Nombre:____ ***Curso***:_____

Matemáticas I – Geometría del plano – 25/03/2022

EJERCICIO 1:

Consideremos los puntos

$$A = (1, 0)\ ,\ B = (1\,, 1)\ ,\ C = (-1\,, 3)$$

a) Obtén la ecuación general de la recta AC.

b) Halla el área del triángulo cuyos vértices son esos puntos.

c) Obtén la ecuación explícita de la mediatriz del segmento $\overline{BC}$.

d) Calcula las coordenadas del punto intersección de la mediatriz y el lado antes calculados.

EJERCICIO 2:

Sean las rectas y el punto siguientes:

$$r : 3x - 4y - 12 = 0\ ,\ s : 2x + by = 0\ ,\ P = (a\,, 3)$$

a) Halla los puntos en que r corta a los ejes de coordenadas y dibújala.

b) Halla el ángulo que forman las rectas para $b = 1$.

c) Halla a sabiendo que P dista 3 unidades de la recta r.

d) ¿Para qué valor de b son r y s rectas paralelas? ¿Y perpendiculares?

EJERCICIO 1:

$$A = (1, 0)\ ,\ B = (1\,,1)\ ,\ C = (-1\,,3)$$

a) La recta AC pasa por A con dirección $\overrightarrow{AC}$:

$$\left.\begin{array}{r} A = (1\,,0) \\ \overrightarrow{AC} = C - A = (-2\,,3) \end{array}\right\} \longrightarrow \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} \longrightarrow 3x - 3 = -2y \longrightarrow AC : 3x + 2y - 3 = 0$$

b) Tomaré como base $\overline{AC}$. Así la altura es la distancia del vértice B a la recta AC:

$$\left.\begin{array}{r} b = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} \\ h = \mathrm{d}\,(B\,,AC) = \dfrac{|3+2-3|}{\sqrt{13}} = \dfrac{2}{\sqrt{13}} \end{array}\right\} \to S = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{\cancel{\sqrt{13}} \cdot \dfrac{2}{\cancel{\sqrt{13}}}}{2} \quad \to \quad S = 1\ (u^2)$$

c) La mediatriz es la perpendicular al segmento $\overline{BC}$ por su punto medio:

$$\left.\begin{array}{l} M = \dfrac{B+C}{2} = (0\,,2) \\ \overrightarrow{BC} = (-2\,,2) \xrightarrow{\perp} \vec{v} = (2\,,2) \end{array}\right\} \to \frac{x}{2} = \frac{y-2}{2} \to x = y - 2 \to y = x + 2$$

d) Para obtener el corte de ambas rectas resolvemos el sistema que forman sus ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} 3x + 2y - 3 = 0 \\ y = x + 2 \end{array}\right\} \xrightarrow{sustiyendo} 3x + 2\,(x+2) - 3 = 0 \xrightarrow{resolviendo} x = -\frac{1}{5} \xrightarrow{ec2} y = \frac{9}{5}$$

Se cortan en el punto

$$P = \left(-\frac{1}{5}\,,\frac{9}{5}\right)$$

EJERCICIO 2:

$$r : 3x - 4y - 12 = 0\ ,\ s : 2x + by = 0\ ,\ P = (a\,,3)$$

a) Hallemos los puntos en que r corta a los ejes de coordenadas:

Corte con eje X: $y = 0 \ \to\ 3x - 12 = 0 \ \to\ x = 4 \ \to\ A = (4\,,0)$

Corte con eje Y: $x = 0 \ \to\ -4y - 12 = 0 \ \to\ y = -3 \ \to\ B = (0\,,-3)$

Para dibujar la recta, sólo hemos de tener en cuenta que pasa por *A* y por *B*.

b) Obtenemos el ángulo que forman dos vectores directores:

$$\left.\begin{array}{r} \vec{v_r} = (4\,,3) \\ \vec{v_s} = (-1\,,2) \end{array}\right\} \to \cos\varphi = \frac{\vec{v_r} \cdot \vec{v_s}}{|\vec{v_r}|\,|\vec{v_s}|} = \frac{4 \cdot (-1) + 3 \cdot 2}{\sqrt{16+9} \cdot \sqrt{1+4}} = \frac{2}{5\sqrt{5}} \Longrightarrow \varphi \approx 79^\circ 41' 43''$$

c) Como $\mathrm{d}\,(P\,,r) = 3$, aplicando la fórmula de la distancia de un punto a una recta:

$$\frac{|3a - 12 - 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3 \to |3a - 24| = 15 \to \left|\begin{array}{l} 3a - 24 = -15 \to a = 3 \\ 3a - 24 = +15 \to a = 13 \end{array}\right.$$

d) Sendos vectores directores son:

$$\vec{v_r} = (4\,,3)\,, \vec{v_s} = (-b\,,2)$$

$$r \parallel s \Longleftrightarrow \vec{v_r} \parallel \vec{v_s} \Longleftrightarrow m_r = m_s \Longleftrightarrow \frac{3}{4} = \frac{2}{-b} \Longleftrightarrow b = -\frac{8}{3}$$

$$r \perp s \Longleftrightarrow \vec{v_r} \perp \vec{v_s} \Longleftrightarrow \vec{v_r} \cdot \vec{v_s} = 0 \Longleftrightarrow -4b + 6 = 0 \Longleftrightarrow b = \frac{3}{2}$$