Nombre:____ *Curso*:_____	
Matemáticas I – Aritmética – 19/10/2021	

EJERCICIO 1: [2]

En un triángulo isósceles de perímetro 13 cm el lado desigual mide 4 cm.

a) [0,25] ¿Qué longitud tiene cada uno de sus lados iguales?

b) [0,25] ¿Qué clase de número es? ¿Es igual a una fracción de números enteros? Hallémosla si es posible.

c) [0,75] Calculemos su área.

d) [0,25] ¿Qué clase de número es? ¿Es igual a una fracción de números enteros? Hallémosla si es posible.

e) [0,5] Aproximemos la superficie hasta las cienmilésimas por exceso. Obtengamos el error absoluto cometido (ε) y acotémoslo.

EJERCICIO 2: [2]

$$A = [-3\,,5) \ \ , \, B = [0\,,+\infty)$$

a) Expresemos A de todas las formas posibles.

b) Razonemos cuál es el mayor y el menor número de cada intervalo, si es que existen.

c) ¿Cuántos números enteros hay en A? ¿Y racionales?

d) Obtengamos su unión e intersección.

EJERCICIO 3: [2,25]

a) [1] ¿Es 15 una potencia de 3? Si no fuese posible, explica la razón. Y si lo es, obtén el exponente y redondéalo con cuatro decimales exactos.

b) [1,25] Obtengamos a, b y c:

$$\log_a 3 = \frac{5}{2} \ , \ \log_7 b = -1 \ , \ \log_4 \sqrt[7]{2} = c$$

EJERCICIO 4: [2,25]

a) [1] Despeja x:

$$3\ln a - 4\ln x = 2\ln b + 5\ln c$$

b) [1,25] Sabiendo que $\ln 2 = a$ y $\ln 3 = b$ expresa en función de a y de b:

$$\ln\left(\frac{12}{\sqrt{8}}\right)$$

EJERCICIO 5: [1,5]

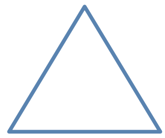
Estudiemos el signo de

$$f = \frac{2x+6}{9-3x}$$

según los valores de x. ¿Cuándo es $f \geq 0$?

EJERCICIO 1:

a) Realizamos los cálculos:



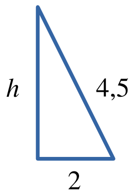
$$13 - 4 = 9 \to 9 : 2 = 4.5$$

Cada lado desigual mide 4.5 cm.

b) Es racional pues es un decimal exacto. Luego puede expresarse como fracción de dos números enteros:

$$4.5 = \frac{45}{10} = \frac{9}{2}$$

c) Para hallar el área necesitamos previamente calcular su altura. Al trazar la altura sobre el lado desigual aparece el siguiente triángulo rectángulo. Usamos el Teorema de Pitágoras:



$$h^2 + 2^2 = 4.5^2$$
$$\downarrow$$
$$h^2 = 15.25$$
$$\downarrow$$
$$h = \sqrt{16.25} \text{ (cm)}$$

Ahora:

$$S = \frac{base \times altura}{2} = \frac{4\sqrt{16.25}}{2} = 2\sqrt{16.25} = \sqrt{65} \text{ cm}^2$$

d) El área es irracional pues su expresión decimal es no periódica. Así que no podremos expresarla mediante una fracción de números enteros.

e) $S = \sqrt{65} \approx 8.06226 \text{ cm}^2 \quad \to \quad \varepsilon = 8.06226 - \sqrt{65} = 0.0000022\ldots < 0.00001$ (cm²)

EJERCICIO 2:

a) A es el intervalo cerrado–abierto desde -3 hasta $5 = \{-3 \le x < 5\}$=

b) El menor número de A es -3 : es el extremo inferior y está incluido (forma parte del intervalo).

El mayor número de A no existe: el extremo superior es 5 y está excluido (no forma parte del intervalo).

El menor número de B es 0: es el extremo inferior y está incluido (forma parte del intervalo).

El mayor número de B no existe: el intervalo no está acotado superiormente.

c) Los enteros de A son: $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$. Hay, pues, ocho números enteros en A.

Hay infinitos racionales, porque entre dos números reales cualesquiera siempre hay infinitos racionales.

d) $A \cap B = [0, 5)$, $A \cup B = [-3, +\infty)$

EJERCICIO 3:

a) Sea x el exponente buscado:

$$3^x = 15 \to x = \log_3 15 = \frac{\ln 15}{\ln 3} \approx 2.4650$$

b) $\log_a 3 = \frac{5}{2} \to a^{5/2} = 3 \to a = 3^{2/5} = \sqrt[5]{3^2} \to a = \sqrt[5]{9}$

$\log_7 b = -1 \to b = 7^{-1} = \frac{1}{7^1} \to b = \frac{1}{7}$

$\log_4 \sqrt[7]{2} = c \to 4^c = \sqrt[7]{2} \to \left(2^2\right)^c = \sqrt[7]{2} \to 2^{2c} = 7^{1/7} \to 2c = \frac{1}{7} \to c = \frac{1}{14}$

EJERCICIO 4:

a) Logaritmo de una potencia: $\ln a^3 - \ln x^4 = \ln b^2 + \ln c^5$

Logaritmo de un producto y de un cociente: $\ln\left(\dfrac{a^3}{x^4}\right) = \ln\left(b^2 \cdot c^5\right)$

Igualando los argumentos: $\dfrac{a^3}{x^4} = b^2 \cdot c^5$

Despejamos x^4: $x^4 = \dfrac{a^3}{b^2\, c^5}$

Despejando x : $x = \sqrt[4]{\dfrac{a^3}{b^2\, c^5}}$

b) Dicho número es:

$$\ln\frac{2^2 \cdot 3}{\sqrt{2^3}} = \ln 2^2 + \ln 3 - \ln 2^{3/2} = 2\ln 2 + \ln 3 - \frac{3}{2}\ln 2 = 2a + b - \frac{3}{2}\,a = \frac{1}{2}\,a + b$$

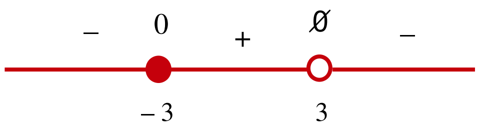
EJERCICIO 5:

$$f = \frac{2x+6}{9-3x}$$

Obtengamos los ceros:

- Veamos cuándo es cero el numerador: $2x + 6 = 0 \;\rightarrow\; x = -3$
- Veamos cuándo lo es el denominador: $9 - 3x = 0 \;\rightarrow\; x = +3$

Intervalos de signo:



Concluimos que es $f \geq 0$ cuando x está en el intervalo:

$$S = [-3\,,3)$$