Nombre:____ ***Curso***:_____	
Matemáticas I – Funciones – 05/05/2022	

EJERCICIO 1: [3]

En un experimento que dura cuatro horas se estudia la temperatura de un objeto. Ésta varía en función del tiempo transcurrido desde el inicio de la experiencia según la fórmula

$$T = t^2 - 3t \quad , \quad 0 \leq t \leq 4$$

donde el tiempo (t) está medido en horas y la temperatura (T) en grados centígrados.

a) ¿Cuál es la temperatura al inicio del experimento? ¿Y al final?

b) Dibuja la gráfica tiempo – Temperatura.

c) ¿En qué período de tiempo aumenta la temperatura del objeto? ¿En cuál disminuye?

d) Señala las temperatura máxima y mínima alcanzadas.

e) Indica cuándo la temperatura está bajo cero y cuándo por encima.

f) Construye un esquema de variación de la función.

EJERCICIO 2: [2,5]

Considera la función f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si} \quad x < 0 \\ 2^{-x} - 2 & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

a) Dibuja su gráfica.

b) Señala: dominio, recorrido, continuidad, monotonía, extremos y tendencia de prolongación.

EJERCICIO 3: [3,5]

Considera las funciones siguientes:

$$f(x) = 2x - 1 \quad , \quad g(x) = \sqrt{3x+6} \quad , \quad h(x) = \frac{x+1}{2x}$$

a) Calcula $(f+h)(-1)$ y $(f \circ g)(1)$

b) Halla $\left(\dfrac{h}{f}\right)(x)$ y su dominio.

c) Obtén $(g \circ f)(x)$ y su dominio.

d) Obtén la recíproca de g.

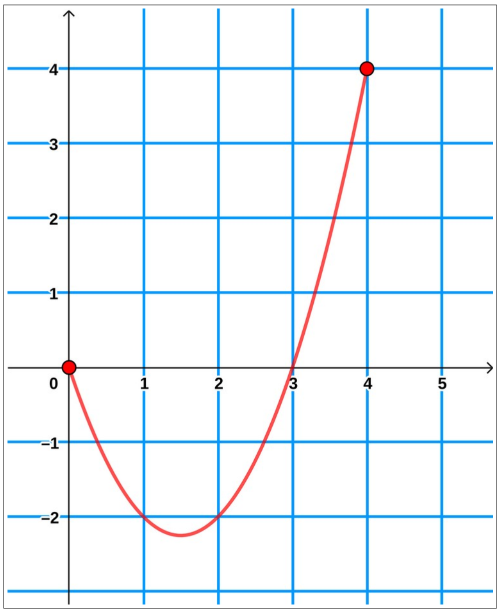
EJERCICIO 4: [1]

Construimos un rectángulo cuyo perímetro es de 10 cm. Expresa su superficie y su diagonal en función de la longitud de la base.

EJERCICIO 1:

a) Hacemos $t = 0 \ \rightarrow \ T = 0$: al inicio del experimento la temperatura es de cero grados.

Haciendo $t = 4 \ \rightarrow \ T = 4$: al final de la experiencia la temperatura es de cuatro grados.



b) La gráfica será un trozo de parábola con vértice para $t = 1.5$. Con una tabla de valores la trazamos.

c) En la gráfica apreciamos que la temperatura aumenta desde el inicio hasta las 1,5 horas y disminuye desde ese momento hasta el final.

d) La temperatura máxima es 4ºC y se alcanza a las 4 horas (al final del experimento)

La temperatura mínima es de – 2,25ºC y se alcanza a las 1,5 horas (vértice de la gráfica).

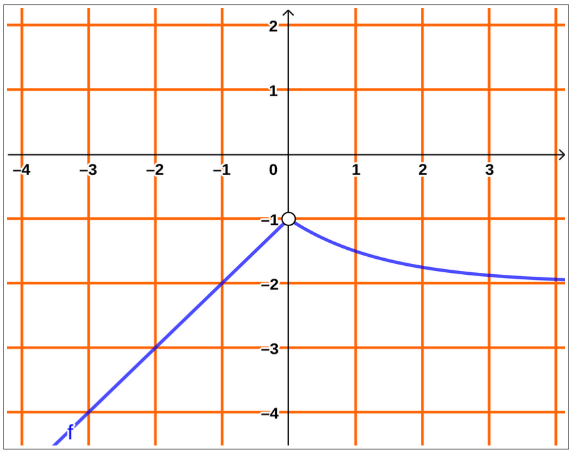
e) La temperatura está bajo cero desde el inicio hasta las tres horas, en que está a cero grados. Y desde las tres horas hasta el final está por encima de los cero grados.

