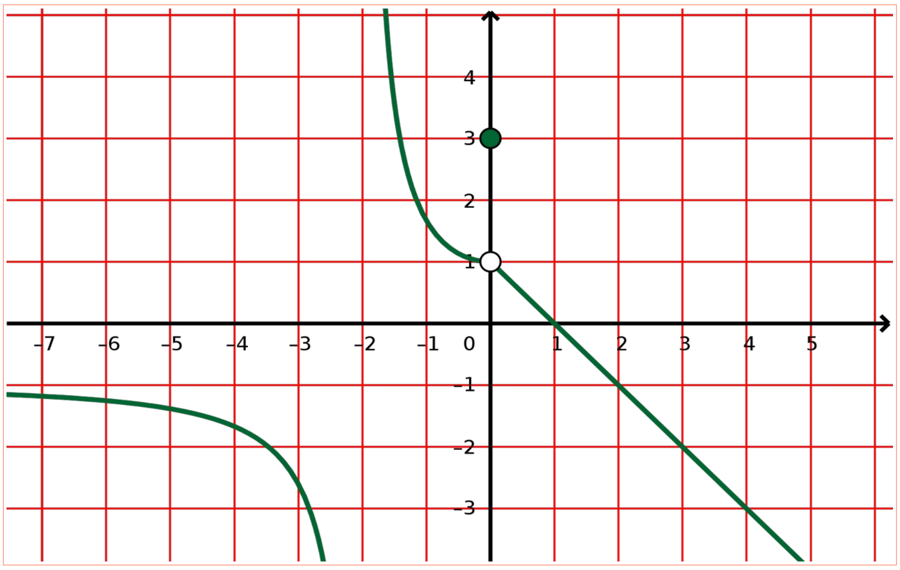
Nombre:____ ***Curso***:_____	
Matemáticas I – Límites y Continuidad de Funciones – 27/05/2022	

EJERCICIO 1: Observa la gráfica de la función $y = f(x)$ y responde:



a) [1,5] Estudia la continuidad de la función, señalando valor y tendencias en las discontinuidades.

b) [0,5] Indica las tendencias de $f(x)$ la función para $x \to \pm\infty$.

c) [0,5] ¿Qué asíntotas tiene la gráfica?

EJERCICIO 2: Dada la función f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 5x^2 & \text{si} \quad x \leq 0 \\ 3 - 2^{-x} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

a) [1] Estudia algebraicamente su continuidad.

b) [1] Obtén los límites en el infinito de la función.

c) [0,5] Determina las asíntotas de la gráfica de f

EJERCICIO 3: Sea

$$f(x) = \frac{2x^2 - 6x}{x^2 - 4x + 3}$$

a) [0,5] Calcula los límites de $f(x)$ para $x \to \pm\infty$.

b) [2] Estudia la continuidad de la función.

c) [0,5] ¿Cuáles son las asíntotas de su gráfica?

EJERCICIO 4:

a) [1] Si es f es una función continua en todo punto y $x = 1$ es un cero suyo. ¿cuánto es $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$?

b) [1] Dibuja la gráfica de una función que tenga a la recta $y = 2$ como asíntota horizontal y que verifique $\lim\limits_{x \to 1-} f(x) = +\infty$ y $\lim\limits_{x \to 1+} f(x) = 0$.

EJERCICIO 1:

a) Vemos que es continua en todo punto salvo para $x = 0$ (discontinuidad evitable o de agujero) y para $x = -2$ (discontinuidad salto infinito).

	$x = -2$		$x = 0$
Valor	$f(-2) = $ no existe	Valor	$f(0) = 3$
Tendencias	$f(-2-) = -\infty$	Tendencias	$f(0-) = 1$
	$f(-2+) = +\infty$		$f(0+) = 1$

b) Las tendencias en el infinito son:

si $x \to -\infty$ es $y \to -1$

si $x \to +\infty$ es $y \to -\infty$

c) Vemos las asíntotas:

Asíntota vertical (por el apartado a): $x = -2$

Asíntota horizontal (por el apartado b): $y = -1\ (x \to -\infty)$

EJERCICIO 2:

a) La función sólo puede ser discontinua en $x = 0$, por ser el separa-fórmulas de trozos continuos.

Veamos en $x = 0$:

Valor: $f(0) = 1 - 5 \cdot 0^2 = 1$

Tendencias: $f(0-) = 1 - 5 \cdot 0^2 = 1$

$f(0+) = 3 - 2^0 = 2$

Concluimos que hay una discontinuidad de salto finito ($s = 2 - 1 = 1$) para $x = 0$.

b) Las tendencias en el infinito son:

$$\lim_{x \to -\infty} \left(1 - 5x^2\right) = -5\left(-\infty\right)^2 = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(3 - 2^{-x}\right) = 3 - 2^{-\infty} = 3 - 0 = 3$$

c) Veamos las asíntotas:

Asíntotas verticales (por el apartado a): no hay ya que no hay discontinuidades de salto infinito.

Asíntota horizontal (por el apartado b): $y = 3$

EJERCICIO 3:

a) Aplicamos la regla de los grados. Como el grado del numerador y del denominador es el mismo:

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{2x^2 - 6x}{x^2 - 4x + 3} = \frac{2}{1} = 2$$

b) La función sólo puede ser discontinua en los ceros del denominador, que son:

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \ \to \ x = 1\,, x = 3$$

Veamos en $x = 1$:

Valor: $f(1) = \emptyset$

Tendencias: $\lim_{x \to 1} f(x) = \left[\frac{-4}{0}\right] = \pm\infty \quad \begin{cases} f(1-) = -\infty \\ f(1+) = +\infty \end{cases}$

Concluimos que hay una discontinuidad de salto infinito para $x = 1$.

Veamos en $x = 3$:

Valor: $f(3) = \emptyset$

Tendencias $\lim_{x \to 3} f(x) = \left[\frac{0}{0} = \text{ IND}\right] = \lim_{x \to 3} \frac{2x\cancel{(x-3)}}{(x-1)\cancel{(x-3)}} = \frac{6}{2} = 3$

Concluimos que hay una discontinuidad evitable o de agujero para $x = 3$.

c) Veamos las asíntotas:

Asíntota vertical (por el apartado b): $x = 1$

Asíntota horizontal (por el apartado a): $y = 2$

EJERCICIO 4:

a) Si $x = 1$ es un cero de la función entonces $f(1) = 0$. Y si la función es continua en todo punto, siempre existen y son iguales el valor y la tendencia. Así que:

$$\lim_{x \to 1} f(x) = f(1) = 0$$

b) Esta es una de las infinitas posibilidades: