Nombre:____ ***Curso***:_____

Matemáticas I – Triángulos y Números Complejos – 03/02/2020

EJERCICIO 1: [2,5]

En un triángulo dos de sus lados miden 3 y 6 cm, respectivamente, y el ángulo comprendido entre ellos es 30º. Calcula su perímetro, su superficie y las medidas de los otros dos ángulos.

EJERCICIO 2: [2,5]

a) [1,25] Demuestra que no puede existir un triángulo con $\hat{A} = 80^\circ$, $a = 35$ cm , $b = 45$ cm.

b) [1,25] Demuestra que el triángulo cuyos lados miden 3, 6 y 8 *cm*, respectivamente, es obtusángulo.

EJERCICIO 3: [1,5]

Resuelve la siguiente ecuación en el campo complejo:

$$x^3 - 5x^2 + 17x - 13 = 0$$

EJERCICIO 4: [1,5]

Consideremos los números complejos

$$u = 7 + 9i \ , \ v = 1 + 2i$$

Calcula:

a) $2u - 5v$

b) $-\overline{u} \cdot v$

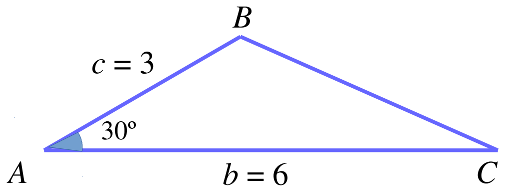
c) $\dfrac{u}{v}$

EJERCICIO 5: [2]

a) [1] Pasa a forma polar $u = -2 + 2i$ y pasa a forma binómica $v = 4_{\pi/6}$.

b) [1] Calcula las raíces cuartas de -625.

EJERCICIO 1:



Trazando la altura h sobre el lado b es:

$$\frac{h}{3} = \operatorname{sen} 30^\circ \ \rightarrow \ h = 3 \cdot \operatorname{sen} 30^\circ = 1.5 \text{ cm}$$

Luego el área o superficie:

$$S = \frac{1}{2}\, b\, h = 0.5 \cdot 6 \cdot 1.5 = 4.5 \text{ cm}^2$$

Con el Teorema de los cosenos:

$$a^2 = 9 + 36 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 45 - 18\sqrt{3} \ \rightarrow \ a = \sqrt{45 - 18\sqrt{3}} \approx 2.72 \text{ cm}$$

Luego el perímetro:

$$p = 3 + 6 + \sqrt{45 - 18\sqrt{3}} \approx 12.72 \text{ cm}$$

El ángulo en C no puede ser obtuso porque no está frente al lado mayor. Por el Teorema de los senos:

$$\frac{\sqrt{45 - 18\sqrt{3}}}{\operatorname{sen} 30^\circ} = \frac{3}{\operatorname{sen} \hat{C}} \ \rightarrow \ \operatorname{sen} \hat{C} = \frac{1.5}{\sqrt{45 - 18\sqrt{3}}} = 0.4034\ldots \ \rightarrow \ \hat{C} \approx 23^\circ 47' 38''$$

El ángulo restante:

$$\hat{B} = 180^\circ - \left(\hat{A} + \hat{C}\right) = 126^\circ 12' 22''$$

EJERCICIO 2:

a) Aplicando el teorema de los senos, debería ser:

$$\frac{45}{\operatorname{sen} \hat{B}} = \frac{35}{\operatorname{sen} 80^\circ} \ \rightarrow \ \operatorname{sen} \hat{B} = \frac{40 \cdot \operatorname{sen} 80^\circ}{35} = 1.2\ldots > 1$$

Pero sabemos que eso es imposible, pues el seno de un ángulo no puede superar a 1. Es por ello que no podemos un construir un triángulo con dichas exigencias.

b) Pongamos $c = 8$ (el angulo obtuso será ser el enfrentado al lado mayor). Por el Teorema de los cosenos:

$$\cos \hat{C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = -\frac{19}{36} < 0$$

Como el coseno es negativo, ese ángulo es obtuso y, por consiguiente, el triángulo es obtusángulo.

Nota: se obtiene $\hat{C} \approx 121^\circ 51' 20''$

EJERCICIO 3:

Es fácil comprobar que $x = 1$ es solución. Dividamos por x-1 y obtengamos el cociente:

$$\left.\begin{array}{c|rrrr} & 1 & -5 & 17 & -13 \\ 1 & \downarrow & 1 & -4 & 13 \\ \hline & 1 & -4 & 13 & 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow x^2 - 4x + 13 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{-36}}{2} = \frac{4 \pm 6i}{2} = 2 \pm 3i$$

Concluimos que la ecuación tiene una solución real y dos imaginarias (conjugadas):

$$x = 1\,, x = 2 \pm 3i$$

EJERCICIO 4:

a) $2u - 5v = 14 + 18i - 5 - 10i = 9 + 8i$

b) $-u \cdot \overline{v} = (-7 + 9i) \cdot (1 + 2i) = -7 - 14i + 9i + 18i^2 = -25 - 5i$

c) Para dividir multiplicamos numerador y denominador por el conjugado:

$$\frac{u}{v} = \frac{(7+9i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{25-5i}{5} = 5 - i$$

EJERCICIO 5:

a) Cuidado al pasar a forma polar *u* porque su afijo está en el segundo cuadrante:

$$u = -2 + 2i \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} \\ \tan\varphi = \dfrac{2}{-2} = -1 \xrightarrow{\varphi \in II} \varphi = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \end{array} \right\} \rightarrow u = \sqrt{8}_{\,135^\circ}$$

Pasamos de forma polar a binómica:

$$v = 4\left(\cos 30^\circ + i 30^\circ\right) = 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\,\frac{1}{2}\right) = 2\sqrt{3} + 2i$$

b) Tendrá cuatro raíces cuartas. Pasando a polar el radicando:

$$\sqrt[4]{625_{180^\circ}} = \left\{ \begin{array}{l} R = \sqrt[4]{625} = 5 \\ \varphi = \dfrac{180^\circ + k \cdot 360^\circ}{4} = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ \end{array} \right\} = 5_{45^\circ}\,, 5_{135^\circ}\,, 5_{225^\circ}\,, 5_{315^\circ}$$