f) La siguiente tabla resume la variación de la función:

t	0		1,5		4
T	0	↘	–2,25	↗	4

EJERCICIO 2:

a) La gráfica se compone de un trozo de recta y de un trozo de curva exponencial:



b) El dominio es el conjunto de los valores x para los que hay gráfica: $\mathbb{D} = (-\infty\,, 0) \cup (0\,, +\infty)$

El conjunto de imágenes es el formado por todos los valores y que toma la función: $R_f = (-\infty\,, -1)$

Es continua en todo punto excepto para $x = 0$, donde presenta una discontinuidad evitable (agujero).

Observamos en la gráfica que la función es creciente hasta $x = 0$ y creciente a partir de esta abscisa.

Valores extremos: no hay valor máximo porque el extremo superior $(y = -1)$ no está incluido. Y tampoco tampoco valor mínimo, porque la función no está acotada inferiormente.

Observemos que y se aproxima cada vez más a -2 conforme x va tomando valores cada vez más grandes ($y = -2$ es asíntota horizontal). Pero y toma valores cada vez más pequeños cuando x va tomando cada vez más pequeños. Así:

$$\text{si } x \rightarrow -\infty \text{ es } y \rightarrow -\infty$$

$$\text{si } x \rightarrow +\infty \text{ es } y \rightarrow -2$$

EJERCICIO 3:

$$f(x) = 2x - 1 \quad , \quad g(x) = \sqrt{3x+6} \quad , \quad h(x) = \frac{x+1}{2x}$$

a) $(f+h)(-1) = -3 + 0 = -3$

$(f \circ g)(1) = f[g(1)] = f(3) = 5$

El esquema de esta composición es:

$$\begin{tikzcd} x=1 \arrow[r, "g"] \arrow[rr, bend right, "f \circ g"'] & 3 \arrow[r, "f"] & y=5 \end{tikzcd}$$

b) En cuanto al cociente:

$$\left(\frac{h}{f}\right)(x) = \frac{x+1}{2x} : \frac{2x-1}{1} = \frac{x+1}{2x(2x-1)}$$

El denominador no puede ser cero:

$$2x(2x-1) = 0 \;\rightarrow\; x = 0, x = 0.5$$

Así, el dominio es:

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\,,0.5\}$$

c) La fórmula que define a la función compuesta es:

$$(g \circ f)(x) = g(2x-1) = \sqrt{3(2x-1)+6} = \sqrt{6x+3}$$

El radicando no puede ser negativo, por ello debe ser:

$$6x + 3 \geq 0 \rightarrow 6x \geq -3 \rightarrow x \geq -3/6 \rightarrow x \geq -0.5$$

Así, el dominio es:

$$D = [-0.5\,, +\infty)$$

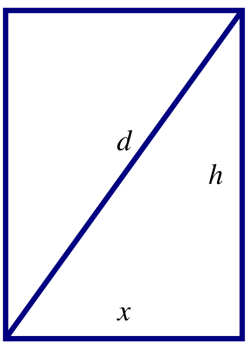
d) Veamos la función inversa:

$$\sqrt{3x+6} = y \;\rightarrow\; 3x+6 = y^2 \;\rightarrow\; 3x = y^2 - 6 \;\rightarrow\; x = \frac{y^2-6}{3}$$

Tenemos así

$$g^{-1}(y) = \frac{y^2-6}{3}$$

EJERCICIO 4:



Llamamos x la longitud de la base, h la longitud de la altura, d a la longitud de la diagonal y S a la superficie o área:

Sabemos que el perímetro es diez: $2x + 2h = 10 \rightarrow x + h = 5 \rightarrow h = 5 - x$

El área en función de la base es: $S = x(5-x)\,(\text{cm})$

La diagonal en función de la base es: $d = \sqrt{x^2 + (5-x)^2}\;(\text{cm}^2)$