de A no existe: el extremo inferior es –2 y está excluido (no forma parte del intervalo).

El mayor número de B no existe: 1 es el extremo superior y está excluido (no forma parte del intervalo).

El menor número de B no existe: el intervalo no está acotado inferiormente.

c) Los enteros de A son: $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Hay, pues, nueve números enteros en A.

Hay infinitos racionales, porque entre dos números reales cualesquiera siempre hay infinitos racionales.

d) $A \cap B = (-2, 1)$, $A \cup B = (-\infty, 7]$

EJERCICIO 3:

a) Sea x el exponente buscado:

$$2^x = 5 \rightarrow x = \log_2 5 = \frac{\ln 5}{\ln 2} = 2.3219\ldots \approx 2.322$$

b) $\log_a 2 = \dfrac{5}{2} \rightarrow a^{5/2} = 2 \rightarrow a = 2^{2/5} = \sqrt[5]{2^2} \rightarrow a = \sqrt[5]{4}$

$\log_{11} b = -1 \rightarrow b = 11^{-1} = \dfrac{1}{11^1} \rightarrow b = \dfrac{1}{11}$

$\log_9 \sqrt[7]{27} = c \rightarrow 9^c = \sqrt[7]{27} \rightarrow \left(3^2\right)^c = \sqrt[7]{3^3} \rightarrow 3^{2c} = 3^{3/7} \rightarrow 2c = \dfrac{3}{7} \rightarrow c = \dfrac{3}{14}$

EJERCICIO 4:

a) Logaritmo de una potencia: $\ln a^5 - \ln x^3 = \ln b^4 + \ln c^2$

Logaritmo de un producto y de un cociente: $\ln\left(\dfrac{a^5}{x^3}\right) = \ln\left(b^4 \cdot c^2\right)$

Igualando los argumentos: $\dfrac{a^5}{x^3} = b^4 \cdot c^2$

Despejamos x^3: $x^3 = \dfrac{a^5}{b^4\,c^2}$

Despejando x : $x = \sqrt[3]{\dfrac{a^5}{b^4\,c^2}}$

b) Dicho número es:

$$\ln \frac{\sqrt{2^5}}{2 \cdot 3^2} = \ln 2^{5/2} - \ln 2 - \ln 3^2 = \frac{5}{2}\ln 2 - \ln 2 - 2\ln 3 = \frac{5}{2}\,a - a - 2b = \frac{3}{2}\,a - 2b$$

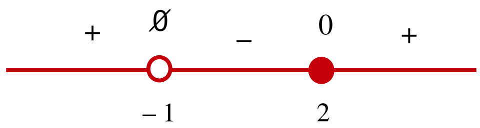
EJERCICIO 5:

$$f = \frac{3x-6}{x+1}$$

Obtengamos los ceros:

- Veamos cuándo es cero el numerador: $3x - 6 = 0 \;\rightarrow\; x = 2$
- Veamos cuándo lo es el denominador: $x + 1 = 0 \;\rightarrow\; x = -1$

Intervalos de signo:



Concluimos que es $f \geq 0$ cuando x está en:

$$S = (-\infty\,, -1) \cup [2\,, +\infty)$$